



Lehrstuhl für Konstruieren in Kunst- und Verbundstoffen

Masterarbeit



Evaluierung mikromechanischer Methoden
hinsichtlich praktischer Anwendbarkeit für
faserverstärkte Kunststoffe

Christian Schipfer, BSc

Mai 2019

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt, und mich auch sonst keiner unerlaubten Hilfsmittel bedient habe.

Ich erkläre, dass ich die Richtlinien des Senats der Montanuniversität Leoben zu "Gute wissenschaftliche Praxis" gelesen, verstanden und befolgt habe.

Weiters erkläre ich, dass die elektronische und gedruckte Version der eingereichten wissenschaftlichen Abschlussarbeit formal und inhaltlich identisch sind.

Datum 29.04.2019

Unterschrift Verfasser/in
Christian, Schipfer
Matrikelnummer: 00935257

Kurzfassung

In dieser Arbeit wurden die mechanischen Eigenschaften von unidirektionalen (UD) Faser-Kunststoff-Verbunden mittels Finite-Elemente (FE) Analyse untersucht. Es wurden quadratische, hexagonale und zufällig generierte Faseranordnungen als Einheitszellenmodelle im FE-Programm Abaqus numerisch simuliert. Durch Aufbringung von Dehnungslasten in verschiedenen Richtungen wurden Steifigkeiten sowie Spannungskomponenten ermittelt und mit den makroskopischen Näherungswerten aus einem mittels Mori-Tanaka-Methode homogenisierten Materialmodell verglichen. Eine selbst entwickelte Benutzeroberfläche in Python ermöglichte die Eingabe von Modellparametern und bot verschiedene Möglichkeiten zur Darstellung der Simulationsergebnisse. So konnten anschauliche Grafiken der Steifigkeiten, Spannungskomponenten und Vergleichsspannungen wie der von-Mises-Spannung und der ersten Hauptnormalspannung erstellt und analysiert werden. Die Simulationsergebnisse der Steifigkeiten von Einheitszellen mit zufälliger Faseranordnung und der Spannungskomponenten, welche normal zur Belastungsrichtung liegen, stimmten gut mit den Mori-Tanaka-Ergebnissen überein. Es wurde gezeigt, dass in Zufallszellen spannungstechnisch ungünstige Stellen auftreten können, wie sie in idealisierten Einheitszellenmodellen (Quad- und Hexzelle) nicht vorhanden sind. Bereits bei Normal- und Scherdehnungen von 1% in verschiedenen Richtungen werden in einem UD-Glasfaser-verstärkten Epoxidharz mit 60% Faservolumenanteil Spannungsspitzen im Matrixbereich erreicht, welche weit über der Fließgrenze des verwendeten Epoxidharzes liegen.

Abstract

In this work, unidirectional (UD) fiber-polymer composites were investigated using the finite element analysis. Quadratic, hexagonal and randomly generated fiber arrangements were numerically simulated as unit cell models in the finite element program Abaqus CAE. By applying strain loads in different directions, stiffness and stress components were calculated and compared with macroscopic approximations from a homogenized material model using the Mori-Tanaka method. A self-developed user interface in Python enabled the input of model parameters and various ways to visualize the simulation results. Thus, vivid graphics of stiffnesses, stress components and stress invariants such as the von-Mises stress and the maximum principle stress could be created and analyzed. The simulation results of the stiffnesses of randomly generated cells and the stress components that are normal to the load direction agreed well with the Mori-Tanaka results. It has been shown that stress-unfavorable spots can occur in cells with random fiber arrangements, which are not present in idealized unit cell models like the quadratic or the hexagonal cell. At normal and shear strains of 1% in different directions, a UD glass-fiber-reinforced epoxy resin with 60% fiber volume fraction and random fiber arrangement has stress peaks in the matrix which lie above the yield strength of the used epoxy resin.

Danksagung

Ich möchte mich hiermit bei allen bedanken, die bei dieser Arbeit unterstützend mitgewirkt haben. Besonders bedanke ich mich bei:

- Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Clara Schuecker für das Ermöglichen und die Beurteilung dieser Arbeit. Danke außerdem für die persönliche Unterstützung!
- Meinem Betreuer Dipl.-Ing. Dr.mont. Martin Pletz. Danke für die großartige persönliche Betreuung und das beste Arbeitsklima, das ich bisher erleben durfte.
- Den Mitarbeitern des Lehrstuhls für Konstruieren in Kunst- und Verbundwerkstoffen. Danke für die vielen interessanten und lehrreichen Diskussionen um das Thema dieser Arbeit.
- MEng. Siegfried Frankl für die Hilfestellung auf dem Gebiet des Programmierens mit Python.
- Meinen Eltern Wilfried und Brigitte dafür, dass sie mir das Studium ermöglicht haben und immer hinter stehen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	8
2	Theoretische Grundlagen.....	9
2.1	Faser-Kunststoff-Verbundwerkstoffe	9
2.1.1	Aufbau und Eigenschaften	9
2.1.2	Materialien	12
2.2	Mikromechanik.....	15
2.2.1	Einheitszellen.....	15
2.3	Finite-Elemente-Simulation.....	22
2.4	Automatisierter Modellaufbau in Abaqus-Python	23
3	Aufbau eines Einheitszellen-Modells in Abaqus.....	24
3.1	Anforderungen an das Modell.....	24
3.2	Geometrie.....	25
3.3	Materialien	26
3.3.1	Matrixmaterial.....	26
3.3.2	Fasermaterial.....	28
3.3.3	Implementierung des Mori-Tanaka-Materialmodells.....	28
3.4	Finite Elemente – Netz	28
3.5	Implementierung von periodischen Randbedingungen in Abaqus.....	29
3.6	Berechnung von Steifigkeiten aus den 6 elementaren Lastfällen.....	35
4	Erstellung eines interaktiven Tools in Python.....	37
4.1	Anforderungen an das Tool	37
4.2	Skripthierarchie	37
4.3	Aufbau	38
4.4	Eingabeparameter des Python-Tools	39
4.5	Das Arigen-Tool	42
4.6	Darstellungsmöglichkeiten von Ergebnissen im Python-Tool.....	43
4.6.1	Darstellung der Steifigkeit in verschiedenen Richtungen in Form von Polarplots 44	
4.6.2	Darstellung von Spannungskomponenten.....	45
4.6.3	Darstellung der von-Mises-Spannung über dem hydrostatischen Spannungsanteil.....	46

4.6.4	Darstellung der Beträge und Richtungen der ersten Hauptnormalspannung ...	47
5	Ergebnisse und Diskussion	50
5.1	Einfluss der Netzgröße.....	51
5.2	Errechnete Steifigkeiten von Einheitszellenmodellen als Polarplots.....	52
5.3	Vergleich der Spannungskomponenten aus Einheitszellenmodellen anhand von Konturplots	57
5.4	Vergleich der Spannungskomponenten aus Einheitszellenmodellen mit Mori-Tanaka-Werten	74
5.5	Errechnete von-Mises-Spannungen und hydrostatische Spannungen von Einheitszellenmodellen.....	77
5.6	Errechnete erste Hauptnormalspannungen von Einheitszellenmodellen	83
6	Schlussfolgerungen	88
	Literaturverzeichnis.....	90
	Abbildungsverzeichnis.....	92
	Tabellenverzeichnis	94

1 Einleitung

Da Verbundwerkstoffe häufig in technischen Anwendungen eingesetzt werden sind Kenntnisse über ihre mechanischen Eigenschaften erforderlich. Numerische Vorhersagen solcher Eigenschaften werden häufig durch Analyse von periodischen Einheitszellen, welche die Mikrostruktur des Materials abbilden, durchgeführt. Da numerische Simulationen jedoch einen hohen Rechenaufwand bedeuten, werden oft analytische Ansätze verwendet, um Strukturanalysen von Verbundwerkstoffen im makroskopischen Maßstab durchzuführen. Der Verbundwerkstoff wird hierbei als homogenes Material mit anisotropen, daher richtungsabhängigen Eigenschaften angesehen. Unter den analytischen Ansätzen sind die Mean-Field-Methoden als Werkzeuge bekannt, um das makroskopische Verhalten von heterogenen Materialien wie Verbundwerkstoffen zu einem vertretbaren Aufwand vorherzusagen. Aus den Mean-Field-Methoden wurde in dieser Arbeit die Mori-Tanaka-Methode gewählt, um makroskopische Steifigkeiten und Spannungsantworten von unidirektional (UD-) faserverstärkten Schichten in einem Faser-Kunststoff-Verbund zu berechnen. Diese Steifigkeiten und Spannungen wurden mit den Ergebnissen aus numerischen Simulationen verglichen. Es wurden verschiedene periodische Einheitszellenmodelle erstellt, um die UD-faserverstärkten Schichten in der Mikroebene darzustellen und mithilfe der Finiten-Elemente-Methode simuliert. Es wurden idealisierte Modelle mit hexagonaler und quadratischer Faseranordnung, sowie realitätsnähere Modelle mit zufälligen Faseranordnungen betrachtet. Zur Analyse ihrer Steifigkeiten und Spannungsfelder wurden drei uniaxiale Dehnungszustände und drei Zustände reiner Scherverformung aufgebracht. Aus den Spannungskomponenten wurden die von-Mises-Vergleichsspannung und die erste Hauptnormalspannung berechnet, auf deren Basis Versagensmodelle aufgestellt werden können.

Es sollte gezeigt werden, welche Modelle sich besser zur Untersuchung von Materialversagen eignen und welche Modelle die reale Steifigkeit besser abbilden. Steifigkeiten und Spannungsfelder wurden in anschaulichen Grafiken dargestellt und ermöglichen dem Betrachter ein tiefes Verständnis für die Mikromechanik von Verbundwerkstoffen.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Faser-Kunststoff-Verbundwerkstoffe

Faserverbundwerkstoffe sind als Leichtbauwerkstoffe bekannt, die besonders steif und fest sind. Sie setzen sich in der Regel aus einer Matrix mit geringer Festigkeit und Steifigkeit und Fasern mit hoher Festigkeit und Steifigkeit zusammen. Die heute marktüblichen Faserverbundwerkstoffe bestehen aus Kohlenstoff-, Glas- oder Aramidfasern, die meist in eine Kunststoffmatrix eingebettet werden. Je nach Werkstoffkombination und Anordnung der Fasern im Verbund werden hohe Verhältnisse von Steifigkeit und Festigkeit zu Dichte in bestimmten Richtungen erreicht. [1]

Faserverbundwerkstoffe besitzen gegenüber metallischen Konstruktionswerkstoffen herausragende Vorteile. Dazu zählen in erster Linie die hohen Festigkeiten und Steifigkeiten bei niedriger Dichte, aber auch die hohe spezifische Energieaufnahmefähigkeit, einstellbare elektrische Eigenschaften und die Korrosionsbeständigkeit. Als Nachteile gegenüber metallischen Konstruktionswerkstoffen sind die relativ aufwändige Fertigung, sowie die vergleichsweise niedrigen Einsatztemperaturen zu nennen.

2.1.1 Aufbau und Eigenschaften

In dieser Arbeit werden Finite-Elemente-Modelle (Kapitel 2.3) von unidirektionalen (UD-) Schichten in repräsentativen Zellen (Einheitszellen) betrachtet. Innerhalb solcher Einheitszellen sind verschiedene Faseranordnungen möglich, welche genauer untersucht werden.

Es wird eine Reihe von idealisierten Annahmen getroffen:

- Die Fasern verlaufen parallel in einer Richtung.
- Die Fasern sind gleichmäßig über den Querschnitt verteilt. Das kleinste sich wiederholende Querschnittselement wird hierbei als repräsentatives Volumenelement (RVE) bzw. als Einheitszelle bezeichnet.
- Die Fasern sind ideal gerade und verlaufen ohne Unterbrechung.
- Matrix und Fasern haften ideal aneinander. Daher treten bei Belastung keinerlei Verschiebungen an der Faser-Matrix-Grenzfläche auf. [2]

Abbildung 1 a) zeigt eine solche UD-Schicht mit quadratischer Faseranordnung. Ein Verbundwerkstoff kann sich aus mehreren UD-Schichten zusammensetzen (Abbildung 1 b)).

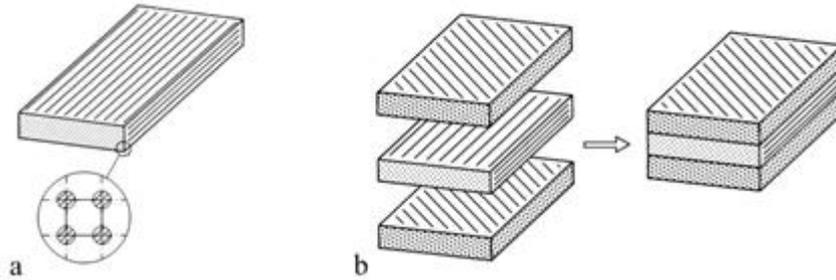


Abbildung 1: a) UD-Schicht mit quadratischer Faseranordnung b) Verbundwerkstoff aus mehreren miteinander verklebten UD-Schichten [2]

Linear elastische Verbundwerkstoffe werden mechanisch durch das Hook'sche Gesetz charakterisiert, welches den Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen beschreibt. Am Volumenelement eines Werkstoffs mit den drei Raumrichtungen 1, 2 und 3 liegen im allgemeinen Fall 3 Normalspannungen (σ_{11} , σ_{22} , σ_{33}) und 6 Schubspannungen (τ_{12} , τ_{13} , τ_{21} , τ_{23} , τ_{31} , τ_{32}) an (Abbildung 2). Unter der Annahme linearer Elastizität sind diese über 81 Konstanten (E_{ijkl}) mit den Dehnungen gekoppelt (siehe Gleichung (1)). Die Kopplungsmatrix E wird als Steifigkeitsmatrix bezeichnet. Die 1-Richtung stellt in diesem Fall die Faserrichtung dar [2].

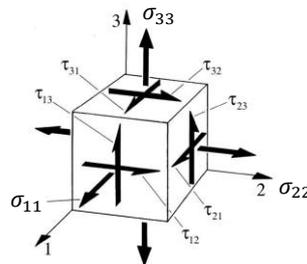


Abbildung 2: Werkstoff-Volumenelement mit den zugehörigen Spannungen [2]

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{21} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1111} & E_{1122} & E_{1133} & E_{1112} & E_{1113} & E_{1121} & E_{1123} & E_{1131} & E_{1132} \\ E_{2211} & E_{2222} & E_{2233} & E_{2212} & E_{2213} & E_{2221} & E_{2223} & E_{2231} & E_{2232} \\ E_{3311} & E_{3322} & E_{3333} & E_{3312} & E_{3313} & E_{3321} & E_{3323} & E_{3331} & E_{3332} \\ E_{1211} & E_{1222} & E_{1233} & E_{1212} & E_{1213} & E_{1221} & E_{1223} & E_{1231} & E_{1232} \\ E_{1311} & E_{1322} & E_{1333} & E_{1312} & E_{1313} & E_{1321} & E_{1323} & E_{1331} & E_{1332} \\ E_{2111} & E_{2122} & E_{2133} & E_{2112} & E_{2113} & E_{2121} & E_{2123} & E_{2131} & E_{2132} \\ E_{2311} & E_{2322} & E_{2333} & E_{2312} & E_{2313} & E_{2321} & E_{2323} & E_{2331} & E_{2332} \\ E_{3111} & E_{3122} & E_{3133} & E_{3112} & E_{3113} & E_{3121} & E_{3123} & E_{3131} & E_{3132} \\ E_{3211} & E_{3222} & E_{3233} & E_{3212} & E_{3213} & E_{3221} & E_{3223} & E_{3231} & E_{3232} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{21} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{32} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Symmetrien im Werkstoff reduzieren den Grad der Anisotropie, wodurch einige Konstanten zusammenfallen und gleich sind. Im allgemeinen Fall der vollständigen Anisotropie sind die Schubspannungen auf einer Schnittebene bereits paarweise einander zugeordnet ($\tau_{12}=\tau_{21}$), wodurch 36 voneinander unabhängige Konstanten verbleiben (siehe Gleichung (2)). [2]

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1111} & E_{1122} & E_{1133} & E_{1112} & E_{1113} & E_{1123} \\ E_{2211} & E_{2222} & E_{2233} & E_{2212} & E_{2213} & E_{2223} \\ E_{3311} & E_{3322} & E_{3333} & E_{3312} & E_{3313} & E_{3323} \\ E_{1211} & E_{1222} & E_{1233} & E_{1212} & E_{1213} & E_{1223} \\ E_{1311} & E_{1322} & E_{1333} & E_{1312} & E_{1313} & E_{1323} \\ E_{2311} & E_{2322} & E_{2333} & E_{2312} & E_{2313} & E_{2323} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Über Energiebetrachtungen ist nachgewiesen, dass es eine Symmetrie um die Hauptdiagonale der Steifigkeitsmatrix gibt. Die Anzahl an unabhängigen Konstanten reduziert sich somit auf 21. Je nach Anordnung der Fasern im Verbundwerkstoff können zusätzliche Symmetrien gefunden werden. Betrachtet man die UD-Schicht eines Verbundwerkstoff makroskopisch, also als homogenisiertes Material, so liegt transversale Isotropie vor. Hierbei gibt es eine isotrope Ebene, in der die Materialeigenschaften unabhängig von der Richtung sind, und eine Vorzugsrichtung (Faserrichtung), welche normal auf diese Ebene steht (Abbildung 3).

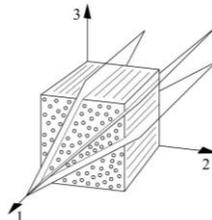


Abbildung 3: Transversale Isotropie: Senkrecht zur Faserrichtung sind die Materialeigenschaften unabhängig von der Richtung. Die 1-Richtung stellt die Vorzugsrichtung (Faserrichtung) dar. [2]

Im Fall transversaler Isotropie reduziert sich die Anzahl unabhängiger Konstanten auf lediglich 5. Für ein vollständig isotropes Material genügen 2 Konstanten (E-Modul und Querkontraktionszahl). [2]

2.1.2 Materialien

Um die verstärkende Wirkung von Fasern im Verbundwerkstoff optimal nutzen zu können, sind die mechanischen Eigenschaften des Matrixmaterials von Bedeutung. Abbildung 4 demonstriert das unterschiedliche Spannungs-Dehnungsverhalten von Fasern (Index f) und Matrix (Index m) schematisch. Die Steifigkeit E und die Zugfestigkeit R der Faser sind deutlich höher als die der Matrix, während es sich bei der Bruchdehnung e anders herum verhält. In der Regel zeigen Fasern linear-elastisches Materialverhalten, die Matrix verhält sich hingegen abhängig vom eingesetzten Kunststoff. Tendenziell verhalten sich Duroplaste hartelastisch, während Elastomere hyperelastisches und Thermoplaste elastoplastisches Materialverhalten zeigen. Kunststoffe reagieren auf Belastungen zeitabhängig – ein Phänomen, welches unter Viskoelastizität bekannt ist. [2]

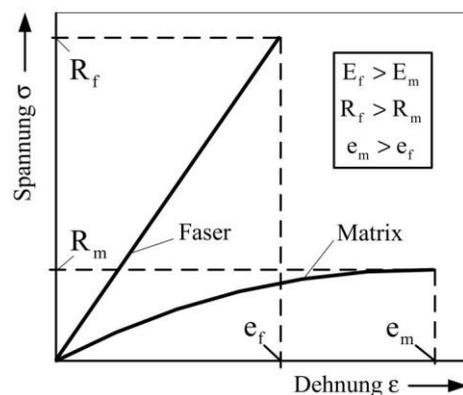


Abbildung 4: Vergleich des Spannungs-Dehnungsverhaltens von Matrix und Fasern

2.1.2.1 Epoxidharz als Matrixmaterial

In dieser Arbeit wurden Modelle mit einem Epoxidharz als Matrixmaterial aufgebaut. Epoxidharze sind härtbare synthetische Harze, die Epoxidgruppen tragen. Sie werden durch Umsetzung von Epichlorhydrin mit aromatischen Hydroxyverbindungen unter zugesetzter Alkalilauge gewonnen. Die wirtschaftlich und technisch relevantesten Epoxidharze basieren auf Bisphenol A. Abbildung 5 zeigt die Addition von Epichlorhydrin an Bisphenol A. Es entsteht

Bisphenol-A-Diglycidylether (DGEBA), an welchen weiteres Bisphenol A addiert und so das polymere Epoxidharz gebildet wird. [3]

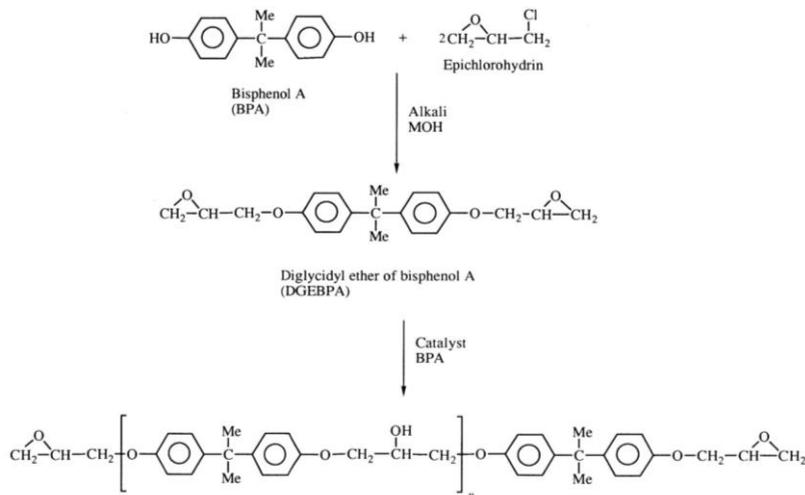


Abbildung 5: Darstellung der Epoxid-Harz Synthese basierend auf Bisphenol A [3]

Die Härtung eines Epoxidharzes erfolgt durch Zugabe von aminischen Härtern bei Raumtemperatur oder sauren Härtern bei 120°C bis 160°C. Die funktionellen Gruppen der Härter addieren an die Ethylenoxidringe des Harzes und quervernetzen die einzelnen Molekülketten. Abbildung 6 zeigt eine solche Härtungsreaktion mit einem diaminischen Härter als Beispiel. [4]

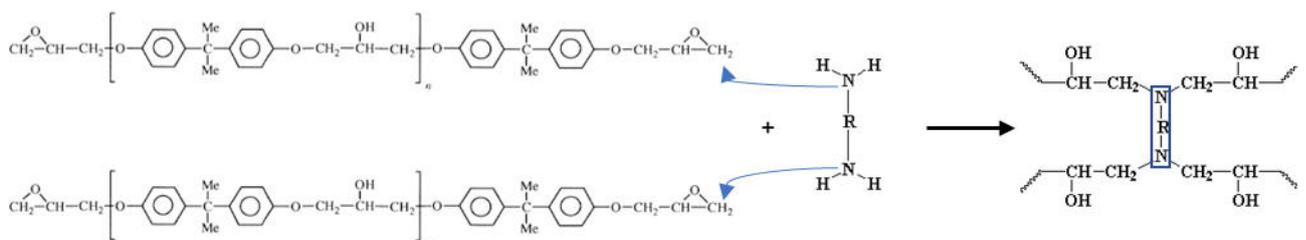


Abbildung 6: Härtungsreaktion eines Epoxidharzes mit einem diaminischen Härter

Die engmaschige Vernetzung sorgt für das hartelastische, spröde Werkstoffverhalten wie es für Duroplaste üblich ist. Abhängig von der Formulierung und Herstellung erreichen Epoxidharze in der Regel Steifigkeiten von 2500 MPa bis 4500 MPa und Zugfestigkeiten von ca. 80 MPa. Die Einsatztemperatur von Epoxidharzen liegt üblicherweise bei -65°C bis 115°C, wobei spezielle Formulierungen auch bei bis zu 250°C eingesetzt werden können. [5]

2.1.2.2 Glasfasern als Verstärkungsmaterial

Als Faserkomponente im Verbundwerkstoff kamen in den Finite-Elemente-Modellen dieser Arbeit Glasfasern zum Einsatz. Die Ursache für die hohen Steifigkeits- und Festigkeitswerte von Fasern ergibt sich aus der statistischen Fehlstellenverteilung im Material. Die Größe einer kugelförmigen Fehlstelle (z.B. Lufteinschluss) im Material ist auf den Faserdurchmesser beschränkt, wodurch gleichzeitig die fehlerfreie Länge in einer Faser im Vergleich zu einem Werkstoff mit großem Volumen höher ist. Ein Werkstoff, welcher als Faser vorliegt, erreicht somit höhere Festigkeitswerte als wenn er sich in ausgedehnter Form befindet. [2]

Die hohen Festigkeiten der Glasfaser kommen durch die kovalenten Bindungen zwischen Silizium und Sauerstoff zustande. Im Normalfall liegt Siliziumdioxid (SiO_2) als Kristall vor (Abbildung 7 a)). Durch zugesetzte Metalloxide und eine rasche Abkühlung aus dem schmelzförmigen Zustand wird eine Kristallisation verhindert. Die Atome bilden dann ein dreidimensionales, amorphes Netzwerk ohne Orientierung, wodurch die Glasfaser isotrope Eigenschaften besitzt (Abbildung 7 b)). Abbildung 7 zeigt verschiedene Anordnungen von SiO_2 -Bausteinen. [2]

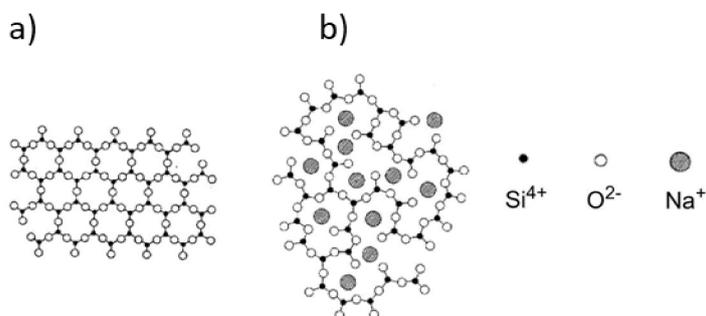


Abbildung 7: Anordnung von SiO_2 -Baugruppen: a) Bergkristall b) Normalglas [2]

Glasfasern sind heute neben Kohlenstofffasern das am häufigsten verwendete Verstärkungsmaterial von Polymermatrix-Verbundwerkstoffen und werden hauptsächlich im Schmelzspinnverfahren hergestellt. Glas wird hierbei bei einer Temperatur von $1400\text{ }^\circ\text{C}$ durch Spindüsen geleitet und Glasfasern mit einem Durchmesser von 5 bis $24\text{ }\mu\text{m}$ gezogen. Die Einzelfasern erhalten im Anschluss eine feine Beschichtung (Schlichte), werden dann zu Faserrovings versponnen und schließlich aufgewickelt. Das Gefüge der Glasfasern ist amorph und ihre Materialeigenschaften werden von den zugemischten Oxiden bestimmt. [2][6]

Die Vorteile der Glasfasern liegen darin, dass sie isotrop und dadurch leicht mit Modellen beschreibbar sind, dass ihr Preis im Vergleich zu anderen Verstärkungsfasern sehr gering ist, dass sie leicht zu verarbeiten sind und dass aufgrund ihres bereits jahrzehntelangen Einsatzes eine große Erfahrungsbasis vorhanden ist. [6]

2.2 Mikromechanik

Während die Makromechanik einen Verbundwerkstoff als homogen ansieht, sind in der Mikromechanik Matrix und Fasern separat aufgelöst. Die Mikromechanik ermöglicht die Ermittlung der wahren Beanspruchungen der Matrix, den Einzelfasern sowie den Grenzflächen aufgrund einer äußeren Belastung oder aufgrund des unterschiedlichen thermischen Ausdehnungsverhalten von Fasern und Matrix. Aus den Einzelkomponenten (Faser und Matrix) kann außerdem das Werkstoffgesetz einer UD-Schicht bestimmt werden. [2]

2.2.1 Einheitszellen

Zur Bestimmung der effektiven Materialeigenschaften eines UD Verbundwerkstoffs werden häufig idealisierte, regelmäßige Faseranordnungen verwendet. Die Ergebnisse für diese effektiven Eigenschaften unterscheiden sich bei gleichem Faservolumengehalt je nach gewählter Faserverteilung voneinander. Abbildung 8 zeigt das Schliffbild eines UD-faserverstärkten Verbunds und welche Faseranordnungen dabei angenommen werden können. Die statistische Faserverteilung wie sie im realen Schliffbild vorhanden ist (Abbildung 8 a)) kann zum Beispiel durch eine hexagonale Anordnung (Abbildung 8 c)) oder eine quadratische Anordnung (Abbildung 8 d)) angenommen werden. Die hexagonale Faseranordnung führt hierbei zu einem transversal isotropen effektiven Materialverhalten (Kapitel 2.1.1), das Materialverhalten bei quadratischer Faseranordnung ist jedoch in der Ebene normal zur Faserrichtung richtungsabhängig. Die kleinste sich wiederholende Einheit einer solchen regelmäßigen Faseranordnung wird als Einheitszelle (oder auch repräsentatives Volumenelement RVE) bezeichnet (Abbildung 8 c) und d)). [7]

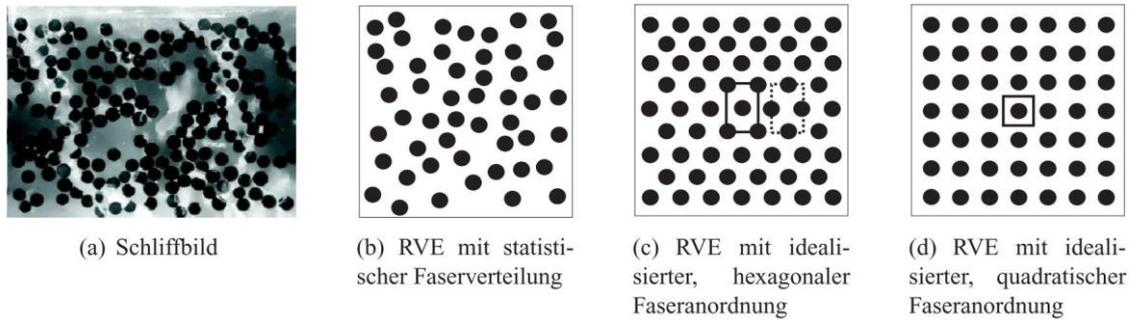


Abbildung 8: Schilfbild eines UD Verbundes und verschiedene Möglichkeiten von Einheitszellenmodellen (RVE) [7]

2.2.1.1 Periodische Randbedingungen

Die Periodizität von Einheitszellen im Verbund muss für den undeformierten Zustand sowie für alle deformierten Zustände gegeben sein. Lücken und Überlappungen zwischen benachbarten Volumenelementen sowie unphysikalische Einschränkungen ihrer Verformungen sind nicht erlaubt. Um dies zu erreichen, müssen die Randbedingungen einer Einheitszelle entsprechend festgelegt werden. Allgemein werden bei Einheitszellenmodellen periodische, symmetrische und antisymmetrische Randbedingungen verwendet. Abbildung 9 verdeutlicht, dass es oftmals mehrere Möglichkeiten gibt, um eine Mikrostruktur mittels Einheitszellen zu beschreiben. Es ist ein Verbundwerkstoff mit hexagonaler Faseranordnung dargestellt [8].

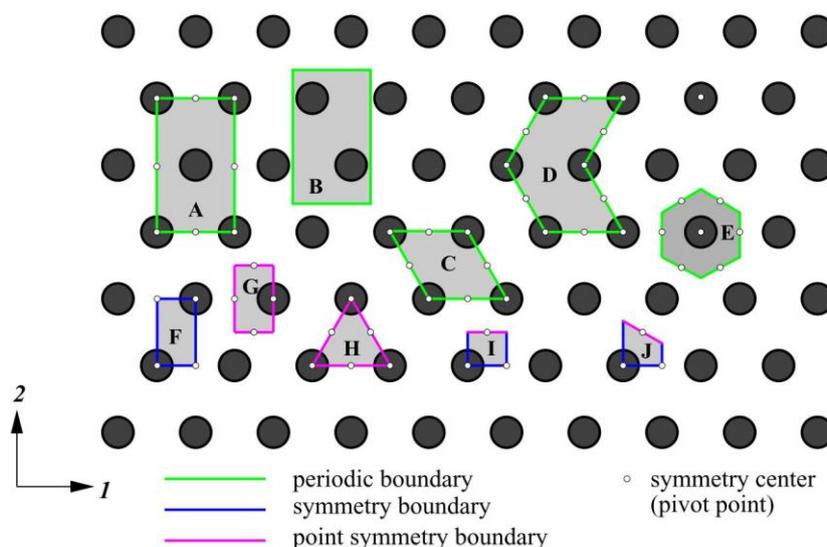


Abbildung 9: 10 Beispiele für Einheitszellen, mit denen eine hexagonale Faseranordnung beschrieben werden kann [8]

Einheitszellenmodelle dieser Arbeit wurden wie in [9] und erklärt mit periodischen Randbedingungen erstellt. Hierfür wird ein Zusammenhang zwischen den integralen, effektiven Spannungen $\bar{\sigma}$ und Dehnungen $\bar{\varepsilon}$ und den Spannungs- ($\sigma(x)$) und Dehnungsfeldern ($\varepsilon(x)$) innerhalb der Einheitszelle benötigt. Das Äquivalenzkriterium nach Hill [10] besagt, dass die effektiven, inneren Lasten äquivalent ihrem volumetrischen Mittelwert über das Gebiet der Einheitszelle \mathcal{B}^{RVE} sind:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V^{RVE}} * \int_{\mathcal{B}^{RVE}} \sigma(x) dV \quad (3)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{V^{RVE}} * \int_{\mathcal{B}^{RVE}} \varepsilon(x) dV \quad (4)$$

Das Verschiebungsfeld $u(x)$ am Rand der Einheitszelle unter periodischen Randbedingungen lautet:

$$u(x) = \bar{\varepsilon} * x + u^P(x) \quad (5)$$

$u^P(x)$ ist hierbei der periodische Verschiebungsteil. Für ihn gilt entsprechend Abbildung 10 a):

$$u^P(x^{i+}) = u^P(x^{i-}) \text{ mit } x^{i+} \in \partial\mathcal{B}^{RVE,i+} \text{ und } x^{i-} \in \partial\mathcal{B}^{RVE,i-} \quad (6)$$

Eine beliebige Art periodische Randbedingungen in Finite-Elemente-Programmen zu realisieren ist die Einführung von Referenzknoten. Dabei wird für jeweils zwei gegenüberliegende Seiten ein Referenzknoten M_i definiert (Abbildung 10 a)). Für dessen Verschiebung gilt:

$$u^{M_i} = u(x^{i+}) - u(x^{i-}) \quad (7)$$

Über die in Gleichung (7) definierten Zwangsbedingungen („Constraint equations“) werden die Freiheitsgrade von Knotenpaaren auf gegenüberliegenden Flächen aneinander gekoppelt, so dass sie sich nur paarweise synchron verschieben können [11]. Die Freiheitsgrade eines

Knotens werden hierbei eliminiert und durch die Freiheitsgrade des gekoppelten Knotens ersetzt.

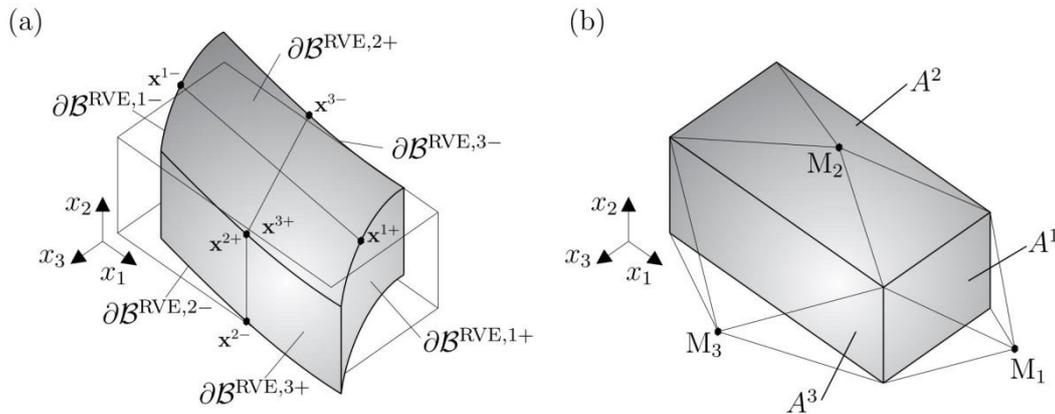


Abbildung 10: Periodische Randbedingungen: a) Periodizität der Verschiebungen an gegenüberliegenden Rändern und b) Definition von Referenzknoten M_i zur Vorgabe effektiver Spannungen oder Dehnungen [9]

Der effektive Spannungstensor $\bar{\sigma}$ kann nun aus den Reaktionskräften der drei Referenzknoten ermittelt werden. A^i ist die hierbei die Fläche der Einheitszelle, die dem Referenzknoten M_i zugeordnet ist. $F_j^{M_i}$ ist die Komponente der Reaktionskraft in j -Richtung am Referenzknoten M_i .

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{F_j^{M_i}}{A^i} \quad (8)$$

Durch Vorgabe effektiver Spannungen $\bar{\sigma}$ oder Dehnungen $\bar{\varepsilon}$ können effektive Spannungs-Dehnungsbeziehungen berechnet werden. Aus den gemittelten lokalen Spannungs- und Dehnungsfeldern kann die effektive Materialantwort nach (3) und (4) bestimmt werden.

2.2.1.2 Das Mori-Tanaka-Materialmodell

Das Verhalten von Verbundwerkstoffen kann in unterschiedlichen Größenordnungen beschrieben werden. Für die Genauigkeit von Strukturanalysen ist es am besten, direkt auf die Mikrostrukturverformungen in numerischen Simulationen zu verweisen. Da solche direkten numerischen Simulationen komplex sind, werden Strukturanalysen von Verbundwerkstoffen öfters im makroskopischen Maßstab mit homogenisierten Materialeigenschaften durchgeführt, die sich aus der mikroskopischen Analyse ableiten. Homogenisierungstechniken sind als effiziente Werkzeuge bekannt, um diese homogenisierten Materialeigenschaften

analytisch und/oder numerisch aus den Eigenschaften der Bestandteile und aus der Mikrostruktur heterogener Materialien abzuleiten. Unter den verschiedenen Methoden liefern die Ansätze der Mean-Field-Methoden Vorhersagen für das makroskopische Verhalten heterogener Materialien zu einem vernünftigen Berechnungsaufwand. Sie wurden ursprünglich für linear-elastische Probleme als semi-analytische Methoden entwickelt, die auf der Eshelby-Einlagerungslösung basieren [12]. Prinzipiell werden bei den Mean-Field-Methoden dreidimensionale Körper und volumetrisch gemittelte Spannungs- und Dehnungsfelder betrachtet. Einer der Vorteile der Mean-Field-Methoden ist, dass der sogenannte Poisson-Effekt berücksichtigt wird. Der Poisson-Effekt beschreibt den Einfluss unterschiedlicher Querkontraktionszahlen ν von Materialien auf die Steifigkeiten in einem Verbund. Unterschiedliche ν führen bei den Mean-Field-Methoden im Allgemeinen zu höheren Steifigkeiten. Bei den Mean-Field-Methoden können makroskopische Spannungen und Dehnungen sowie Steifigkeiten eines Verbundwerkstoffs unter Berücksichtigung des Poisson-Effekts und der Geometrie der Inklusionen näherungsweise berechnet werden. Lokale Spannungsspitzen durch die Kerbwirkung von Fasern im Verbund werden allerdings nicht berücksichtigt.

Die Mori-Tanaka-Methode ist eine dieser Mean-Field-Methoden und wird im Folgenden näher beschrieben. In den gezeigten Formeln dieses Kapitels steht der Index m für die Matrixkomponente und der Index i für die Inklusionskomponente eines Verbundwerkstoffs. Die Beziehungen für die volumetrischen Mittelwerte der Spannungen und Dehnungen lauten wie folgt:

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \xi * \langle \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)} \rangle + (1 - \xi) * \langle \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} \rangle \quad (9)$$

$$\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = \xi * \langle \boldsymbol{\sigma}^{(i)} \rangle + (1 - \xi) * \langle \boldsymbol{\sigma}^{(m)} \rangle \quad (10)$$

$$\xi = \frac{V^{(i)}}{V} \quad \boxed{\begin{array}{l} V^{(i)} \dots \text{Gesamtvolumen der Inklusionen (Fasern)} \\ V \dots \text{Gesamtvolumen} \end{array}} \quad (11)$$

Der direkte Zusammenhang der mittleren Dehnungen und Spannungen der Inklusionen ($\langle \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)} \rangle$, $\langle \boldsymbol{\sigma}^{(i)} \rangle$) mit den mittleren Dehnungen und Spannungen des gesamten Körpers ($\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle$, $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$) wird in den Mean-Field-Methoden über sogenannte Konzentrations-Tensoren ($\mathbf{A}^{(i)}$, $\mathbf{B}^{(i)}$) definiert.

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)} \rangle = \mathbf{A}^{(i)} * \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle \quad (12)$$

$$\langle \sigma^{(i)} \rangle = \mathbf{B}^{(i)} * \langle \sigma \rangle \quad (13)$$

Für die Berechnung dieser Konzentrationstensoren wird die Eshelby-Matrix \mathbf{S} benötigt. Die Eshelby-Matrix \mathbf{S} stellt die Beziehung zwischen den Dehnungen der Inklusionen und der Matrix dar. Grundsätzlich werden Inklusionen nach Eshelby als Ellipsoide betrachtet, bei denen beide Nebenachsen gleich groß sind. In \mathbf{S} geht das Längenverhältnis der Hauptachse zur Nebenachse des Ellipsoids, sowie die Querkontraktionszahl der Matrix ν_m ein. Fasern stellen dabei einen Spezialfall von Inklusionen dar, bei dem dieses Längenverhältnis der Ellipsoid-Achsen unendlich groß wäre. In diesem Fall ergibt sich für \mathbf{S} [14]:

$$\mathbf{S}_{Faser} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_m}{2(1-\nu_m)} & \frac{5-4\nu_m}{8(1-\nu_m)} & \frac{4\nu_m-1}{8(1-\nu_m)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_m}{2(1-\nu_m)} & \frac{4\nu_m-1}{8(1-\nu_m)} & \frac{5-4\nu_m}{8(1-\nu_m)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3-4\nu_m}{4(1-\nu_m)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Unter der Annahme, dass der Verbundwerkstoff eine stark verdünnte („dilute“) Lösung ist, werden die Dehnungen und Spannungen im Fernfeld (ϵ_a, σ_a) nicht durch die Spannungsfelder der Inklusionen beeinflusst (Abbildung 11).

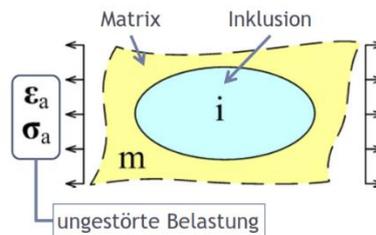


Abbildung 11: Freigeschnittenes Volumenelement eines Verbundwerkstoffs mit der Matrix m und der Inklusion i [13]

Aufgrund der Gleichgewichtsbedingungen entsprechen die Dehnungen und Spannungen im Fernfeld (ϵ_a, σ_a) hierbei den gemittelten Spannungen des gesamten Körpers ($\langle \epsilon \rangle, \langle \sigma \rangle$). Es ergeben sich folgende Beziehungen:

$$\langle \epsilon^{(i)} \rangle = \mathbf{A}_{dil}^{(i)} * \epsilon_a \quad (15)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{(i)} = \mathbf{B}_{dil}^{(i)} * \boldsymbol{\sigma}_a \quad (16)$$

Über Analogieüberlegungen kann der Konzentrations-Tensor $\mathbf{A}_{dil}^{(i)}$ unter Berücksichtigung des Hook'schen Gesetzes abgeleitet werden, der jedoch keine Interaktionen zwischen Inklusionen berücksichtigt und daher nur für kleine Volumensanteile ($\xi < 10\%$) gültig ist.

\mathbf{I} ist hierbei die Einheitsmatrix, \mathbf{E} ist die Steifigkeitsmatrix und \mathbf{C} ist die Nachgiebigkeitsmatrix.

$$\mathbf{A}_{dil}^{(i)} = [\mathbf{I} + \mathbf{S} * \mathbf{C}^{(m)} * (\mathbf{E}^{(i)} - \mathbf{E}^{(m)})]^{-1} \quad (17)$$

Nach der Mori-Tanaka-Methode können die Dehnungen und Spannungen im Fernfeld ($\boldsymbol{\varepsilon}_a, \boldsymbol{\sigma}_a$) mit den mittleren Dehnungen und Spannungen der Matrix ($\langle \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} \rangle, \langle \boldsymbol{\sigma}^{(m)} \rangle$) angenähert werden. Diese Annäherung gilt für alle Volumenanteile der Inklusionen [8].

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)} \rangle = \mathbf{A}_{dil}^{(i)} * \langle \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} \rangle \quad (18)$$

$$\langle \boldsymbol{\sigma}^{(i)} \rangle = \mathbf{B}_{dil}^{(i)} * \langle \boldsymbol{\sigma}^{(m)} \rangle \quad (19)$$

Mit den Gleichungen (9) und (18) können Beziehungen für $\langle \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} \rangle$ und $\langle \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)} \rangle$ aufgestellt werden. Die Vorfaktoren für $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle$ in den Gleichungen (20) und (21) sind die nach Mori-Tanaka definierten Konzentrationstensoren für die Näherungslösungen der Dehnungen der Matrix ($\mathbf{A}_{MT}^{(m)}$) und der Inklusion ($\mathbf{A}_{MT}^{(i)}$).

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} \rangle = [(1 - \xi) * \mathbf{I} + \xi * \mathbf{A}_{dil}^{(i)}]^{-1} * \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \mathbf{A}_{MT}^{(m)} * \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle \quad (20)$$

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)} \rangle = \mathbf{A}_{dil}^{(i)} * [(1 - \xi) * \mathbf{I} + \xi * \mathbf{A}_{dil}^{(i)}]^{-1} * \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \mathbf{A}_{MT}^{(i)} * \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle \quad (21)$$

Mithilfe dieser Konzentrationstensoren kann eine Näherungslösung des makroskopischen Steifigkeitstensors \mathbf{E}_{MTM} für den Fall zweier Komponenten (Matrix und Fasern) berechnet werden:

$$\mathbf{E}_{MTM} = \mathbf{E}^{(m)} * \{ \mathbf{I} - \xi * [(\mathbf{E}^{(i)} - \mathbf{E}^{(m)}) * (\mathbf{S} - \xi * (\mathbf{S} - \mathbf{I})) + \mathbf{E}^{(m)}]^{-1} * [\mathbf{E}^{(i)} - \mathbf{E}^{(m)}] \}^{-1} \quad (22)$$

Die Gleichungen (20), (21) und (22) wurden in den Skripten dieser Arbeit verwendet, um makroskopische Steifigkeiten und Spannungskomponenten von Einheitszellen mithilfe der Mori-Tanaka-Methode zu berechnen.

2.3 Finite-Elemente-Simulation

Die Finite-Elemente-Methode (FEM) ist ein numerisches Berechnungsverfahren, das in weiten Bereichen der Strukturmechanik eingesetzt wird. Abbildung 12 zeigt die bedeutendsten Einsatzgebiete der FEM. [15]

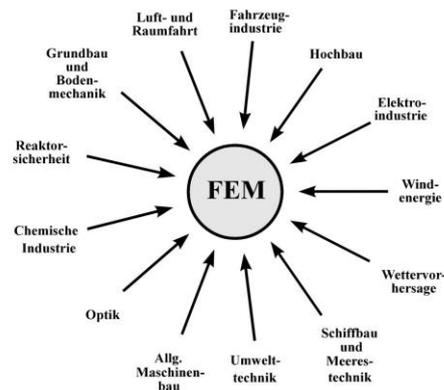


Abbildung 12: Einsatzgebiete der FEM [15]

Das Grundprinzip der FEM besteht darin, ein zu untersuchendes Gebiet in endlich viele Teilgebiete (finite Elemente) zu zerlegen. Diese Methode wird in der FEM als Diskretisierung bezeichnet. Das so entstehende Finite-Elemente-Netz kann grundsätzlich beliebig gewählt werden, allerdings steigt der Rechenaufwand mit zunehmend feiner werdender Diskretisierung exponentiell. Für die Elemente werden Ansatzfunktionen definiert, welche die Verschiebungen und Verdrehungen zwischen den diskreten Werten an den Netzknoten interpolieren. Diese Verschiebungen und Verdrehungen der Knoten (allgemein Knotenfreiheitsgrade genannt), welche aus äußeren Belastungen resultieren, stellen sich nach dem Prinzip vom Minimum des elastischen Potentials ein. Mithilfe der Ansatzfunktionen und Materialparameter können die Elementsteifigkeitsmatrizen direkt hergeleitet werden.

Am Ende erfolgt dann wieder der Zusammenbau aller finiten Elemente zum Gesamtbauteil. Die einzelnen Elementsteifigkeitsmatrizen werden über eine Koinzidenztabelle zur Gesamtsteifigkeitsmatrix zusammengefügt. Die Koinzidenztabelle beschreibt, welche Elemente über gemeinsame Knoten zusammenhängen. Aus dem vorliegenden Gleichungssystem können die globalen Knotenfreiheitsgrade ermittelt werden. Die Elementspannungen werden durch Rückrechnung der Knotenfreiheitsgrade bestimmt. [15]

Die Lösung großer Gleichungssysteme erfolgt über die in FE-Programmen implementierten Solver (Gleichungslöser). Es kommen hierbei direkte Verfahren (z.B. Eliminationsverfahren nach Gauß oder Cholesky) aber auch iterative Verfahren (z.B. Jakobi-Verfahren) zum Einsatz. Iterative Verfahren werden zur Lösung sehr großer Gleichungssysteme verwendet. [15]

Durch die großen Fortschritte der letzten Jahre auf den Gebieten der Computerhardware hat die FE-Methode enorm an Bedeutung gewonnen.

2.4 Automatisierter Modellaufbau in Abaqus-Python

Um Modelle in Abaqus parametrisiert aufzubauen, werden in dieser Arbeit die Funktionen einiger Skripte vorgestellt, die in der Programmiersprache Python geschrieben wurden. Die Benutzeroberfläche von Abaqus ist mit Python steuerbar und schreibt alle von Benutzer durchgeführten Aktionen in der Oberfläche automatisch in Form von Python-Code mit. Um ein parametrisiertes Modellaufbau-Skript zu erschaffen, muss ein Modell also nur einmal in der Abaqus-Oberfläche aufgebaut werden – das von Abaqus automatisch mitgeschriebene Skript kann dann abgespeichert und parametrisiert werden. Über ein Skript können außerdem die Einträge im Abaqus-Input-File manipuliert werden, welches nach Starten des Simulationsjobs an den implementierten Solver übergeben wird. Es eröffnen sich somit Möglichkeiten, welche über die Funktion der normaler Benutzeroberfläche hinausgehen. Beispielsweise können spezielle Materialmodelle, wie z.B. das Mori-Tanaka-Modell eingebunden werden.

Dank der einfachen Syntax und ihrer interpretierten Natur ist Python in vielen Bereichen auf den meisten Plattformen eine ideale Sprache für das Skripting und die schnelle Anwendungsentwicklung. Der Python-Interpreter und seine umfangreiche Standardbibliothek sind in Quell- oder Binärform kostenlos für alle gängigen Plattformen verfügbar und können frei verteilt werden. Es kann einfach mit neuen Funktionen und Datentypen erweitert werden, die in C oder C ++ implementiert sind, und eignet sich auch als Erweiterungssprache für anpassbare Anwendungen, die eine programmierbare Schnittstelle erfordern. Python-Codes sind schnell entwickelt, leicht zu verwalten und können mit anderen Bibliotheken, die in kompilierten Sprachen geschrieben sind, eine hohe Integration erreichen. [16]

3 Aufbau eines Einheitszellen-Modells in Abaqus

3.1 Anforderungen an das Modell

Für den Aufbau des Einheitszellen-Modells wurde Abaqus CAE 2017 [17] verwendet. Der Modellaufbau erfolgt über ein automatisiertes Skript (Modellaufbauskript), welches in Python geschrieben wurde. Das Skript soll möglichst viele Parameter des Modellaufbaus variabel halten, um eine Vielzahl unterschiedlicher Modellvarianten berechnen und anschließend vergleichen zu können. Folgende Parameter sollen einstellbar sein:

- **Geometrie**

Es sollen quaderförmige Einheitszellen erstellt werden, welche in Tiefenrichtung von geraden Fasern mit rundem Querschnitt durchzogen sind. Höhe h und Breite b der Einheitszelle, sowie Anzahl, Radius r und Position der eingebetteten Fasern sollen frei einstellbar sein. Die Tiefe t wird automatisch mit der durchschnittlichen Elementgröße des FE-Netzes gleichgesetzt, sodass es immer genau 1 Element in Tiefenrichtung gibt. Fasern müssen an gegenüberliegenden Rändern periodisch fortgesetzt sein. Als Beispiel ist in Abbildung 13 schematisch eine Einheitszelle mit hexagonaler Faseranordnung (Hexzelle) gezeigt.

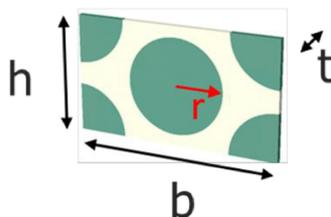


Abbildung 13: Geometrieparameter einer Hexzelle

Das Modell soll weiters die Möglichkeit besitzen, zufällige Faserlisten aus einem externen Tool (Kapitel 4.5) zu importieren.

- **Material**

Für Faser und Matrix der Einheitszelle werden isotrope linear-elastische Materialmodelle verwendet, wobei ihr Elastizitätsmodul E und ihre Querkontraktionszahl ν variabel sein sollen. Des Weiteren soll die Implementierung des homogenisierten Materialmodells nach Mori-Tanaka möglich sein.

- **Belastungen und Randbedingungen**

Lasten sollen in Form von Dehnungen aufgebracht werden können. Ihre Höhe und Richtung sollen einstellbar sein. Das Einheitszellenmodell soll periodische Randbedingungen besitzen.

- **Finite-Elemente (FE)- Netz**

Die durchschnittliche Elementgröße des FE-Netzes soll frei wählbar sein. Als Voreinstellung für die Elementgröße sollen 10% vom Faserradius r eingegeben sein. Treten fehlerhafte Elemente auf, so soll das Skript das Netz automatisch nachbessern.

Nachdem ein Modell in Abaqus berechnet ist, wird ein „.odb“-File erstellt, welches die angeforderten Ergebnisdaten enthält. Die von-Mises-Spannung σ_{mises} , die erste Hauptnormalspannung σ_1 sowie alle Spannungs- und Verschiebungskomponenten sollen an den Integrationspunkten jedes Elements ausgegeben und in Textfiles abgespeichert werden. Es sollen außerdem die Volumina der Integrationspunkte abgespeichert werden. Diese Daten sollen später für die Erstellung diverser Diagramme und Grafiken ausgelesen werden können.

3.2 Geometrie

Alle nötigen Daten zum Modellaufbau werden dem Modellaufbauscript über ein „.dat“-File übergeben, welches zuvor über eine Python-Benutzeroberfläche (Python-Tool) erstellt wurde (siehe Kapitel 4). Als Standardwerte für alle Einheitszellen außer der Einheitszelle mit hexagonaler Faseranordnung (Hexzelle) wurden für die Höhe h und die Breite b jeweils 10 mm gewählt. In Abaqus wird zunächst ein zweidimensionales Rechteck im Skizzenmodus erstellt, welches dann über die Tiefe t zu einem dreidimensionalen Quader extrudiert wird. Anschließend werden die Faserpartitionen nach dem gleichen Prinzip eingefügt. Wichtig ist, dass Teile von Fasern, welche durch eine Außenkante begrenzt sind, auf der gegenüberliegenden Seite fortgesetzt sind.

Für den Modellaufbau einer Quadzelle wird genau eine Faser im Mittelpunkt der Zelle eingefügt. Der Faserradius r wird über den angegebenen Faservolumengehalt ξ (Gleichung (11)) berechnet.

$$r = \sqrt{\frac{\xi}{\pi}} * a \quad \begin{array}{l} r \dots \text{Faserradius} \\ \xi \dots \text{Faservolumengehalt} \\ a \dots \text{Kantenlänge der Einheitszelle} \end{array} \quad (23)$$

Für den Modellaufbau einer Einheitszelle mit hexagonaler Faseranordnung (Hexzelle) muss zunächst die Höhe h der Einheitszelle bei vorgegebener Breite b berechnet werden. Diese ergibt sich aus ihrem geometrischen Aufbau (Abbildung 14):

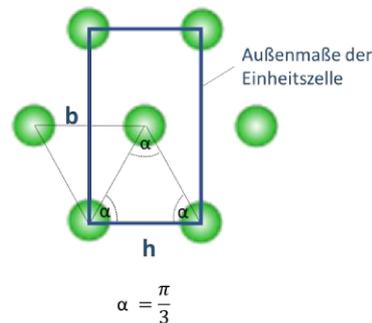


Abbildung 14: Geometrie der Hexzelle

$$h = \frac{b}{2 * \sin(\frac{\pi}{3})} \quad \begin{array}{l} h \dots \text{Höhe der Einheitszelle} \\ b \dots \text{Breite der Einheitszelle} \end{array} \quad (24)$$

Es werden eine Faser im Mittelpunkt der Zelle, sowie vier Viertelfasern in den Ecken der Zelle gezeichnet. Der Faserradius r der Hexzelle berechnet sich wie bei der Quadzelle aus dem Faservolumengehalt ξ :

$$r = \sqrt{\frac{\xi * b * h}{2 * \pi}} \quad \begin{array}{l} r \dots \text{Faserradius} \\ \xi \dots \text{Faservolumengehalt} \\ b \dots \text{Breite der Einheitszelle} \\ h \dots \text{Höhe der Einheitszelle} \end{array} \quad (25)$$

3.3 Materialien

3.3.1 Matrixmaterial

Für die Simulationen dieser Arbeit wurde das Epoxidharz EPIKOTE™ Resin MGS® RIMR 135 in Kombination mit dem Härtingssystem EPIKURE™ Curing Agent MGS® RIMH1366 verwendet. Das Harz eignet sich aufgrund seiner niedrigen Viskosität (800 – 1100 mPa·s) gut zur Verarbeitung mit Glas-, Carbon- oder Aramidfasern. Die Topfzeit bei Raumtemperatur liegt zwischen 0,5 und 7 Stunden. Die optimale Verarbeitungstemperatur liegt bei 20 bis 35 °C. Je nach Schichtdicke und Geometrie der zu fertigen Teile ist auch eine Aushärtung bei höheren Temperaturen (bis zu 100 °C) möglich.[18]

Das Harz wurde bereits 2015 im Zuge einer Dissertation [19] von Frau Dr. Brunbauer genauer untersucht. Zur Bestimmung relevanter Ingenieurskonstanten wurden hierbei von Frau Dr. Brunbauer Probekörper aus dem Epoxidharz mit unterschiedlichen Aushärtezeiten erstellt. Es gab Proben, welche für 24 Stunden bei 23 °C und anschließend bei 80 °C ausgehärtet wurden, Proben die nur bei 80 °C ausgehärtet wurden, sowie Proben, welche nur bei 90 °C ausgehärtet wurden. Danach wurden einige der Proben für 24 Stunden bei 105 °C getempert, während die restlichen ungetempert beibehalten wurden. Zugprüfkörper mit den Abmessungen $200 \times 20 \times 2 \text{ mm}^3$ wurden nach ISO 527-2 [20] aus den ausgehärteten Epoxidharzplatten gefräst. Mit den hergestellten Zugprüfkörpern wurden quasi-statische Zugversuche mit einer Dehnrates von $\nu = 1 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$ auf einer servohydraulischen Testmaschine MTS 810 durchgeführt, die von MTS Systems Corporations (Minnesota, USA) mit einem Lastrahmen und einer Lastzelle für 100 kN ausgestattet war. Die Messlänge für alle Proben betrug 100 mm. Der hydraulische Keildruck von 5 MPa wurde gewählt, um ein Abrutschen zu verhindern, ohne die Probe zu beschädigen. Abbildung 15 zeigt die so erhaltenen Spannungs-Dehnungs-Kurven. [19]

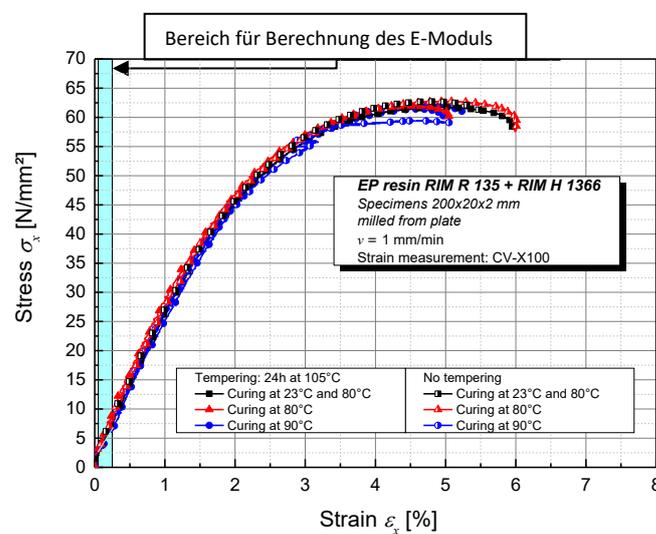


Abbildung 15: Spannungs-Dehnungs-Kurven von Epoxidharzproben (RIMR 135) mit unterschiedlicher Vorgeschichte

Die Zugmodule der getesteten Proben wurden zwischen 0,0005 und 0,0025 absoluter Dehnung gemäß ISO 527-4 [21] berechnet (türkis markierter Bereich in Abbildung 15). In diesem linear-elastischen Bereich verlaufen die Spannungs-Dehnungskurven der unterschiedlich getemperten und bei unterschiedlichen Temperaturen ausgehärteten Proben

sehr ähnlich, weshalb aus ihnen ein Durchschnittswert für den E-Modul des Epoxid-Harzes berechnet wurde. Der Durchschnittswert des E-Moduls beträgt 2547 MPa und wurde für die durchgeführten Simulationen dieser Arbeit in Abaqus als Materialparameter verwendet. Als Querkontraktionszahl für das Epoxidharz wurde ein Wert von $0,35$ angenommen. Die Zugfestigkeit des Harzes liegt bei ca. 63 MPa .

3.3.2 Fasermaterial

Als Verstärkungsmaterial wurde eine E-Glasfaser mit einem E-Modul E von $70\,000 \text{ MPa}$ und einer Querkontraktionszahl ν von $0,2$ gewählt.

Sowohl Matrix als auch Faser wurden in Abaqus als isotrope, linear-elastische Materialien angelegt, welche dann den entsprechenden Matrix- bzw. Faserpartitionen zugewiesen wurden.

3.3.3 Implementierung des Mori-Tanaka-Materialmodells

Die Implementierung eines homogenisierten Materialmodells nach Mori-Tanaka in Einheitszellenmodellen ist auf zwei Arten möglich. Abaqus besitzt die Möglichkeit ein homogenisiertes „Mori-Tanaka-Material“ aus einem definierten Matrixmaterial und einem definierten Partikelmaterial zu erstellen. Hierbei müssen Volumengehalt und Geometrieparameter der Partikel (hier: Fasern) angegeben werden. Das Mori-Tanaka-Material kann nicht direkt über die graphische Oberfläche erstellt werden, sondern muss über Keyword-Manipulation im Input-File eingefügt werden. Die zweite Möglichkeit besteht darin, die Mori-Tanaka-Werte für Steifigkeiten, Spannungen und Dehnungen über die Formeln (18) bis (22) (Kapitel 2.2.1.2) selbst auszurechnen. Beide Möglichkeiten wurden realisiert und verglichen und ergaben praktisch idente Werte. Für die Bestimmung von Mori-Tanaka-Werten aus den simulierten Modellen wurde die letztere Möglichkeit gewählt.

3.4 Finite Elemente – Netz

Die durchschnittliche Elementgröße des FE-Netzes wurde vom Faserradius abhängig gemacht, sodass sie immer 10% vom Faserradius r betrug. Es wurden 8-knotige 3D Hexaeder (HEX)-Elemente mit reduzierter Integration und linearen Ansatzfunktionen verwendet. Als Vernetzungsstrategie wurde die in Abaqus implementierte „swept meshing technique“ verwendet, die bei extrudierten Geometrien gute Ergebnisse erzielt.

Im Modellaufbauskript wurde weiters eine Abfrage nach fehlerhaften Elementen eingebaut. Sind solche Elemente vorhanden, so wird das Netz automatisch verfeinert.

3.5 Implementierung von periodischen Randbedingungen in Abaqus

Die prinzipielle Vorgehensweise und die mathematischen Hintergründe für die Implementierung periodischer Randbedingungen in FE-Modellen sind in Kapitel 2.2.1.1 erläutert.

Periodische Randbedingungen in Einheitszellenmodellen dieser Arbeit wurden in Abaqus durch Koppeln der Knoten gegenüberliegender Außenflächen von Einheitszellen erreicht. In jeder Raumrichtung wurde eine der Außenflächen kopiert und als eigener Part mit SHELL-Elementen angelegt (Abbildung 16 a)). Dieser Part wurde an die gegenüberliegende Außenfläche auf der anderen Seite der Einheitszelle über ‚Tie‘-Verbindungen verknüpft (Abbildung 16 b)). Eine ‚Tie‘-Verbindung besteht im Allgemeinen aus einem ‚Slave‘-Part, dessen Freiheitsgrade an einen ‚Master‘-Part gekoppelt und damit eliminiert werden. Diese Kopplung funktioniert auch, wenn die zu koppelnden Flächen unterschiedlich viele Knoten oder ein anderes Netz besitzen.

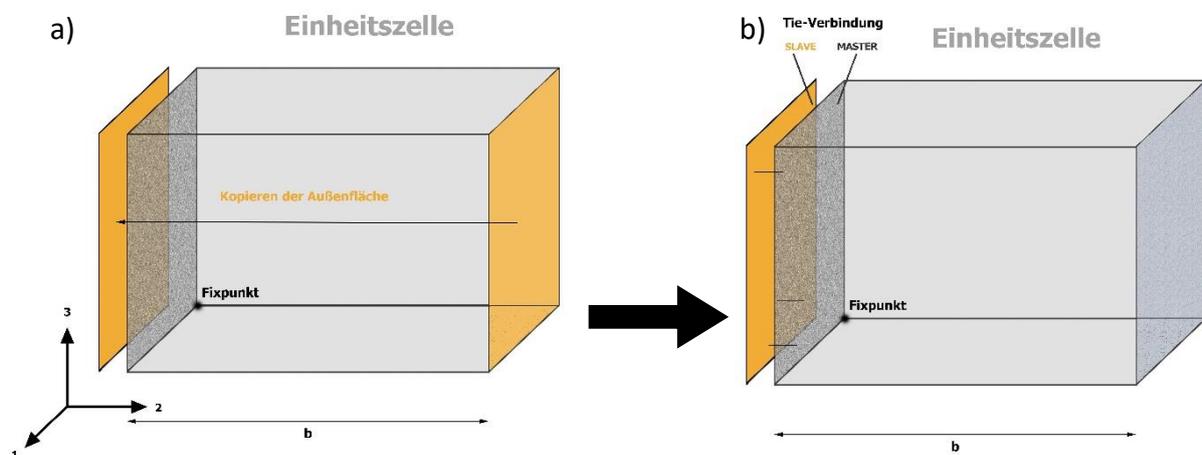


Abbildung 16: a) Kopieren der Außenfläche in 2-Richtung, b) Verknüpfung zweier Flächen mittels 'Tie'-Verbindung

Die Knoten des kopierten SHELL-Parts, sowie der gegenüberliegenden Außenfläche der Einheitszelle, wurden in eigenen Knotensets abgelegt. Nachdem der SHELL-Part eine Kopie der besagten Außenfläche war, hatten beide Flächen gleich viele Knoten mit gleichen Koordinaten in 1- und 3-Richtung. Die Knotensets mussten so sortiert werden, dass gegenüberliegende Knoten aus beiden Sets den gleichen Index im jeweiligen Set hatten. In Abaqus ist es möglich,

zwei gleich sortierte Sets über eine einzelne ‚Constraint Equation‘ (CE) mit einem Referenzpunkt so zu verknüpfen, dass die Freiheitsgrade jeweils zweier Knoten mit gleichem Index gekoppelt werden. Der Benutzer kann dabei festlegen, von welchem Knotenset die Freiheitsgrade eliminiert werden sollen. Abbildung 17 zeigt die Vorgehensweise schematisch für eine von drei Richtungen.

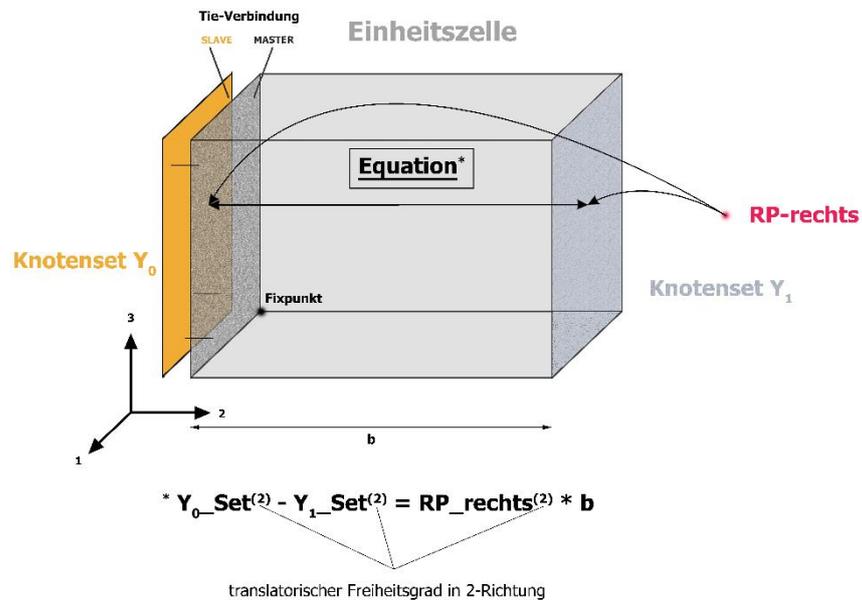


Abbildung 17: Kopplung von Knotensets bei periodischen Randbedingungen

In Abbildung 17 unten ist eine der neun CEs gezeigt, welche für die Aufbringung periodischer Randbedingungen nötig waren. Die vom Benutzer vorgegebenen Dehnungslasten wurden als Verschiebungen über Referenzpunkte an der Einheitszelle aufgebracht. Diese Verschiebungen wurden bei der Kopplung von Referenzpunkt und Einheitszelle mit der Kantenlänge der Einheitszelle in der jeweiligen Raumrichtung multipliziert, um der ursprünglich vorgesehenen technischen Dehnung zu entsprechen. In Abbildung 17 wird die Verschiebung des Referenzpunkts *RP_rechts* in 2-Richtung mit der Kantenlänge *b* multipliziert, um der technischen Dehnung der Einheitszelle zu entsprechen. Auf diese Weise konnten sowohl Normal- als auch Scherdehnungen aufgebracht werden. Für jede der drei Raumrichtungen gab es je einen Referenzpunkt.

In Abbildung 17 wurden erst die Freiheitsgrade des SHELL-Parts (Knotenset Y_{0_Set}) eliminiert und an die linke Außenfläche der Einheitszelle gekoppelt. Die gezeigte CE eliminiert dann den

2. Freiheitsgrad (Translation in 2-Richtung) des Knotensets Y_1_Set in 2-Richtung und koppelt ihn an das Knotenset Y_0_Set .

Beispiel: Eine Einheitszelle soll um 0,2 % in 2-Richtung gedehnt werden. Am Referenzpunkt wird demnach eine Verschiebung von 0,002 mm in 2-Richtung aufgebracht. Durch die Kopplung wird an der Einheitszelle eine Verschiebung von $(0,002 \text{ mm} * b)$ aufgebracht, um die jedes gegenüberliegende Knotenpaar in den Knotensets Y_0_Set und Y_1_Set in 2-Richtung auseinander bewegen muss. Diese Verschiebung entspricht der vorgesehenen technischen Dehnung von 0,2 %. Für kleine Dehnungen entspricht dies annähernd der wahren Dehnung.

Abbildung 18 zeigt qualitativ die Position aller Referenzpunkte (*RP-oben*, *RP-rechts* und *RP-vorne*) und Knotensets (X_0 , X_1 , Y_0 , Y_1 , Z_0 und Z_1), welche für die Erstellung periodischer Randbedingung verwendet wurden.

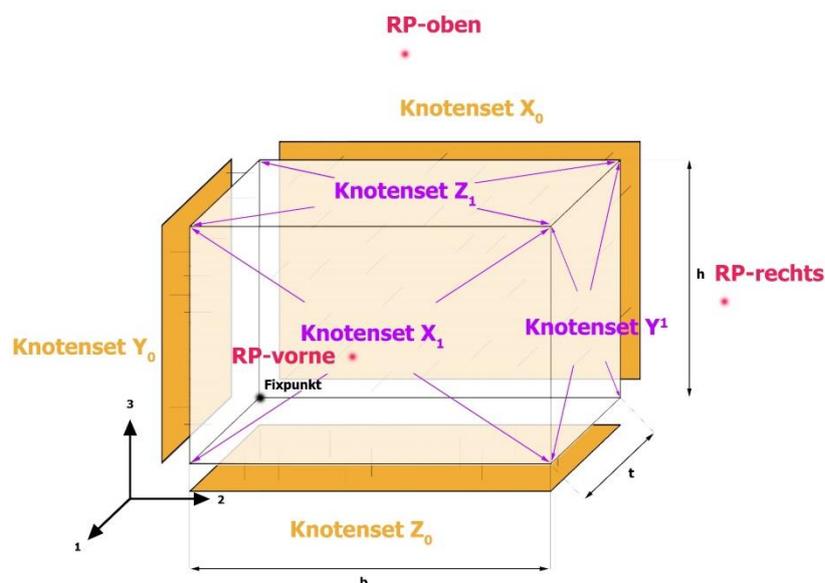


Abbildung 18: Referenzpunkte und Knotensets für periodische Randbedingungen

Die neun CE für periodische Randbedingungen waren wie folgt definiert:

$$X_1_Set^{(1)} - X_0_Set^{(1)} = RP-vorne^{(1)} * t \quad (26)$$

$$X_1_Set^{(2)} - X_0_Set^{(2)} = RP-vorne^{(2)} * t \quad (27)$$

$$X_1_Set^{(3)} - X_0_Set^{(3)} = RP-vorne^{(3)} * t \quad (28)$$

$$Y_{1_Set}^{(1)} - Y_{0_Set}^{(1)} = RP-rechts^{(1)} * b \quad (29)$$

$$Y_{1_Set}^{(2)} - Y_{0_Set}^{(2)} = RP-rechts^{(2)} * b \quad (30)$$

$$Y_{1_Set}^{(3)} - Y_{0_Set}^{(3)} = RP-rechts^{(3)} * b \quad (31)$$

$$Z_{1_Set}^{(1)} - Z_{0_Set}^{(1)} = RP-oben^{(1)} * h \quad (32)$$

$$Z_{1_Set}^{(2)} - Z_{0_Set}^{(2)} = RP-oben^{(2)} * h \quad (33)$$

$$Z_{1_Set}^{(3)} - Z_{0_Set}^{(3)} = RP-oben^{(3)} * h \quad (34)$$

Es wurden jeweils die Freiheitsgrade der Knotensets der SHELL-Parts eliminiert. Einzelne Kanten wurden aus den Knotensets entfernt, um eine mehrfache Eliminierung von Freiheitsgraden zu vermeiden.

Beim Modellaufbau wurde weiters eine Möglichkeit eingebaut, Dehnungslasten in beliebiger Richtung in der 23-Ebene aufzubringen. Damit in diesem Fall weiterhin die Möglichkeit besteht, Freiheitsgrade in bestimmten Richtungen bei der Lastaufbringung freizulassen, wurden dem Modell drei neue Referenzpunkte hinzugefügt. Die vom Benutzer vorgegebenen Lasten wurden nun an den drei neuen (äußeren) Referenzpunktpunkten aufgebracht. Die Freiheitsgrade der inneren Referenzpunkte wurden eliminiert und mittels CEs an die äußeren Referenzpunkte gekoppelt. Die Drehung der Lasten erfolgte im Zuge dieser CEs. Hierfür war eine Drehung der durch den Benutzer vorgegebenen Lastmatrix nötig. Eine Dehnungslastmatrix (ϵ) kann wie folgt um die 1-Achse gedreht werden:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$... ursprüngliche Lastmatrix
 $\mathbf{R}_1(\varphi)$... Drehmatrix um 1 – Achse
 φ ... Lastwinkel
 $\boldsymbol{\varepsilon}_{rot}$... rotierte Lastmatrix

$$\mathbf{R}_1(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{rot} = \mathbf{R}_1 * \boldsymbol{\varepsilon} * \mathbf{R}_1^T \quad (37)$$

Gleichung (37) wurde in weiterer Folge benutzt, um Lasten unter einem Lastwinkel φ in 23-Ebene an den inneren Referenzpunkten aufzubringen.

Abbildung 19 zeigt das Einheitszellenmodell mit den neu hinzugefügten äußeren Referenzpunkten. ε_{ii} bezeichnet hierbei die Normaldehnung der Einheitszelle in i -Richtung. ε_{ij} ($i \neq j$) bezeichnet die Scherdehnung der Ebene normal auf die j -Achse in i -Richtung.

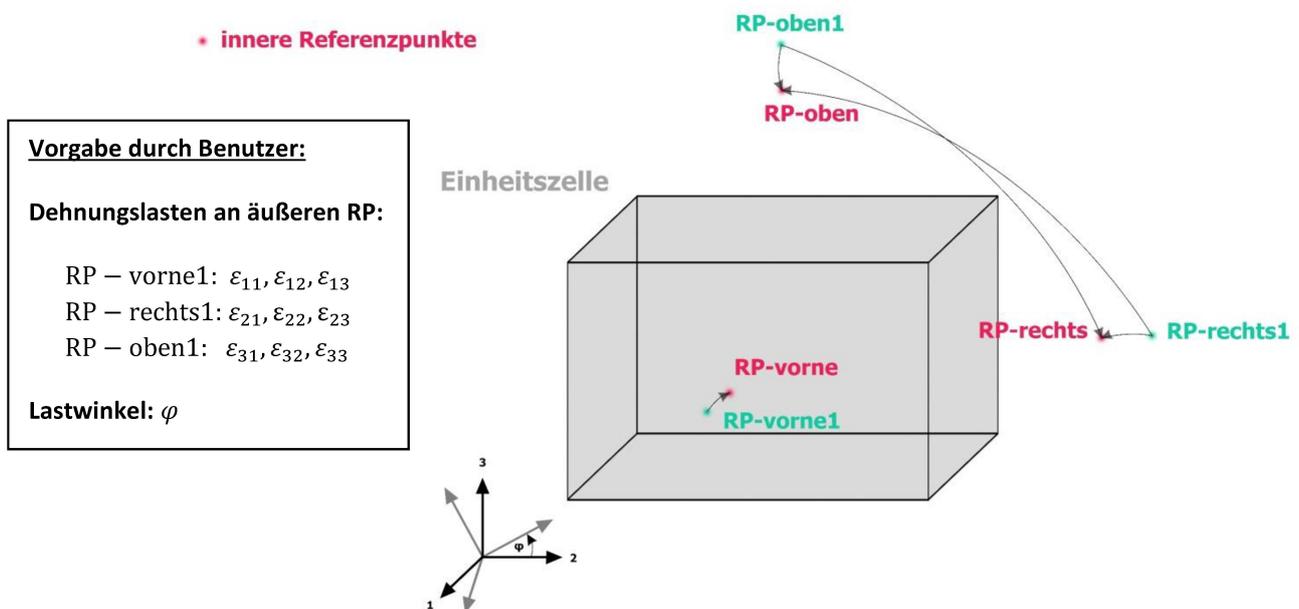


Abbildung 19: Neue Referenzpunkte für Drehung der Dehnungslasten

Die Kopplung der Dehnungslasten an den inneren Referenzpunkten ($\varepsilon_{ij_{innen}}$) unter einem vorgegebenen Lastwinkel φ erfolgte über (37). Bei den folgenden Berechnungen ist

oberhalb angegeben, über welchen Referenzpunkt die jeweiligen Dehnungslasten aufgebracht werden.

RP-vorne

$$\varepsilon_{11_{innen}} = \varepsilon_{11} \quad (38)$$

$$\varepsilon_{12_{innen}} = \varepsilon_{12} * \cos(\varphi) + \varepsilon_{13} * \sin(\varphi) \quad (39)$$

$$\varepsilon_{13_{innen}} = \varepsilon_{12} * \sin(\varphi) + \varepsilon_{13} * \cos(\varphi) \quad (40)$$

RP-rechts

$$\varepsilon_{21_{innen}} = \varepsilon_{21} * \cos(\varphi) - \varepsilon_{31} * \sin(\varphi) \quad (41)$$

$$\varepsilon_{22_{innen}} = [\varepsilon_{22} * \cos(\varphi) - \varepsilon_{32} * \sin(\varphi)] * \cos(\varphi) - [\varepsilon_{23} * \cos(\varphi) - \varepsilon_{33} * \sin(\varphi)] * \sin(\varphi) \quad (42)$$

$$\varepsilon_{23_{innen}} = [\varepsilon_{22} * \cos(\varphi) - \varepsilon_{32} * \sin(\varphi)] * \sin(\varphi) + [\varepsilon_{23} * \cos(\varphi) - \varepsilon_{33} * \sin(\varphi)] * \cos(\varphi) \quad (43)$$

RP-oben

$$\varepsilon_{31_{innen}} = \varepsilon_{21} * \sin(\varphi) + \varepsilon_{31} * \cos(\varphi) \quad (44)$$

$$\varepsilon_{32_{innen}} = [\varepsilon_{22} * \sin(\varphi) + \varepsilon_{32} * \cos(\varphi)] * \cos(\varphi) - [\varepsilon_{23} * \sin(\varphi) + \varepsilon_{33} * \cos(\varphi)] * \sin(\varphi) \quad (45)$$

$$\varepsilon_{33_{innen}} = [\varepsilon_{22} * \sin(\varphi) + \varepsilon_{32} * \cos(\varphi)] * \sin(\varphi) + [\varepsilon_{23} * \sin(\varphi) + \varepsilon_{33} * \cos(\varphi)] * \cos(\varphi) \quad (46)$$

Die Dehnungslasten werden ohne Berücksichtigung des vorgegebenen Lastwinkels an den äußeren Referenzpunkten *RP-vorne1*, *RP-rechts1* und *RP-oben1* aufgebracht. Die Freiheitsgrade der inneren Referenzpunkte *RP-vorne*, *RP-rechts* und *RP-oben* werden über die gezeigten Gleichungen (38) bis (46) an die äußeren Referenzpunkte gekoppelt, was zu einer Belastung der Einheitszelle unter gegebenem Lastwinkel φ führt.

3.6 Berechnung von Steifigkeiten aus den 6 elementaren Lastfällen

Für die Ermittlung der Einträge der Elastizitäts (E)- bzw. Nachgiebigkeitsmatrix (C) eines anisotropen Werkstoffes ist die Aufbringung mehrerer unterschiedlicher Lastfälle notwendig. Hierzu haben Zohdi und Wriggers [22] drei uniaxiale Dehnungszustände und drei Zustände reiner Scherverformung vorgeschlagen. Im Allgemeinen werden diese Lastfälle als die 6 elementaren Lastfälle bezeichnet. Abbildung 20 zeigt die Aufbringung von uniaxialem Zug in 2-Richtung (ε_{22}) sowie die Aufbringung reiner Scherverformung in 23-Ebene (γ_{23}) als Beispiel.

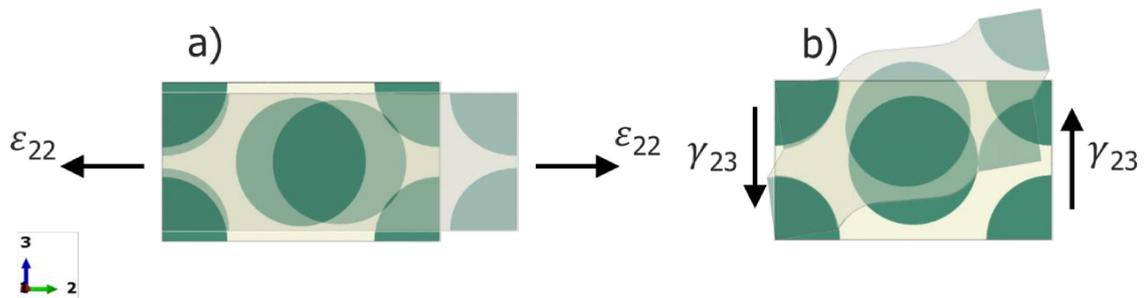


Abbildung 20: Aufbringung von a) uniaxialem Zug in 2-Richtung und b) reiner Scherverformung in 23-Ebene

Alle Einheitszellenmodelle dieser Arbeit wurden mit den 6 elementaren Lastfällen beaufschlagt, wobei jeweils 1% für Normal- und Scherdehnung eingestellt wurde. Die Dehnungen wurden normal auf die jeweilige Belastungsrichtung nicht behindert. Da am Modell keine zusätzlichen Spannungen aufgebracht wurden, hat die gemittelte Normalspannung in diesen Richtungen einen Wert von 0.

Scherdehnungen wurden als „simple shear“, also ohne Rotationsanteil aufgebracht. Zur Bestimmung der E-Module E_i und G-Module G_{ij} in den verschiedenen Richtungen wurde die Nachgiebigkeitsmatrix C des jeweiligen Einheitszellenmodells unter verschiedenen Winkeln berechnet. Die einzelnen Einträge wurden wie folgt aus den gemittelten Spannungs (σ)- und Dehnungsvektoren (ε) eines Modells berechnet (Abbildung 21).

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{36} & C_{46} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix}$$

$$C_{ij} = \frac{\varepsilon_j^{\text{Lastfall } i}}{\sigma_i^{\text{Lastfall } i}} \quad (47)$$

Der Index i gibt den Lastfall an:

- $i = 1$: Zug in 1-Richtung
- $i = 2$: Zug in 2-Richtung
- $i = 3$: Zug in 3-Richtung
- $i = 4$: Scherung in 12-Ebene
- $i = 5$: Scherung in 13-Ebene
- $i = 6$: Scherung in 23-Ebene

Der Index j gibt die Komponente des gemittelten Spannungs- bzw. Dehnungsvektors an:

- $j = 1$ — ε_{11}
- $j = 2$ — ε_{22}
- $j = 3$ — ε_{33}
- $j = 4$ — ε_{12}
- $j = 5$ — ε_{13}
- $j = 6$ — ε_{23}

Abbildung 21: Berechnung der Nachgiebigkeitsmatrix \mathbf{C} aus den 6 elementaren Lastfällen

Beispiel: Es soll die Komponente C_{23} der Steifigkeitsmatrix berechnet werden. Nach (47) werden daher die Komponente ε_{33} des Dehnungsvektors ε im Lastfall „Zug in 2-Richtung“ sowie die Komponente σ_{22} des Spannungsvektors σ im Lastfall „Zug in 2-Richtung“ betrachtet:

$$C_{23} = \frac{\varepsilon_{33, \text{Zug in 22-Richtung}}}{\sigma_{22, \text{Zug in 22-Richtung}}} \quad (48)$$

Ist die Nachgiebigkeitsmatrix \mathbf{C} bestimmt, können die E-Module E_i und Schubmodule G_{ij} sowie die Querkontraktionszahlen ν_{ij} durch einfache Umformungen bestimmt werden:

$$C_{11} = \frac{1}{E_1}, C_{22} = \frac{1}{E_2}, C_{33} = \frac{1}{E_3}, C_{44} = \frac{1}{G_{12}}, C_{55} = \frac{1}{G_{13}}, C_{66} = \frac{1}{G_{23}} \quad (49)$$

$$C_{12} = -\frac{\nu_{21}}{E_1}, C_{13} = -\frac{\nu_{31}}{E_1}, C_{23} = -\frac{\nu_{32}}{E_2} \quad (50)$$

4 Erstellung eines interaktiven Tools in Python

Um eine gute Einlesbarkeit von Modellparametern, sowie eine interaktive grafische Darstellung von Simulationsergebnissen zu ermöglichen, wurde eine Python-Benutzeroberfläche (Python-Tool) entwickelt. Die Funktionen des Tools werden in diesem Kapitel erläutert.

4.1 Anforderungen an das Tool

Das Tool soll die Möglichkeit besitzen, Modellparameter über eine grafische Oberfläche einzulesen. Mit den Daten soll anschließend das Modellaufbauscript (Kapitel 3) aufgerufen werden, welches eine oder mehrere Varianten von Einheitszellenmodellen in Abaqus erstellt, berechnet und ausgewertet. Für jede Modellvariante soll ein eigener Ordner angelegt werden, in welchem die Ergebnisse der Simulation abgelegt werden. Das Tool soll weiters die Möglichkeit besitzen, Input-Files für das Arigen-Tool zur Erstellung von Faserlisten mit zufälliger Faseranordnung zu erzeugen (siehe Kapitel 4.5). Ergebnisdaten sollen aus den Ordnern mit den Simulationsergebnissen ausgelesen werden. Es sollen Optionen zur Darstellung von Steifigkeiten und Spannungskomponenten gegeben sein. Für die schnelle Vergleichbarkeit soll die grafische Oberfläche interaktiv sein und schnell zwischen unterschiedlichen Simulationsergebnissen umschalten können.

4.2 Skripthierarchie

Abbildung 22 zeigt schematisch, welche unterschiedlichen Skripte in dieser Arbeit verwendet wurden, wie sie miteinander interagieren, woher sie ihre Informationen beziehen und wo sie die Ergebnisse aus den Simulationen ablegen.

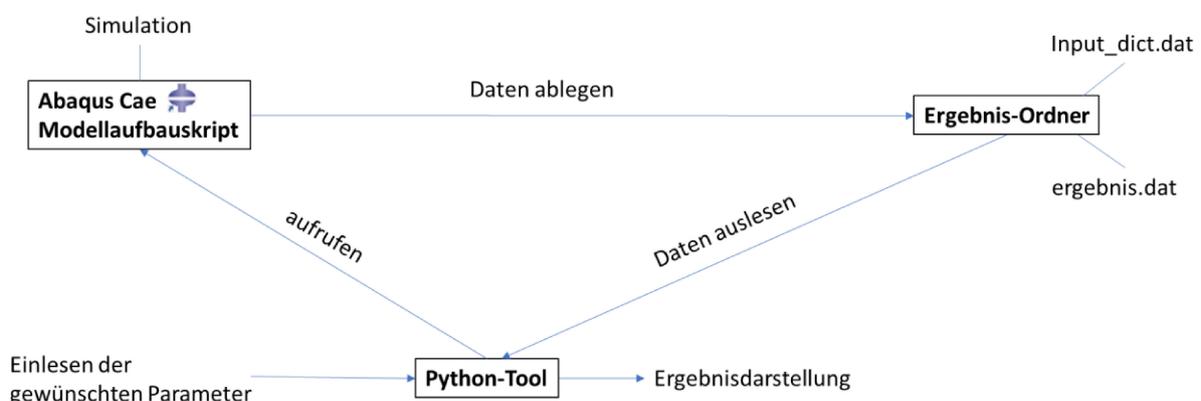


Abbildung 22: Skripthierarchie und -interaktion

Alle gewünschten Modellaufbauparameter können über das Python-Tool eingegeben werden. Mit diesen Modellparametern wird das Modellaufbauscript (Kapitel 3) ausgeführt, welches ein oder mehrere Modellvarianten in Abaqus aufbaut und die gewünschten Lastfälle berechnet. Die Simulationsergebnisse werden danach im Python-Tool angezeigt und in einem eigens für diese Modellvariante erstellen Ergebnis-Ordner in Form von „.dat“-Files (unter anderem im File „ergebnis.dat“) abgelegt. Im Ergebnis-Ordner werden außerdem die Eingabeparameter des Modells in einem File namens „Input_dict.dat“ abgespeichert. Abgespeicherte Ergebnisse können jederzeit aus dem Ergebnis-Ordner ins Python-Tool geladen und grafisch dargestellt werden.

4.3 Aufbau

Die Grundoberfläche des Tools wurde mithilfe der Python-Bibliothek „tkinter“ erstellt. Die Oberfläche ist in mehrere Fensterbereiche unterteilt, welche in weiterer Folge als Frames bezeichnet werden. Um möglichst benutzerfreundlich zu sein, wurden mehrere Hintergrundfunktionen eingebaut. Zum Beispiel werden alle durch den Benutzer getätigten Eingaben in den Eingabefeldern automatisch bei jedem Tastaturanschlag abgefragt und in einer „Dictionary“-Variable gespeichert. Dies ermöglicht es beispielsweise, Daten zwischenspeichern und später wieder über ein Drop-Down-Menü aufzurufen. Es ist außerdem möglich, eine Vorschau der Einheitszelle mit den aktuellen Eingaben anzufordern (über den „Vorschau“-Button). Wird der „Submit“-Button gedrückt während unter dem Label „Aufrufen“ im Drop-Down-Menü „Run“ oder „Run (background)“ ausgewählt ist, so werden alle Einträge der Dictionary-Variable in einem „.dat“-File abgespeichert. Wie bereits in Kapitel 4.2 beschrieben, wird dann das Modellaufbauscript (Kapitel 3) aufgerufen, welches seine Parameter aus dem entsprechenden „.dat“-File bezieht und in Abaqus die angeforderten Modellvarianten aufbaut und simuliert. Die Ergebnisse der Simulation werden vom Modellaufbauscript in einem neu erstellten Ordner abgelegt und können nun ausgelesen werden. Wird im Drop-Down-Menü unter „Aufrufen“ die Auswahlmöglichkeit „Evaluate“ gewählt, so werden bei Drücken des „Submit“-Buttons nur die Daten einer bereits gerechneten Modellvariante geladen, deren Ordnerbezeichnung unter „Filename“ angegeben wird. Die Daten werden in einem weiteren Frame in Form von verschiedenen Plots dargestellt, wobei der Benutzer zwischen ihnen wechseln kann. Alle Plots werden über Funktionen der Bibliothek „matplotlib“ direkt in diesem Frame gezeichnet und nicht erst als fertige Bilder

importiert. Die Grafiken sind dadurch interaktiv und können vom Benutzer mit der eingebauten Matplotlib-Toolbar manipuliert werden (Zoomen, Verschieben, Verzerren, ...). Ein weiteres Frame unterhalb der Plots bietet die Möglichkeit, die Datenauswahl für die aktuell geladene Modellvariante zu verändern sowie zwischen den verschiedenen Plots zu wechseln. Wurde zum Beispiel eine Modellvariante mit unterschiedlichen Lastwinkeln oder Lastfällen gerechnet, kann in Plots zwischen ihnen gewechselt werden.

4.4 Eingabeparameter des Python-Tools

Im Folgenden werden alle Eingabeparameter für den Aufbau von Einheitszellenmodellen beschrieben, welche über das Python-Tool eingegeben werden können. Abbildung 23 zeigt einen Ausschnitt des Python-Tools, in welchem man als Benutzer diese Parameter eingeben kann. Die einzelnen Abschnitte der Oberfläche sind in Abbildung 23 nummeriert und werden im Folgenden erläutert.

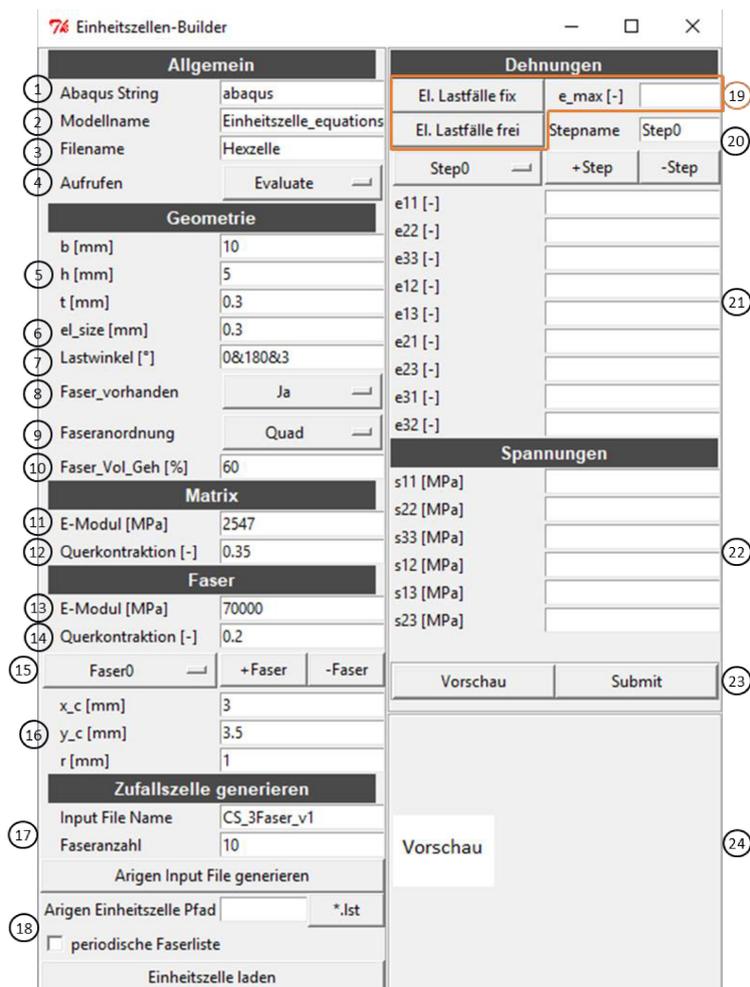


Abbildung 23: Eingabeparameter des Python-Tools

1. Abaqus String: Hier kann die Konsolenzeile, über welche Abaqus gestartet wird, angepasst werden. Sind mehrere Abaqus-Versionen auf dem lokalen Computer installiert, kann man die gewünschte Version über diesen Eintrag auswählen.
2. Modellname: Dateiname des Modellaufbauskripts (Kapitel 3), welches in weiterer Folge aufgerufen werden soll.
3. Filename: Name des Ergebnis-Ordners, welcher für diese Modellvariante angelegt wird.
4. Aufrufen: Drop-Down-Menu, welches die Möglichkeiten „Run“, „Run (bg)“ und „Evaluate“ bietet. Ist „Run“ gewählt, so wird eine neue Modellvariante mit den eingestellten Parametern erstellt und durchsimuliert. Bei „Run (bg)“ passiert das gleiche, nur wird Abaqus lediglich im Hintergrund ausgeführt. Bei „Evaluate“ werden alle Eingaben bis auf „Filename“ ignoriert. Es werden die Ergebnisse einer bereits gerechneten Modellvariante aus dem entsprechenden Ergebnis-Ordner geladen.
5. Einheitszellengeometrie: Breite b , Höhe h und Tiefe t der Einheitszelle in mm .
6. el_size [mm]: Durchschnittliche Elementgröße des Netzes.
7. Lastwinkel [°]: Winkel, unter welchem Lasten aufgebracht werden. Es ist möglich, mehrere Modellvarianten in einem bestimmten Winkelbereich zu rechnen. In das Feld muss hierfür folgende Notation eingegeben werden (Abbildung 24):

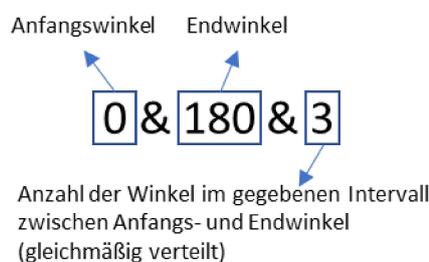


Abbildung 24: Notation für Eingabe von mehreren Winkeln

8. Faser vorhanden: Ist im Drop-Down-Menu „Ja“ markiert, so hat dies keine weitere Auswirkung auf andere Einträge im Tool. Ist jedoch „Nein“ markiert, so werden alle weiteren Einträge, die sich auf die Fasern in der Einheitszelle beziehen, ignoriert und es wird eine Einheitszelle mit reinem Matrixmaterial modelliert. Diese Option ist vor allem für Testzwecke relevant.
9. Faseranordnung: Drop-Down-Menu mit den Optionen „Quad“, „Hex“, „Mori“ und „Rnd“. Die Option „Quad“ erstellt beim Modellaufbau eine Einheitszelle mit quadratischer Faseranordnung mit Kantenlänge b . Der eingegebene Wert für h (Höhe

der Einheitszelle) wird in diesem Fall ignoriert. Die Option „Hex“ erzeugt beim Modellaufbau eine hexagonale Einheitszelle mit Breite b . Der eingegebene Wert h wird nach (24) neu berechnet und die aktuelle Benutzereingabe überschrieben. Die Option „Mori“ erzeugt beim Modellaufbau eine Einheitszelle mit Mori-Tanaka-Material (Kap.3.3.3). Ist „Rnd“ ausgewählt, so wird eine Einheitszelle mit der unter Punkt 15 angegebenen Faserliste erzeugt.

10. Faser Vol Geh [%]: Gibt den Faservolumengehalt der Einheitszelle an. Dieser Wert wird ignoriert, wenn unter Punkt 9 „Rnd“ ausgewählt ist.
11. E-Modul [MPa]: Elastizitätsmodul des Matrixmaterials.
12. Querkontraktion [-]: Querkontraktionszahl des Matrixmaterials.
13. E-Modul [MPa]: Elastizitätsmodul des Fasermaterials.
14. Querkontraktion [-]: Querkontraktionszahl des Fasermaterials.
15. Faserliste erzeugen: Drop-Down-Menu mit allen selbst erstellten Fasern in der Einheitszelle. Mit den Buttons „+Faser“ und „-Faser“ können Fasern hinzugefügt oder entfernt werden.
16. Fasergeometrie und -position: „x_c [mm]“ und „y_c [mm]“ geben die Faserposition innerhalb der Einheitszelle an. „r [mm]“ gibt den Faserradius an. Die Werte werden bei Eingabe automatisch für die in Punkt 15 aktuell ausgewählte Faser angepasst.
17. Zufallszelle generieren: Hier kann ein Input-File für das Arigen-Tool (Kapitel 4.5) generiert werden, mit dem dann eine zufällig angeordnete Einheitszelle (Zufallszelle) erzeugt werden kann. Alle Geometrie- und Materialdaten werden aus den Eingabefeldern der Punkte 5-14 entnommen. Der Dateiname des Input Files und die Anzahl an Fasern können eingegeben werden. Der minimale Abstand zwischen Fasern bei der Erzeugung zufälliger Faserlisten ist standardmäßig auf 0,2% des Faserradius gesetzt.
18. Zufallszelle laden: Eine mit dem Arigen-Tool (Kapitel 4.5) erzeugte Faserliste kann hier geladen werden. Die Felder der Punkte 5-14 werden beim Laden automatisch angepasst. Die Faserliste in Punkt 15 wird automatisch mit den Fasern der Zufallszelle ersetzt. Beim Laden einer solchen Faserliste muss die Checkbox „periodische Faserliste“ angehakt werden, da die Periodizität der Fasern in der Zelle bereits vom Arigen-Tool berücksichtigt wird.

19. Lastfälle erzeugen: Hier können die 6 elementaren Lastfälle (Zug und Scherung in jeweils drei Raumrichtungen) erzeugt werden, ohne jeden Lastfall einzeln unter Punkt 20 bzw. 21 eingeben zu müssen. Nachdem der Wert der Absolutdehnung unter „e_max“ eingetragen wurde, können mit dem Button „El. Lastfälle fix“ 6 Lastfälle erzeugt werden, bei denen alle Dehnungen der Einheitszelle bis auf die Lastrichtung 0 gesetzt sind. Der Button „El. Lastfälle frei“ erzeugt hingegen 6 Lastfälle, bei denen die Normaldehnungen der Einheitszelle, welche im aktuellen Lastfall nicht spezifiziert wurden, frei sind. Lastfälle, welche unter Punkt 20 bzw. 21 bereits definiert wurden, werden bei Drücken eines der zwei erläuterten Buttons gelöscht und ersetzt.
20. Steps definieren: Drop-Down-Menu aller definierten Lastfälle. Mit „+Step“ bzw. „-Step“ können Lastfälle entfernt oder hinzugefügt werden. Mit jedem eingegebenen Lastfall wird in weiterer Folge in Abaqus eine eigene Modellvariante aufgebaut, um voneinander unabhängige Simulationen zu ermöglichen.
21. Dehnungen definieren: Die aufzubringenden Dehnungslasten des unter Punkt 20 aktuell ausgewählten Lastfalls können hier angepasst werden.
22. Spannungen definieren: Die aufzubringenden Spannungslasten des aktuell unter Punkt 20 ausgewählten Lastfalls können hier angepasst werden. Diese Option ist noch nicht vollständig implementiert und wurde für die Simulationen dieser Arbeit nicht verwendet.
23. Submit: Über den „Submit“-Button werden alle eingegebenen Parameter in einem „.dat“-File gespeichert. Je nachdem was unter Punkt 4 ausgewählt wurde, wird entweder eine neue Modellvariante in Abaqus aufgebaut und simuliert, oder es werden nur Ergebnisdaten aus vorherigen Simulationen geladen. Über den „Vorschau“-Button kann eine Vorschau der Einheitszelle mit den aktuell eingegebenen Parametern geladen werden.
24. Vorschau-Frame: In diesem Frame wird die Vorschau der Geometrie der aktuellen Einheitszelle angezeigt, wenn der entsprechende Button unter Punkt 23 angeklickt wurde.

4.5 Das Arigen-Tool

Das Arigen Tool Vers. A-2LI/012 wurde zur Erstellung von Einheitszellen mit zufälliger Faseranordnung verwendet. Das Tool wurde am Institut für Leichtbau und Struktur-

Biomechanik an der TU Wien unter Professor H. Böhm entwickelt. Das Programm ist in Fortran geschrieben und verwendet einen RSA (Random Sequential Adsorption) in Kombination mit einem Random Shaker von Segurado. [23]

Das Tool verwendet eigene Input Files im Textformat. Einheitszellengeometrie, Anzahl der Fasern, Faservolumengehalt, Minimalabstände zwischen Fasern und die Art der Randbedingungen können angegeben werden. Im Python-Tool wurde eine Möglichkeit implementiert, diese Input-Files zu generieren. Das Arigen-Tool speichert eine Liste mit Koordinaten und Radien von einzelnen Fasern in einem Output-File. Im Python-Tool kann ein solches Output-File eingelesen werden und ein Einheitszellenmodell mit der erzeugten Faserliste generiert werden.

4.6 Darstellungsmöglichkeiten von Ergebnissen im Python-Tool

Das Python-Tool ermöglicht es, Ergebnisdaten aus Simulationen grafisch darzustellen. In diesem Kapitel werden diese Möglichkeiten beschrieben.

Im Python-Tool gibt es einen eigenen Fensterbereich (Frame), über welchen zwischen den unterschiedlichen Plotansichten gewechselt werden kann (Abbildung 25).

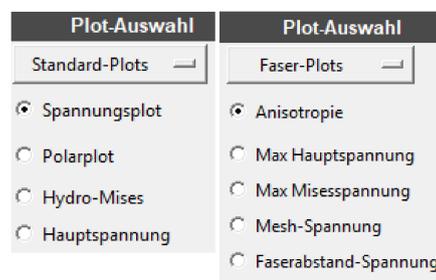


Abbildung 25: Ausschnitt aus dem Python-Tool: Auswahl aus verschiedenen Plots zur Ergebnisdarstellung

4.6.1 Darstellung der Steifigkeit in verschiedenen Richtungen in Form von Polarplots

Steifigkeiten in verschiedenen Richtungen können mithilfe von Polarplots dargestellt werden. Dabei stellt der richtungsabhängige Radius die jeweilige Steifigkeitskomponente dar. Im Polarplot sind die Elastizitäts (E_1, E_2, E_3) - und Schubmodule (G_{12}, G_{13}, G_{23}) über Lastwinkel zwischen 0° und 360° dargestellt. Jeder Punkt stellt eine eigene Simulation dar, wobei zwischen den Punkten mithilfe eines quadratischen Polynoms interpoliert wurde. E_1 und E_{MTM1} werden aus Platzgründen separat angeschrieben, da die Steifigkeitswerte in Faserverbundwerkstoffen in Faserrichtung üblicherweise deutlich über den Steifigkeitswerten quer zur Faserrichtung liegen. Abbildung 26 zeigt als Beispiel die Steifigkeitsverteilung einer Einheitszelle mit quadratischer Faseranordnung (Quadzelle) als Polarplot.

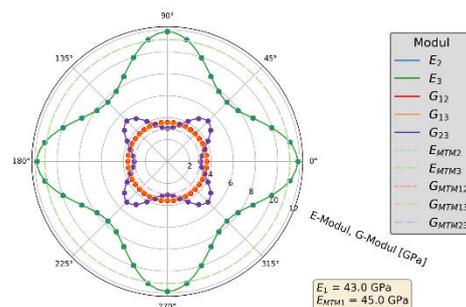


Abbildung 26: Steifigkeitsverteilung der Quadzelle in Form eines Polarplots

Die in Abbildung 26 angeführten Module werden aus der Nachgiebigkeitsmatrix der jeweiligen Einheitszelle berechnet. Die einzelnen Einträge der Nachgiebigkeitsmatrix werden, wie in Kapitel 3.6 beschrieben, durch Aufbringen der 6 elementaren Lastfälle und Auswerten der gemittelten lokalen Spannungs- und Dehnungsfelder ermittelt.

Es werden außerdem die Elastizitäts (E_{MTM1} , E_{MTM2} und E_{MTM3}) - und Schubmodule (G_{MTM12} , G_{MTM13} und G_{MTM23}) einer vergleichbaren Einheitszelle mit Mori-Tanaka-Material und mit gleichem Faservolumengehalt (hier 60%) berechnet. Diese sind als strichlierte Linien dargestellt und aufgrund ihrer Richtungsunabhängigkeit kreisförmig im Polarplot.

4.6.2 Darstellung von Spannungskomponenten

In diesem Plot werden die 6 Spannungskomponenten (σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} , τ_{12} , τ_{13} und τ_{23}) in den Elementen der simulierten Einheitszellen über jeweils einer dieser Spannungen dargestellt. Zusätzlich sind Mittelwerte sowie die mittels Mori-Tanaka-Methode berechneten Werte der Spannungskomponenten gezeigt. Abbildung 27 zeigt den Plot anhand der Einheitszelle mit hexagonaler Faseranordnung (Hexzelle).

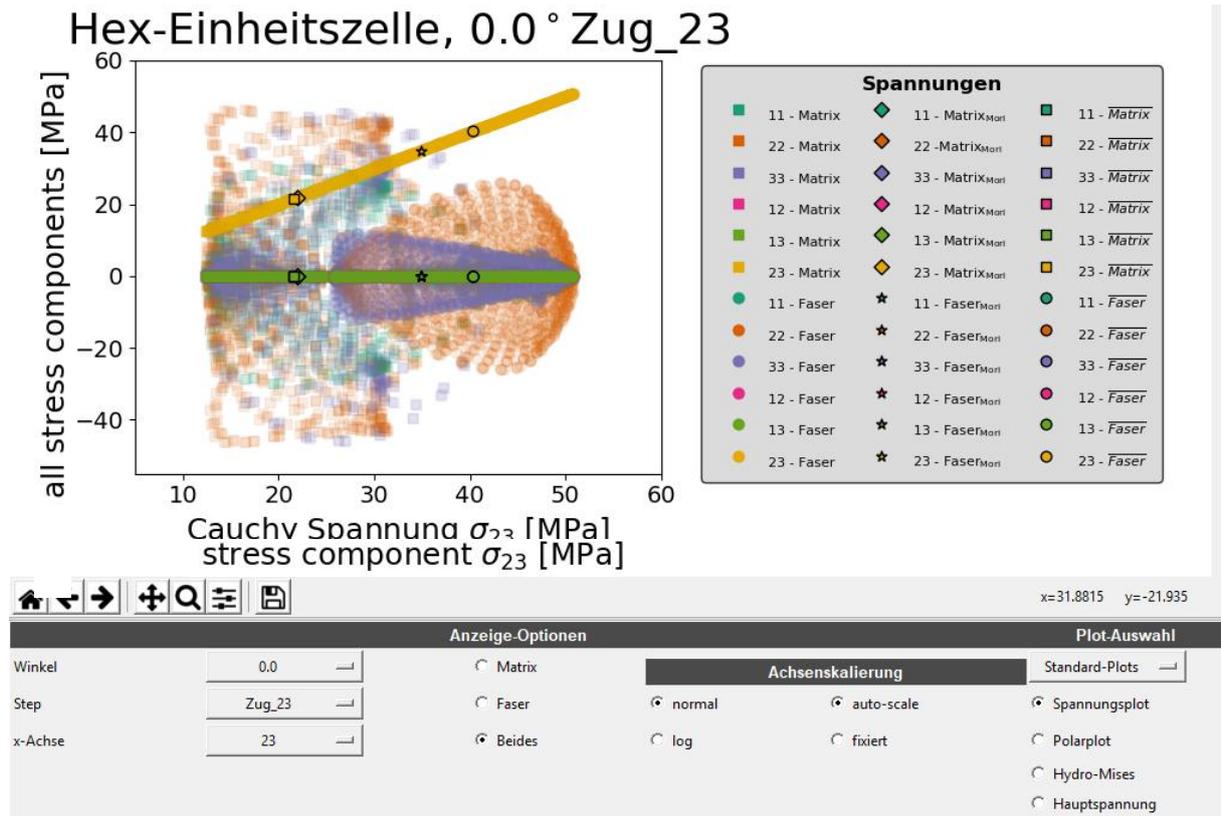


Abbildung 27: Darstellung der Spannungskomponenten am Beispiel der Hexzelle

Jede Spannungskomponente hat eine eigene Farbe. Spannungskomponenten aus Elementen in der Matrixregion sind als gerade Quadrate darstellt, während sie in der Faserregion kreisförmig sind. Die dazugehörigen Mittelwerte sind zusätzlich schwarz umrandet. Schwarz umrandete gedrehte Quadrate und schwarz umrandete Sterne stellen die Mori-Tanaka-Werte der Spannungskomponenten in Matrix bzw. Faserelementen dar.

Neben den Optionen der eingebundenen Matplotlib-Toolbar (z.B.: Zoomen und Verschieben) können die angezeigten Daten im Plot mit selbst erstellten Funktionen der Oberfläche des Python-Tools manipuliert werden. In diesem Plot können der Lastfall (Step), der Lastwinkel sowie die angezeigte Spannung auf der x-Achse über die Drop-Down-Menüs des Python-Tools

geändert werden, sofern die entsprechenden Modellvarianten gerechnet wurden. Weiters können Matrix- und Faserelemente separat ein- und ausgeblendet werden und die Achsenskalierung kann je nach Bedarf auf von linear auf logarithmisch umgestellt werden. Die Minimal- und Maximalwerte der Achsen können fixiert werden, sodass sie für diese Modellvariante gleich bleiben, oder aber man behält die automatische Achsenskalierung („auto-scale“) bei.

4.6.3 Darstellung der von-Mises-Spannung über dem hydrostatischen Spannungsanteil

In diesem Plot werden die berechneten von-Mises-Spannungen σ_{mises} über den hydrostatischen Anteil der Spannungskomponenten σ_h in den Elementen der simulierten Einheitszellen aufgetragen. σ_{mises} und σ_h berechnen sich wie folgt:

$$\sigma_{mises} = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 - \sigma_{11} * \sigma_{22} - \sigma_{11} * \sigma_{33} - \sigma_{22} * \sigma_{33} + 3 * (\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2)} \quad (51)$$

$$\sigma_h = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \quad (52)$$

σ_{ii} ... Normalspannungen
 τ_{ij} ... Schubspannungen

σ_{mises} basiert auf der Formänderungsenergiedichte und wird für die Beschreibung von zähem Materialverhalten (Fließbeginn) herangezogen. Schubspannungen kommen hierbei eine hohe Bedeutung zu. σ_{mises} ist so konstruiert, dass sie bei hydrostatischen Spannungszuständen einen Wert von 0 ergibt. Das kommt daher, dass diese Vergleichsspannung in erster Linie für Metalle entwickelt wurde, bei denen hydrostatische Spannungen keinen Einfluss auf den Fließbeginn haben. Bei vielen Kunststoffen sinkt die Fließgrenze jedoch mit dem hydrostatischen Spannungsanteil, weshalb zur Definition von geeigneten Fließkriterien üblicherweise beide Werte (σ_{mises} und σ_h) angegeben werden.

In Abbildung 28 ist als Beispiel eine Einheitszelle mit quadratischer Faseranordnung (Quadzelle), welche unter reinem Zug in 2-Richtung belastet wird, angeführt.

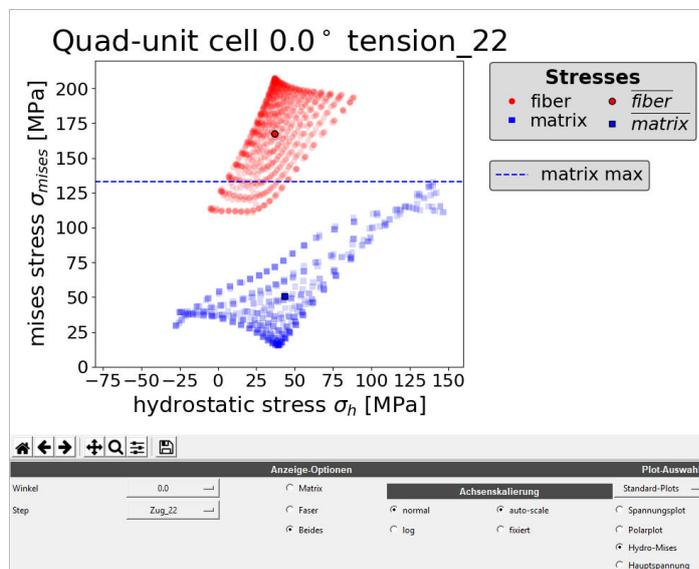


Abbildung 28: Darstellung von σ_{mises} über σ_h im Python-Tool am Beispiel einer Quadzelle

Rote Kreise stellen hierbei die Faserelemente und blaue Quadrate die Matrixelemente dar. Die Mittelwerte der Spannungen im Matrix- und im Faserbereich sind als schwarz umrandete Marker dargestellt. Der höchste auftretende Wert von σ_{mises} in den Matrixelementen ist als blau strichlierte Linie eingezeichnet.

Neben den Optionen der eingebundenen Matplotlib-Toolbar (z.B.: Zoomen und Verschieben) können die angezeigten Daten im Plot mit selbst erstellten Funktionen über die Oberfläche des Python-Tools manipuliert werden. Für den hier gezeigten Plot bietet sich die Möglichkeit den Lastwinkel und die Belastungsart zu verändern. Je nachdem, mit wie vielen Lastwinkeln und Lastfällen eine Modellvariante gerechnet wurde, erscheint in den Drop-Down-Menüs unter dem angezeigten Plot in Abbildung 28 eine entsprechende Auswahl. Weiters können Matrix- und Faserelemente separat ein- und ausgeblendet werden und die Achsenskalierung kann je nach Bedarf auf von linear auf logarithmisch umgestellt werden. Die Minimal- und Maximalwerte der Achsen können fixiert werden, sodass sie für diese Modellvariante gleichbleiben, oder aber man behält die automatische Achsenskalierung („auto-scale“) bei.

4.6.4 Darstellung der Beträge und Richtungen der ersten Hauptnormalspannung

Jeder Spannungszustand eines Elements kann durch Drehung der Koordinatenachsen in einen Zustand gebracht werden, in dem es nur Normalspannungen und keine Schubspannungen

gibt. Die drei resultierenden Normalspannungen in den Richtungen dieses neuen Koordinatensystems werden Hauptnormalspannungen genannt, wobei die erste Hauptnormalspannung am größten ist.

In dem hier vorgestellten Plot werden die berechneten ersten Hauptnormalspannungen σ_I über den Winkeln dieser Spannungen in Bezug auf die Belastungsrichtung (Φ) in den Elementen der simulierten Einheitszellen aufgetragen. σ_I kann aus der Spannungsmatrix jedes Elements durch Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren erhalten werden. Der größte Eigenwert entspricht hierbei dem Betrag von σ_I und der dazugehörige Eigenvektor gibt den Winkel Φ an. Für die Berechnung von Eigenwerten und -vektoren wurden die Funktionen der Python-Bibliothek „Numpy“ verwendet. Nach der Normalspannungshypothese wird σ_I als Indikator für sprödes Werkstoffversagen verwendet. In Abbildung 29 ist als Beispiel eine Einheitszelle mit quadratischer Faseranordnung (Quadzelle), welche unter Zug in 2-Richtung belastet wird, angeführt.

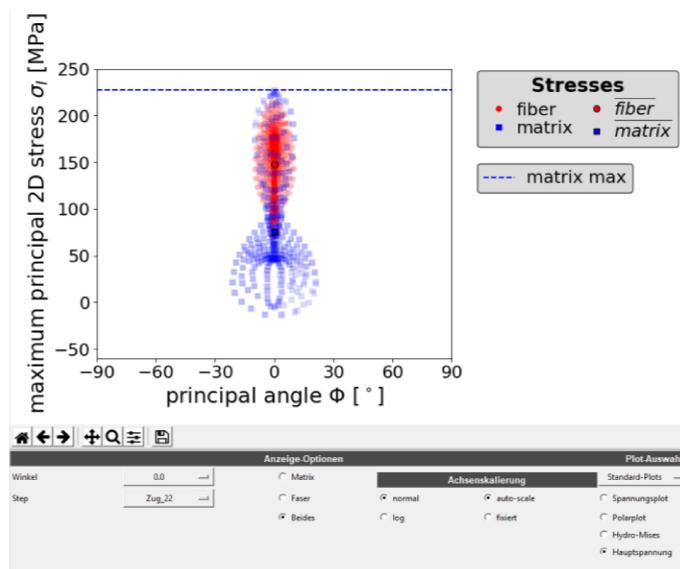


Abbildung 29: Darstellung von σ_I über Φ im Python-Tool anhand einer Quadzelle

Rote Kreise stellen hierbei die Faserelemente und blaue Quadrate die Matrixelemente dar. Die Mittelwerte der Spannungen im Matrix- und im Faserbereich sind als schwarz umrandete Marker dargestellt. Der höchste auftretende Wert von σ_I in den Matrixelementen ist als blau strichlierte Linie eingezeichnet.

Gleich wie bei der Darstellung der von-Mises-Spannung in Kap.4.6.2 können die angezeigten Daten im Plot mithilfe der Matplotlib-Toolbar und mit selbst erstellten Funktionen über die

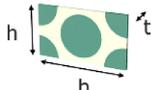
Oberfläche manipuliert werden. Winkel und Belastungsart, sowie die Achsenskalierung können je nach gerechneter Modellvariante über die Oberfläche des Python-Tools verändert werden.

5 Ergebnisse und Diskussion

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der durchgeführten Simulationen dargestellt und diskutiert. Spannungskomponenten, Vergleichsspannungen und Steifigkeiten der einzelnen Modelle werden in verschiedenen Plots dargestellt und verglichen. Es soll gezeigt werden, wie gut die unterschiedlichen Zellen in der Beschreibung der realen Situation von Steifigkeit bzw. lokalen Spannungen geeignet sind. Alle Einheitszellen dieser Arbeit hatten einen Faservolumengehalt von 60%.

Für die hier beschriebenen Ergebnisse wurden Modelle von Einheitszellen mit quadratischer Faseranordnung (Quadzellen), mit hexagonaler Faseranordnung (Hexzellen) und mit zufälliger Faseranordnung (Zufallszellen) in Abaqus simuliert. Tabelle 1 zeigt die verwendeten Geometrie- und Materialparameter.

Tabelle 1: Verwendete Parameter für Einheitszellenmodelle



	Breite b [mm]	Höhe h [mm]	Tiefe t [mm]	Faservolumen- gehalt [-]
 Quadrzelle	10	10	Angepasst an Elementgröße	60%
 Hexzelle	10	5,77		
 Zufallszelle	10	10		
Materialien	Bezeichnung		E-Modul [MPa]	Poisson-Zahl [-]
Matrix	Epoxidharz EPIKOTE RIMR 135		2647	0,35
Faser	E-Glasfaser		70000	0,2

Die Tiefe t aller Einheitszellen wurde so angepasst, dass jeweils nur 1 Element in Tiefenrichtung vorhanden war. Für das Finite-Elemente-Netz wurden Hexaeder-Elemente mit linearen Ansatzfunktionen verwendet.

Als Matrixmaterial kam das Epoxidharz EPIKOTE RIMR 135 (siehe Kapitel 3.3.1) mit einem E-Modul von 2647 MPa und einer Poisson-Zahl von 0,35 zum Einsatz. Als Verstärkungsmaterial

wurden E-Glasfasern mit einem E-Modul von $70\,000\text{ MPa}$ und einer Poisson-Zahl von $0,2$ verwendet. Beide Materialien wurden als linear-elastisch und isotrop definiert.

Zufallszellen wurden mit gleichem Faservolumengehalt von 60% , aber unterschiedlicher Faseranzahl erzeugt. Es wurden jeweils 5 unterschiedliche Zufallszellenmodelle mit 3 Fasern, 5 Fasern, 10 Fasern, 20 Fasern und 30 Fasern simuliert.

5.1 Einfluss der Netzgröße

Es wurden Untersuchungen in Bezug auf die Netzgröße durchgeführt, um festzustellen, ob und wie sich eine Verfeinerung des Netzes auf die berechneten Spannungswerte auswirkt. Es stellte sich heraus, dass die Netzgröße kaum Einfluss auf die Spannungsmittelwerte hat, jedoch treten Unterschiede in den Spannungsspitzen auf. Abbildung 30 zeigt eine durchgeführte Untersuchung am Beispiel der Einheitszelle mit hexagonaler Faseranordnung (Hexzelle) und einer zufällig generierten Einheitszelle mit 3 Fasern (3-Faser-Zelle). Es wurde eine 3-Faser-Zelle gewählt, da Modelle mit mehr Fasern bei gleicher relativer Netzgröße deutlich langsamer rechnen. Außerdem wurde eine 3-Faser-Zelle mit vergleichsweise hohen Spannungsspitzen in Matrixelementen gewählt, um vom schlimmsten Fall auszugehen. Gezeigt sind die Spannungsspitzen der von-Mises-Spannung (Mises) und der ersten Hauptnormalspannung (S1). Es wurden nur Elemente im Matrixbereich betrachtet.

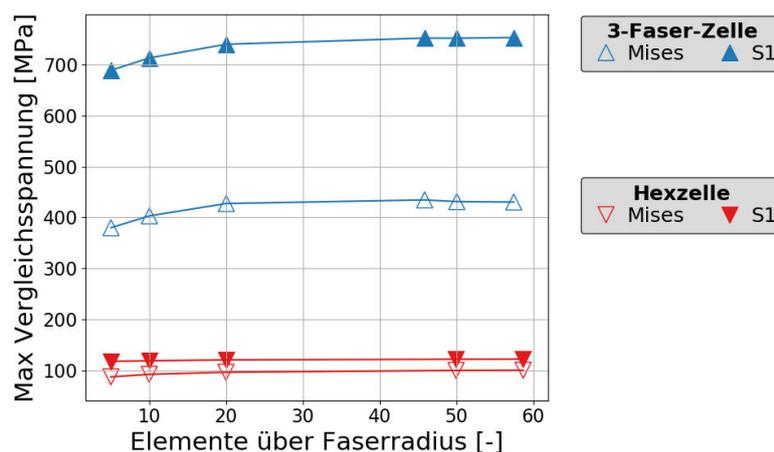


Abbildung 30: Einfluss der Netzgröße auf Spannungsspitzen

Die Untersuchung zeigt, dass die Maximalwerte der Vergleichsspannungen in der Hexzelle kaum durch die Netzgröße beeinflusst werden. Hingegen steigen die Werte bei der 3-Faser-Zelle im Bereich von 5 bis 20 Elemente über den Faserradius an. Bei 20 bis 50 Elemente über

den Faserradius stellt sich ein Plateau ein, bei dem die Werte nur noch geringfügig ansteigen. Alle Modellvarianten dieser Arbeit wurden mit 10 Elementen über den Faserradius gerechnet, daher werden Spannungsspitzen um bis zu ca. 7% unterschätzt.

5.2 Errechnete Steifigkeiten von Einheitszellenmodellen als Polarplots

Die Elastizitäts (E_1 , E_2 und E_3) - und Schubmoduli (G_{12} , G_{13} und G_{23}) von Einheitszellenmodellen werden wie in Kapitel 4.6.1 beschrieben in Polarplots dargestellt. Der richtungsabhängige Radius stellt hierbei die jeweilige Steifigkeitskomponente dar. Ein isotropes Material wird somit kreisförmige E_i - und G_{ij} -Kurven haben. Abbildung 31 zeigt diese Polarplots für Einheitszellen mit quadratischer (Quadzelle) und hexagonaler (Hexzelle) Faseranordnung.

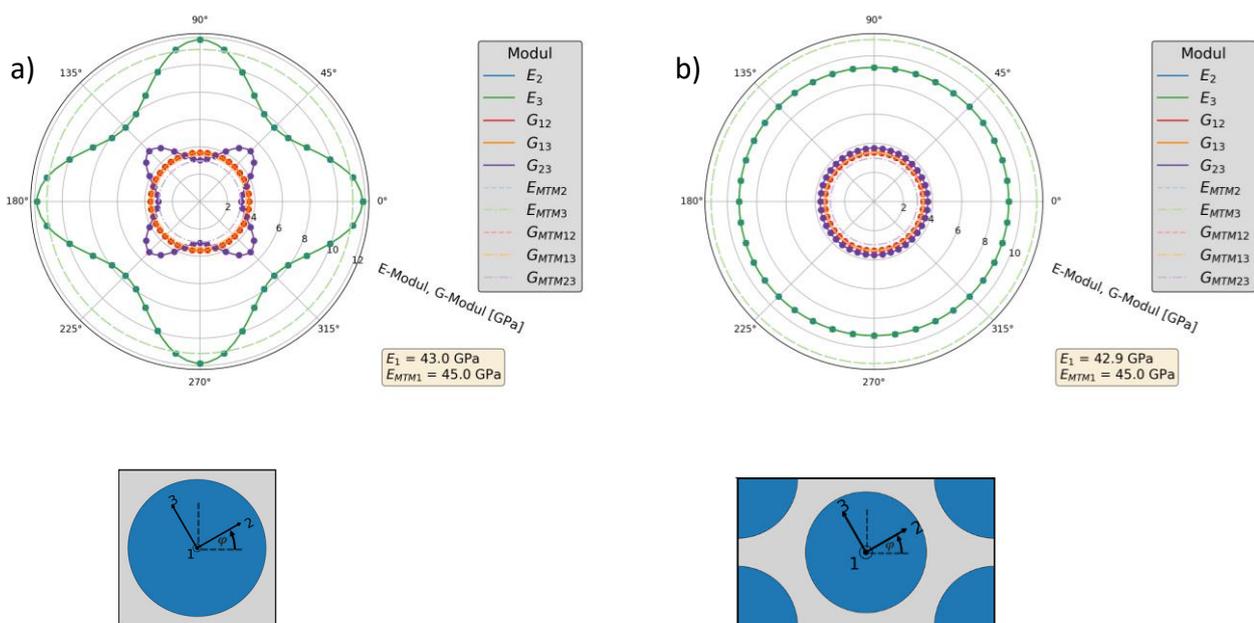


Abbildung 31: Steifigkeiten von a) Quad- und b) Hexzelle in 23-Ebene als Polarplots

Die anisotrope Steifigkeit der Quadzelle ist in Abbildung 31 a) anhand der Steifigkeitsunterschiede in den verschiedenen Richtungen erkennbar. E_2 und E_3 liegen im Polarplot übereinander und weisen eine 90°-Periodizität auf. Sie sind bei 0° und 90° maximal ($E_{2,max} = E_{3,max} = 11,8 \text{ MPa}$), da die Lasten in diesen Richtungen hauptsächlich über die wesentlich steiferen Fasern und kleinere Matrixspalte übertragen werden, während sie unter $\pm 45^\circ$ über weitere Strecken der Matrix übertragen wird. In diesen Richtungen sind E_2 und E_3

minimal ($E_{2,min} = E_{3,min} = 7,8 \text{ MPa}$). Somit sind die Zugsteifigkeiten E_2 und E_3 unter $0^\circ/90^\circ$ um ca. 53% höher als unter $\pm 45^\circ$.

Der Spannungszustand, welcher sich unter Scherdehnung in 23-Ebene einstellt, kann als Kombination aus einer Zug- und einer Drucknormalspannung angeschrieben werden, welche unter $\pm 45^\circ$ an der Zelle angreifen. Dieses Schema ist in Abbildung 32 dargestellt.

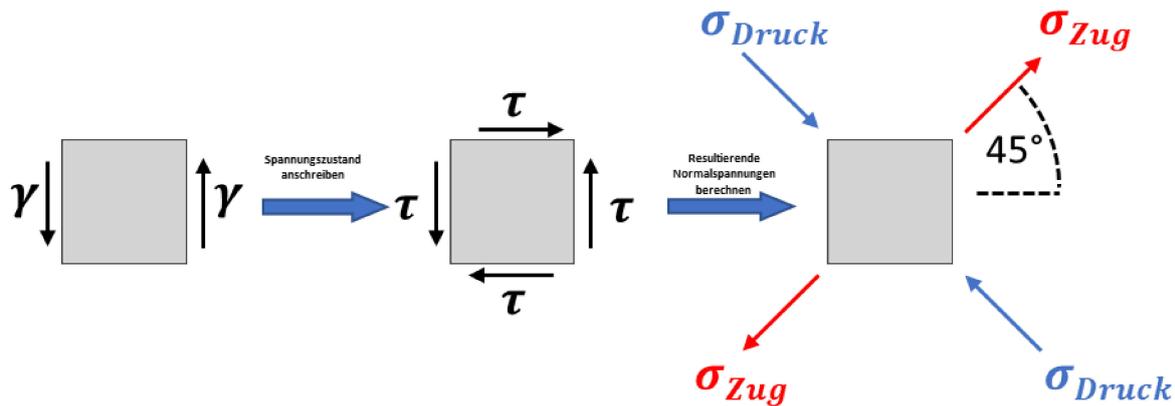


Abbildung 32: Umrechnung von Schubspannungen in Normalspannungen

Die Lastübertragung unter Scherdehnung in 23-Ebene erfolgt also unter $\pm 45^\circ$ zur 2-Richtung. Die Schubsteifigkeit G_{23} der Quadzelle hat ihre Maxima daher bei $\pm 45^\circ$ (45° versetzt zu den Maxima von E_2 und E_3) in Bezug auf die Belastungsrichtung. E_1 , G_{12} und G_{13} sind vom Lastwinkel in 23-Ebene unabhängig, weshalb sie im Polarplot kreisförmig sind.

Die quasiisotrope Steifigkeit der Hexzelle ist in Abbildung 31 b) anhand der kreisförmigen E_i - und G_{ij} -Verläufe zu erkennen. E_2 und E_3 erreichen bei der Hexzelle einen Wert von $9,2 \text{ MPa}$.

Wie bereits in Kapitel 4.6.1 erläutert, wurden ebenfalls die Steifigkeiten mithilfe der Mori-Tanaka-Methode (E_{MTMi} , G_{MTMij}) ausgerechnet und im Polarplot als strichlierte Linien dargestellt. Die errechneten Werte der Normalsteifigkeiten nach Mori-Tanaka in 2- bzw. 3-Richtung ($E_{MTM2} = E_{MTM3} = 11,1 \text{ MPa}$) lagen hierbei zu ca. 20% über Mittelwerten der Normalsteifigkeiten, welche sich aus der Simulation der Hex- und der Quadzelle ergaben ($E_2 = E_3 = 9,2 \text{ MPa}$). Bei den Werten der Schubsteifigkeiten verhielt es sich genau anders herum (ca. 20% niedrigere Werte nach Mori-Tanaka-Methode als bei den Simulationen). Die Steifigkeiten E_1 , G_{12} und G_{13} wichen lediglich um ca. 5% von der Mori-Tanaka-Methode ab. Die Steifigkeit in Faserrichtung E_1 war bei der Quad- und der Hexzelle in etwa gleich und erreichte einen Wert von ca. 43 MPa .

In Tabelle 2 sind die Minima (Min), die Maxima (Max) und die Mittelwerte (Mittel) der Steifigkeiten der Quad- und der Hexzelle mit den Mori-Tanaka-Werten der Steifigkeiten verglichen.

Tabelle 2: Steifigkeitswerte der Quad- und Hexzelle verglichen mit Mori-Tanaka-Werten

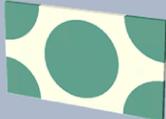
		E_1 [MPa]	E_2, E_3 [MPa]	G_{12}, G_{13} [MPa]	G_{23} [MPa]
	Mori-Tanaka	45,0	11,1	3,4	3,0
	Min	43,0	7,6	3,6	2,5
	Max	43,0	11,8	3,6	4,7
	Mittel	43,0	9,6	3,6	3,5
	Min	42,9	9,2	3,4	3,4
	Max	42,9	9,2	3,4	3,4
	Mittel	42,9	9,2	3,4	3,4

Abbildung 33 zeigt die Steifigkeitsverteilungen von zufällig generierten Einheitszellen (Zufallszellen) in Polarplots. Es wurde hierbei jeweils eine von fünf simulierten Zufallszellen pro Faseranzahl genauer untersucht. Diese gewählten Zellen wurden in weiterer Folge als Vertreter ihrer Faseranzahl in weiteren Untersuchungen verwendet

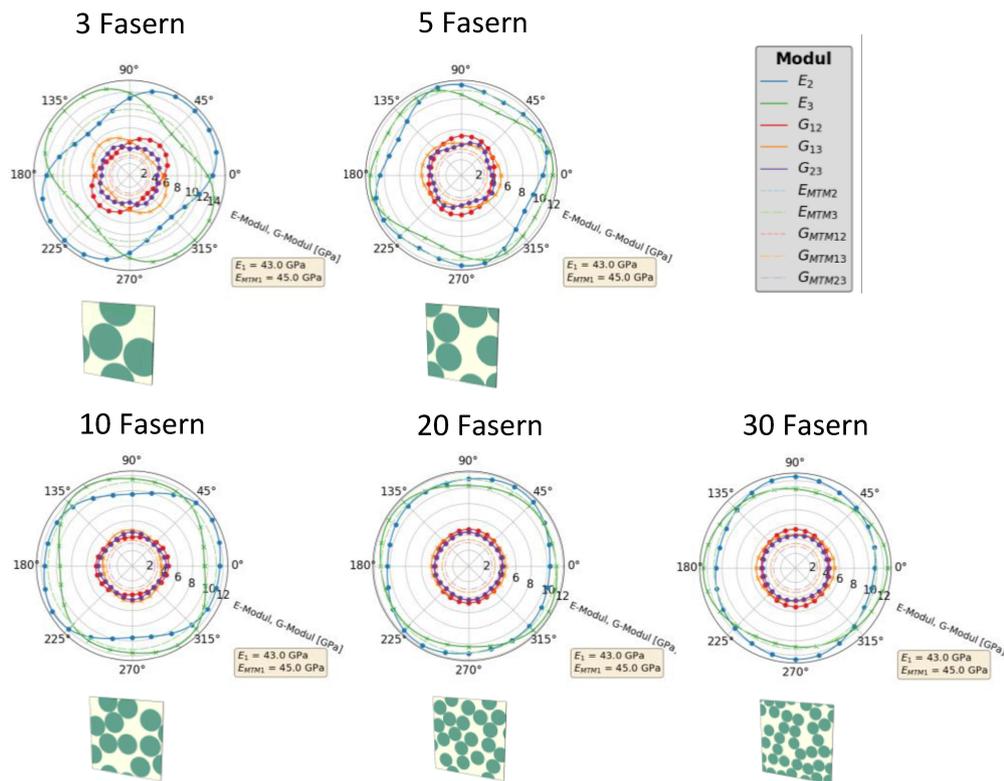


Abbildung 33: Steifigkeitsplots von Zufallszellen mit unterschiedlicher Faseranzahl

In Abbildung 33 zeigt sich, dass die Steifigkeiten quer zur Faserrichtung bei Zufallszellen im Schnitt höher ausfallen als bei der Quad- und der Hexzelle. Die Normalsteifigkeiten können dadurch bei diesen Modellen besser mittels Mori-Tanaka-Methode abgeschätzt werden. Unter allen zufällig generierten Zellen (Zufallszellen) ergeben sich bei der Zelle mit 3 Fasern (3-Faser-Zelle) die größten Abweichungen vom Mori-Tanaka-Modell. E_{MTM2} ist hierbei mit einem Wert von $11,1 \text{ MPa}$ um ca. 15% niedriger als der Mittelwert von E_2 ($13,1 \text{ MPa}$). Bei allen anderen gezeigten Zufallszellen weichen die Mittelwerte der Normalsteifigkeiten aus den Simulationen der Einheitszellenmodelle um maximal 2% von den errechneten Mori-Tanaka-Werten ab. In Tabelle 3 sind die Minima (Min), die Maxima (Max) und die Mittelwerte (Mittel) der Steifigkeiten der gerechneten Zufallszellen mit den Mori-Tanaka-Werten zusammengefasst.

Tabelle 3: Steifigkeitswerte von Zufallszellen verglichen mit Mori-Tanaka-Werten

		E_1 [MPa]	E_2, E_3 [MPa]	G_{12}, G_{13} [MPa]	G_{23} [MPa]
Mori-Tanaka		45,0	11,1	3,4	3,0
	Min	43,0	9,9	4,3	4,5
	Max	43,0	15,4	7,1	5,4
	Mittel	43,0	13,1	5,7	5,0
	Min	43,0	9,4	4,1	3,8
	Max	43,0	11,9	5,2	4,6
	Mittel	43,0	10,9	4,6	4,1
	Min	43,0	9,5	3,8	4,0
	Max	43,0	12,2	4,8	4,5
	Mittel	43,0	11,0	4,3	4,2
	Min	43,0	10,3	4,3	4,1
	Max	43,0	11,7	4,7	4,4
	Mittel	43,0	11,0	4,5	4,2
	Min	43,0	10,8	4,6	4,3
	Max	43,0	11,9	4,9	4,6
	Mittel	43,0	11,4	4,7	4,4

Aus den Steifigkeitsverteilungen lassen sich außerdem Rückschlüsse auf das anisotrope Verhalten von Zufallszellen ziehen. Bei der 3-Faser-Zelle sind eindeutige Vorzugsrichtungen zu erkennen, wobei ihre Richtung und Stärke der Ausprägung von der zufälligen Faseranordnung abhängig sind. Mit zunehmender Faseranzahl werden die Steifigkeitsverteilungen im Polarplot kreisförmiger und Vorzugsrichtungen sind immer weniger ausgeprägt. Um dieses Verhalten besser zu beschreiben, wurde in Abbildung 34 ein Anisotropiefaktor α eingeführt, welcher als Maß für das anisotrope Verhalten dienen soll. Der Faktor berechnet sich aus dem Verhältnis von maximalem zu minimalem E_2 über einen Winkelbereich von 360° und wurde für jeweils fünf Einheitszellen pro Faseranzahl ausgerechnet.

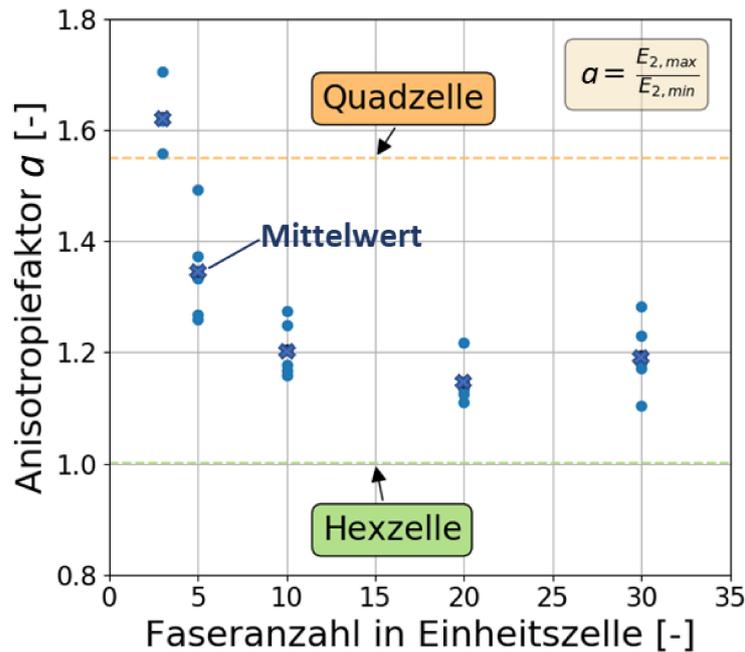


Abbildung 34: Anisotropieverhalten verschiedener Zufallszellen

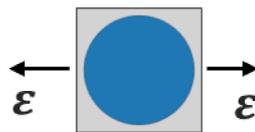
In Abbildung 34 sind die Werte des Anisotropiefaktors α der anisotropen Quadzelle und der quasiisotropen Hexzelle als strichlierte Linien eingeblendet. Der Anisotropiefaktor α der meisten Zufallszellen liegt zwischen den Werten von der Quad- und von der Hexzelle. Es zeigt sich, dass α mit zunehmender Faseranzahl zwar abnimmt, jedoch nicht den Wert der Hexzelle erreicht.

5.3 Vergleich der Spannungskomponenten aus Einheitszellenmodellen anhand von Konturplots

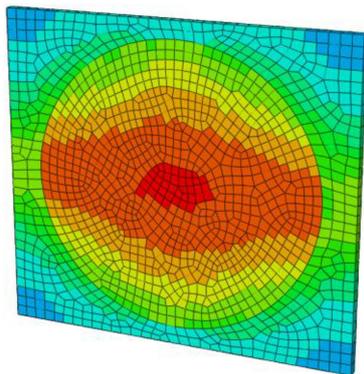
Um ein tieferes Verständnis für die Spannungsverläufe in unterschiedlichen Einheitszellenmodellen zu erlangen, wurden die Spannungskomponenten σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} und σ_{23} sowie die von-Mises-Spannung σ_{mises} und die erste Hauptnormalspannung σ_I als Konturplots dargestellt. Abbildung 35 bis Abbildung 49 zeigen diese Konturplots für die Einheitszelle mit quadratischer Faseranordnung (Quadzelle), die Einheitszelle mit hexagonaler Faseranordnung (Hexzelle) und für zufällig generierte Einheitszellen (Zufallszellen) mit 3, 5, 10, 20 und 30 Fasern. Es wurden lineare Ansatzfunktionen mit reduzierter Integration verwendet, daher gibt es genau einen Integrationspunkt pro Element. Der Konturplot wurde mit der ‚Quilt‘-Funktion von Abaqus erstellt, wodurch die Spannungswerte an den Integrationspunkten der Elemente angezeigt werden.

Die Einheitszellen wurden unter Zug in 2-Richtung und Schub in 23-Ebene mit jeweils 1% Normal- bzw. Scherdehnung betrachtet. Die dargestellten Farbskalen für die Spannungswerte sind für jede Einheitszelle und jeden Lastfall unterschiedlich. Auftretende Maxima in den Konturplots der Vergleichsspannungen sind dunkelrot dargestellt. σ_{12} und σ_{13} sind bei allen untersuchten Einheitszellen bei den gewählten Lastfällen vernachlässigbar klein und wurden nicht extra aufgezeigt.

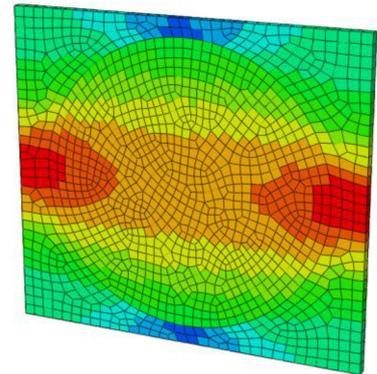
Quadzelle



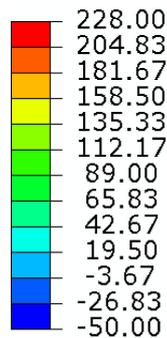
σ_{mises}
($max = 207,50 \text{ MPa}$)



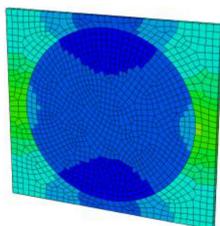
σ_I
($max = 227,58 \text{ MPa}$)



$\sigma [\text{MPa}]$

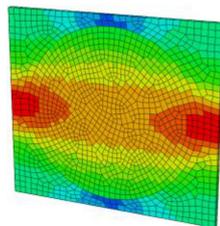


σ_{11}

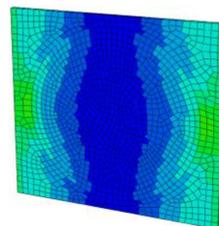


σ_{22}

($max = 227,58 \text{ MPa}$)



σ_{33}



σ_{23}

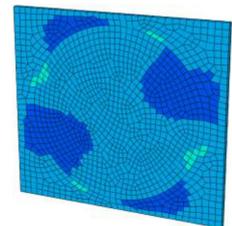
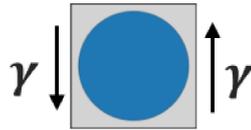


Abbildung 35: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in der Quadzelle unter Zug in 2-Richtung

Abbildung 35 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten der Quadzelle bei Zugbelastung in 2-Richtung. σ_{mises} ist im Inneren der Faser am höchsten und erreicht Werte von bis zu $207,50 \text{ MPa}$, während σ_I im Grenzbereich zwischen Faser und Matrix maximal ist und Werte von maximal $227,58 \text{ MPa}$ aufweist. Anhand der Konturplots erkennt man, dass σ_{22} die dominante Spannungskomponente ist. σ_I entspricht im betrachteten Lastfall annähernd σ_{22} in Wert und Richtung, da die anderen Spannungskomponenten im Vergleich wenig beitragen. Die Spannungen σ_{11} und σ_{33} haben im Matrixbereich an der gleichen Stelle wie σ_{22} ein Maximum, weshalb σ_{mises} an diesen Stellen deutlich geringer ist (hydrostatische Spannungen fließen nicht in σ_{mises} ein). Im Inneren der Faser liegen σ_{11} und σ_{33} aufgrund der Querkontraktion im Druckbereich, während σ_{22} nach wie vor im Zugbereich ist. Dies wirkt sich an diesen Stellen maßgebend auf σ_{mises} aus und erklärt das Maximum in der Mitte der Faser.

Quadzelle



σ_{mises}
($max = 61,08 \text{ MPa}$)

σ_I
($max = 49,03 \text{ MPa}$)

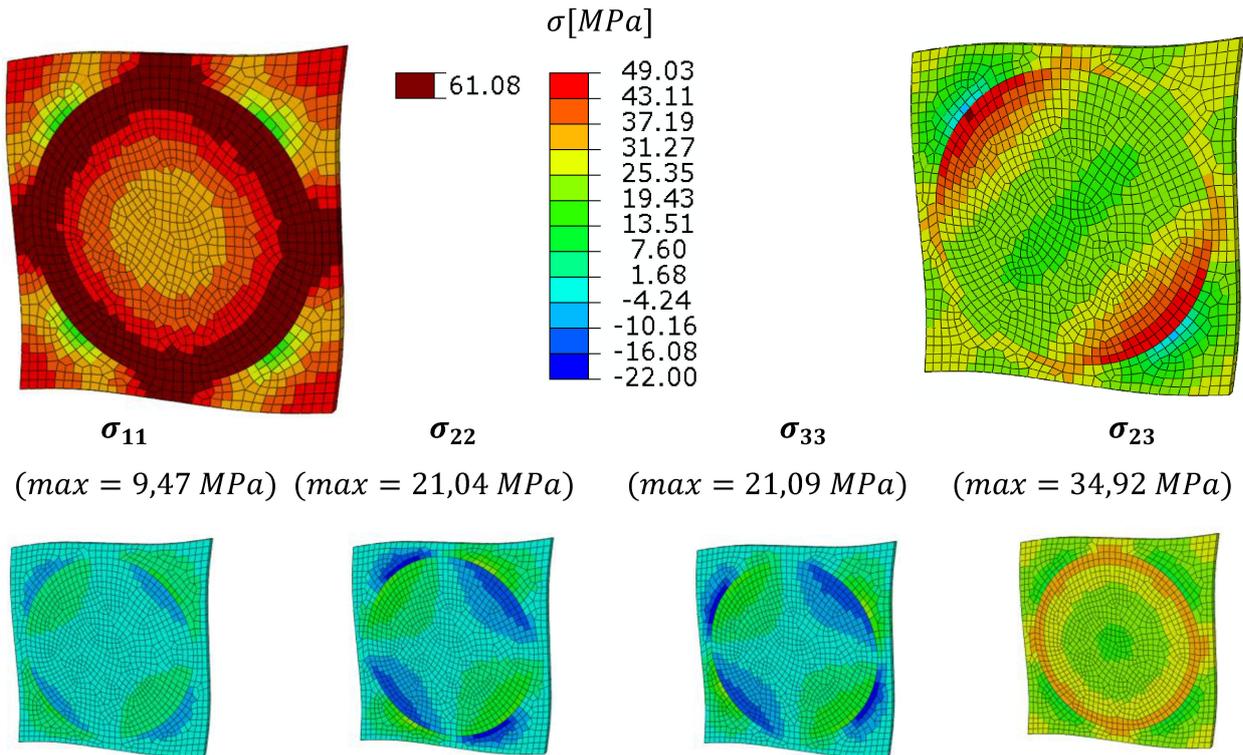


Abbildung 36: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in der Quadzelle unter Schub in 23-Ebene

Abbildung 36 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten der Quadzelle bei Schubbelastung in 23-Ebene. σ_{23} ist bei diesem Lastfall die dominante Spannungskomponente. Da σ_{mises} im Wesentlichen von Schubspannungen dominiert wird, erreicht sie ein Maximum von $61,08 \text{ MPa}$, welches deutlich über dem von σ_I ($49,03 \text{ MPa}$) liegt. Am Konturplot von σ_I wird die Lastübertragung in der Quadzelle unter Schub deutlich. Abbildung 32 erklärt das Prinzip, nach welchem Schubbelastungen in äquivalente Zug- bzw. Druckspannungen umgewandelt werden können. Diese Zug-Lastpfade bilden sich in der Quadzelle unter 45° aus und sind im Konturplot von σ_I zu erkennen. Sie verlaufen am Rand

der Faser, da an diesen Stellen die Lastpfade über weitere Strecken der steiferen Faser und kürzere Strecken der weicheren Matrix führen (Abbildung 37).

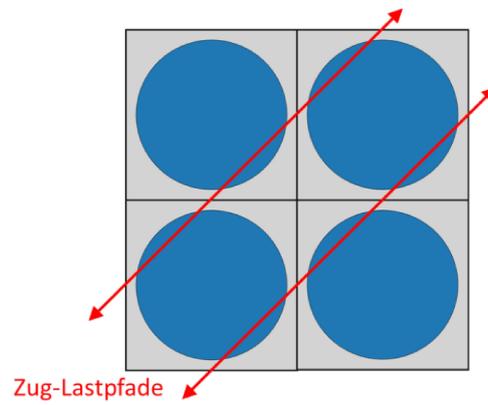


Abbildung 37: Zug-Lastpfade der Quadselle, welche sich unter Schubbelastung unter 45° bilden

Hexzelle

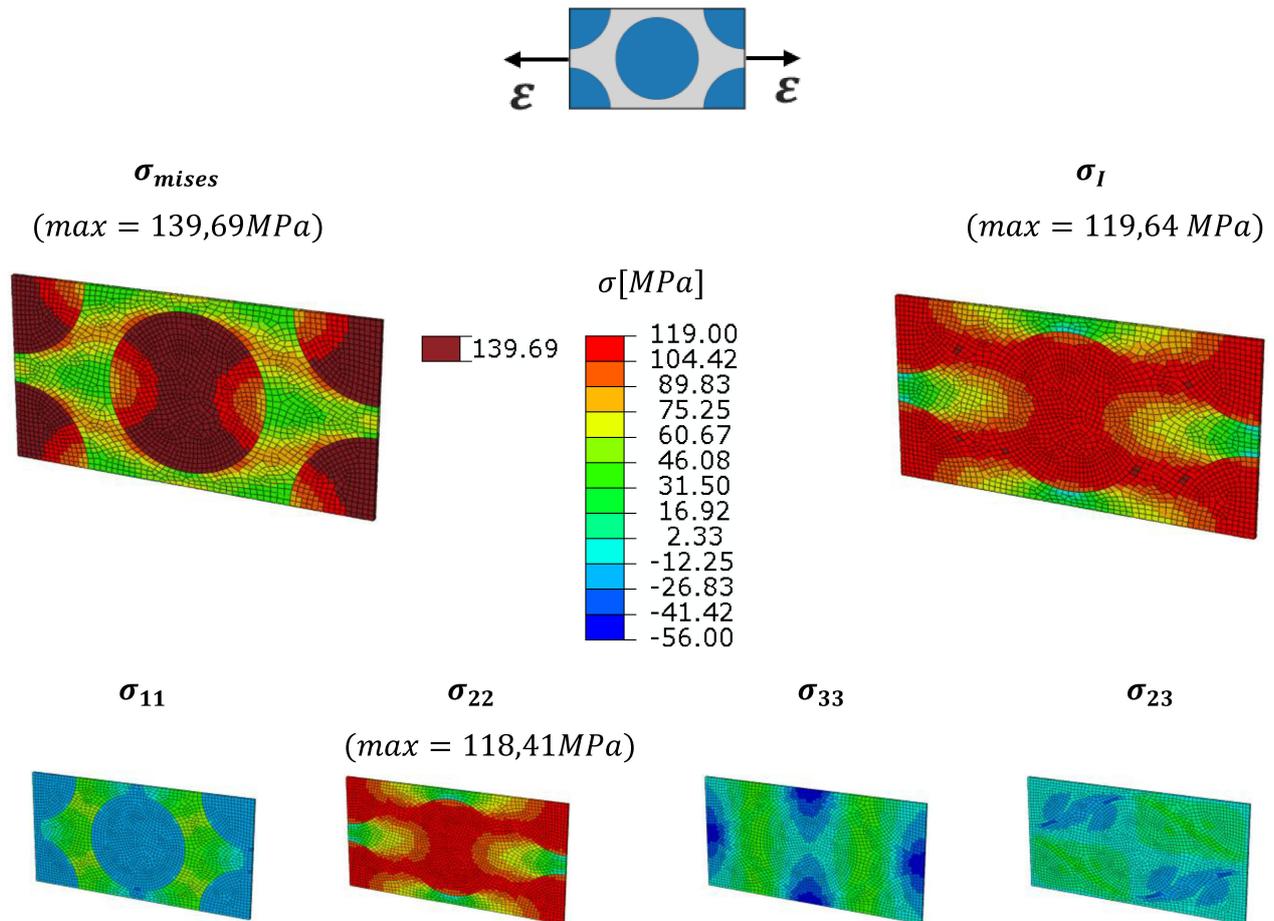


Abbildung 38: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in der Hexzelle unter Zug in 2-Richtung

Abbildung 38 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten der Hexzelle bei Zugbelastung in 2-Richtung. σ_{mises} ist im Matrixbereich deutlich niedriger als σ_I , erreicht aber innerhalb der Fasern hohe Werte von bis zu $139,69\text{MPa}$. In den Fasern tritt daher ein hoher Anteil an Verformungsenergie auf, während die Matrix davon ausgenommen bleibt. σ_I wird durch σ_{22} dominiert, da die anderen Spannungskomponenten vergleichsweise gering sind. σ_I hat Maximalwerte von $119,64\text{MPa}$ im Matrixbereich.

Hexzelle



σ_{mises}
($max = 88,09 \text{ MPa}$)

σ_I
($max = 68,59 \text{ MPa}$)

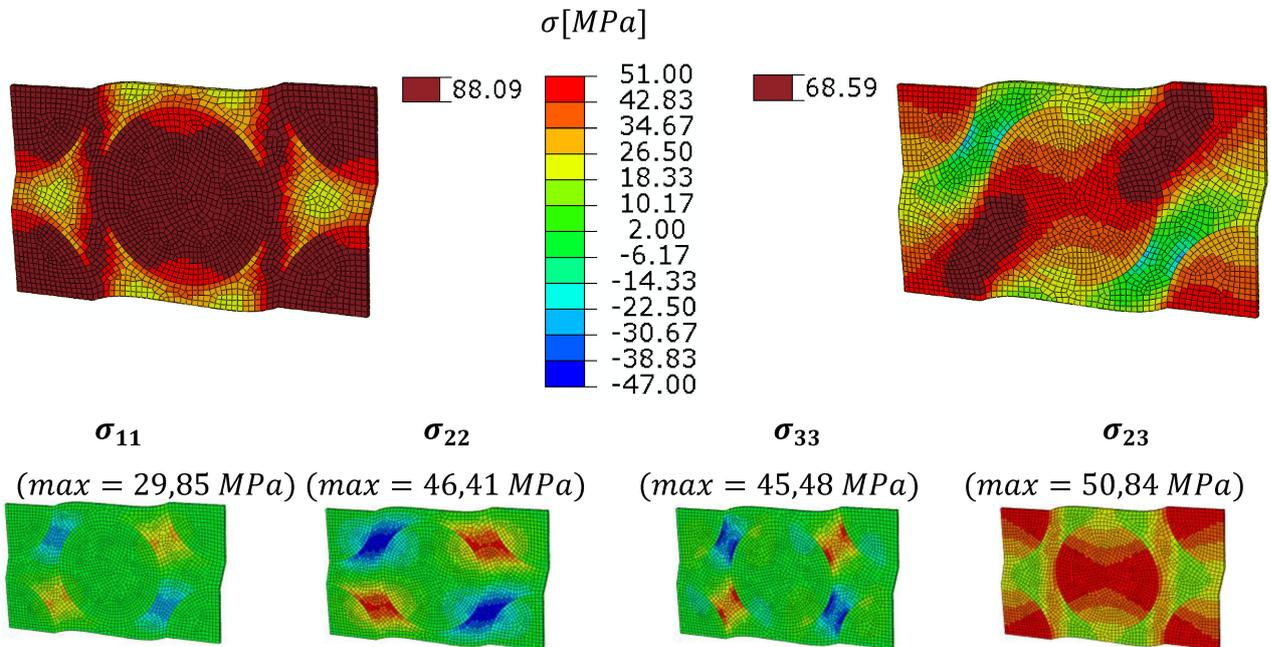


Abbildung 39: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in der Hexzelle unter Schub in 23-Ebene

Abbildung 39 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten der Hexzelle bei Schubbelastung in 23-Ebene. σ_{mises} erreicht Werte von bis zu $88,09 \text{ MPa}$. Während σ_{23} im Matrixbereich lediglich Werte von bis zu $45,17 \text{ MPa}$ erreicht, spielen die Normalspannungskomponenten in σ_{mises} ebenfalls eine Rolle. Zwischen den Fasern der Hexzelle sind sie sowohl im Zug- als auch im Druckbereich vorhanden.

σ_I erreicht Werte von bis zu $68,59 \text{ MPa}$. Der dominante Zugpfad, welcher im Konturplot zu sehen ist, spiegelt die Spannungsspitzen der Normalspannungskomponenten wider, welche an dieser Stelle im Zugbereich liegen.

3-Faser-Zelle

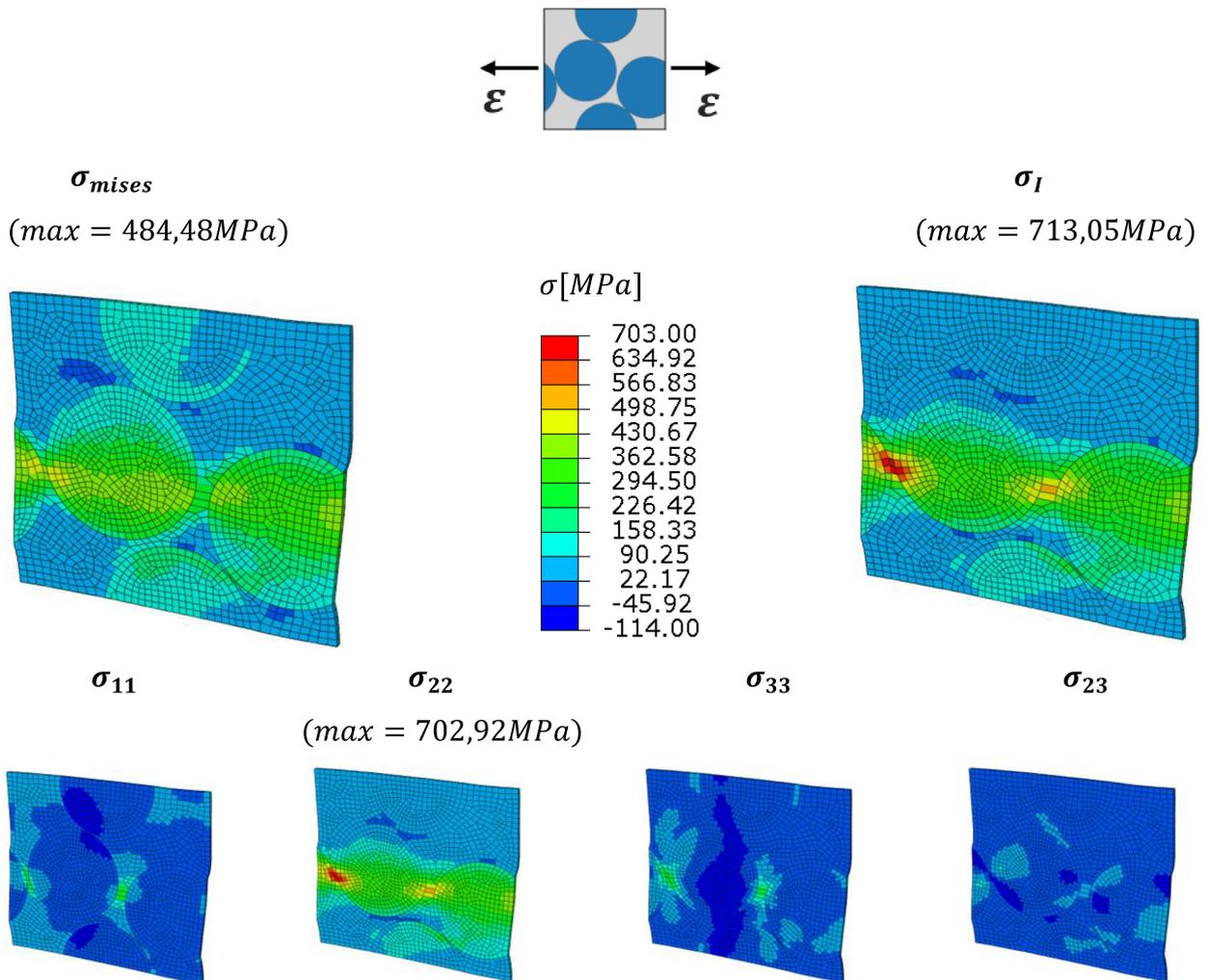


Abbildung 40: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 3-Faser-Zelle unter Zug in 2-Richtung

Abbildung 40 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten einer zufällig generierten 3-Faser-Zelle bei Zugbelastung in 2-Richtung. Da der Abstand zwischen Fasern bei Zufallszellen im Allgemeinen deutlich geringer ausfällt als bei Quad- oder Hexzellen, kann es an diesen Stellen zu Spannungsüberhöhungen kommen. Aufgrund der Faseranordnung wird ein einzelner dominanter Lastpfad entlang der Fasern in 2-Richtung gebildet. σ_{22} ist hierbei die dominante Komponente von σ_I und erreicht an der kritischen Stelle entlang des Lastpfads Spitzenwerte von 702,92 MPa. σ_{mises} fällt aufgrund der geringen Schubspannungen deutlich niedriger aus, erreicht aber dennoch Höchstwerte von 468,73MPa. Die erreichten Maxima in den Vergleichsspannungen bei diesem Lastfall sind um einen Faktor 3 bis 6 höher als bei der Quad- und der Hexzelle.

3-Faser-Zelle

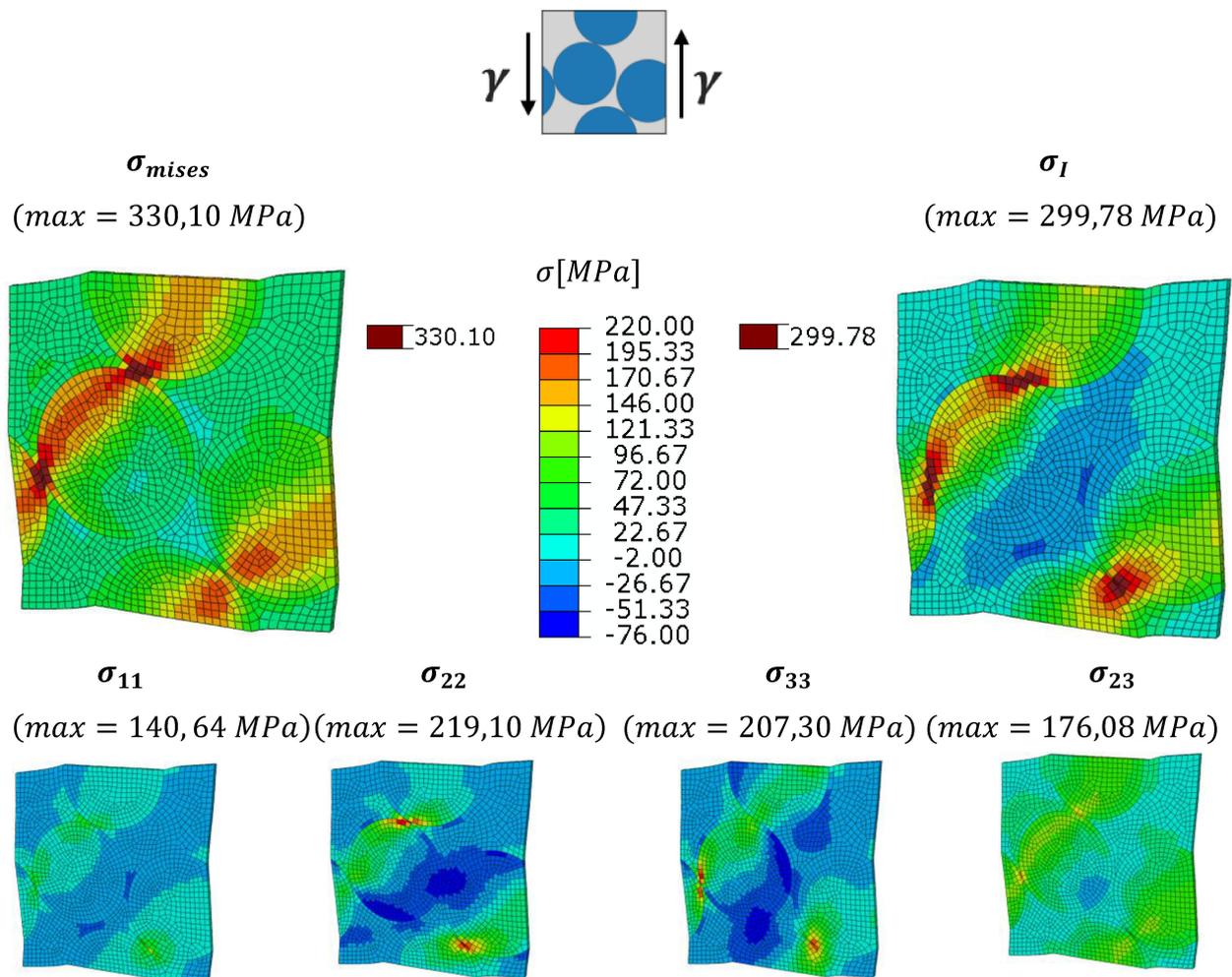


Abbildung 41: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 3-Faser-Zelle unter Schub in 23-Ebene

Abbildung 41 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten einer zufällig generierten 3-Faser-Zelle bei Schubbelastung in der 23-Ebene. σ_{mises} und σ_I weisen ein ähnliches Spannungsbild auf. Es bilden sich zwei dominante Zug-Lastpfade unter 45° , welche ebenfalls in allen gezeigten Spannungskomponenten erkennbar sind. σ_{mises} erreicht Werte von $306,17 \text{ MPa}$ und ist damit ca. um einen Faktor 3 höher als bei den idealisierten Modellen der Quad- und der Hexzelle. Obwohl eine äußere Schubspannung anliegt, sind die lokalen Maxima der Spannungskomponenten in σ_{22} und σ_{33} zu finden. σ_I ist bei diesem Lastfall mit Höchstwerten von $276,11 \text{ MPa}$ um einen Faktor 5 höher als bei der Quadzelle. Die Maxima beider Vergleichsspannungen liegen an Engstellen zwischen Fasern entlang der Zugpfade.

5-Faser-Zelle

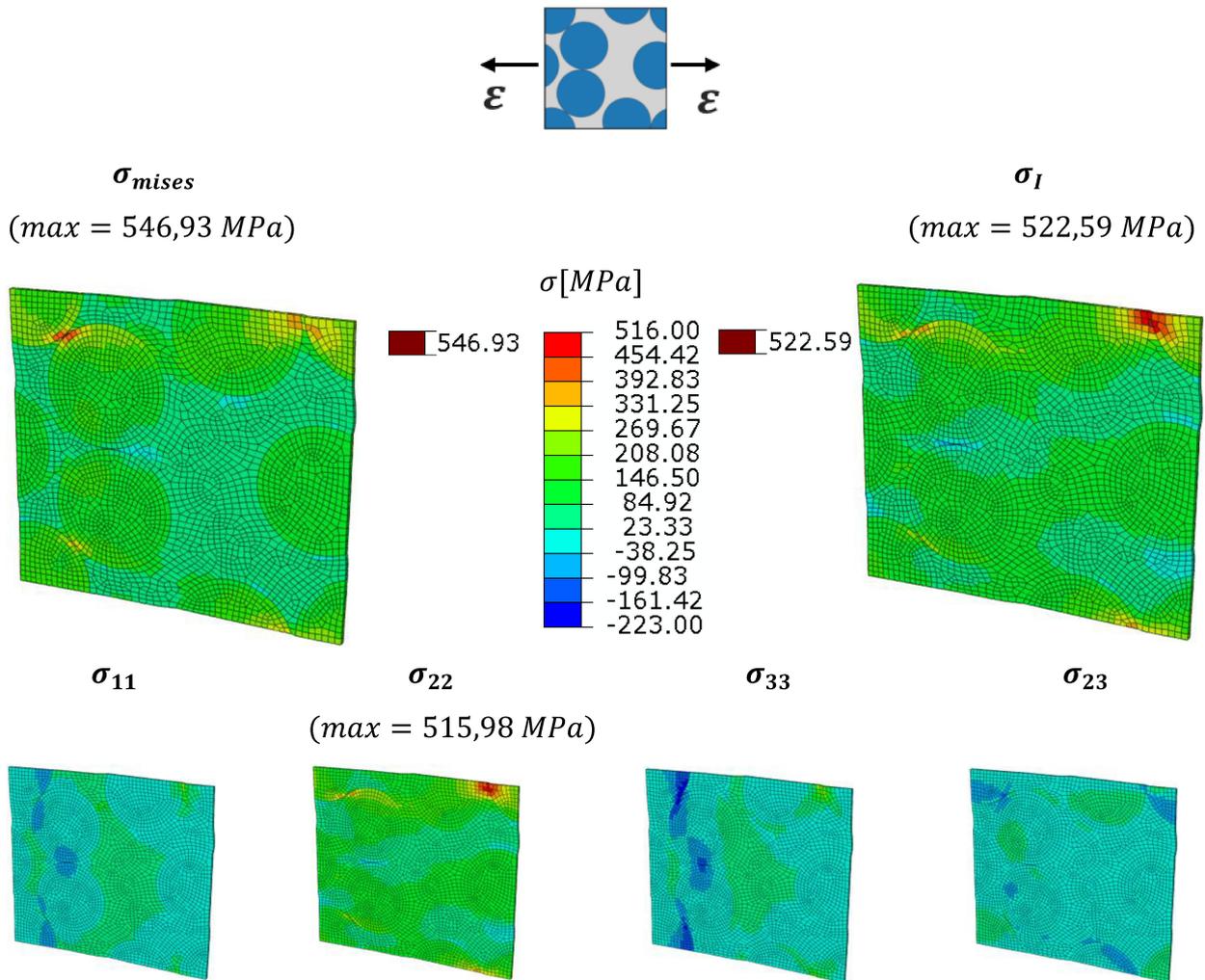
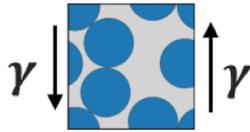


Abbildung 42: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 5-Faser-Zelle unter Zug in 2-Richtung

Abbildung 42 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten einer zufällig generierten 5-Faser-Zelle bei Zugbelastung in 2-Richtung. Sowohl σ_{mises} als auch σ_I zeigen im Konturplot eine homogenere Verteilung im Vergleich zur 3-Faser-Zelle, was auf eine für diesen Lastfall spannungstechnisch günstigere Faseranordnung schließen lässt. σ_{mises} und σ_I haben ähnlich hohe Maxima von ca. 494 MPa, jedoch an unterschiedlichen Stellen. σ_I hat genau wie σ_{22} das Maximum an einer ungünstigen Engstelle zwischen Fasern. Das Maximum von σ_{mises} kommt vor allem durch die unterschiedliche Ausrichtung der Normalspannungskomponenten an dieser Stelle zustande. σ_{22} ist stark im Zugbereich vertreten, während sich σ_{11} und σ_{33} im Druckbereich befinden.

5-Faser-Zelle



σ_{mises}
($max = 221,92 \text{ MPa}$)

σ_I
($max = 193,21 \text{ MPa}$)

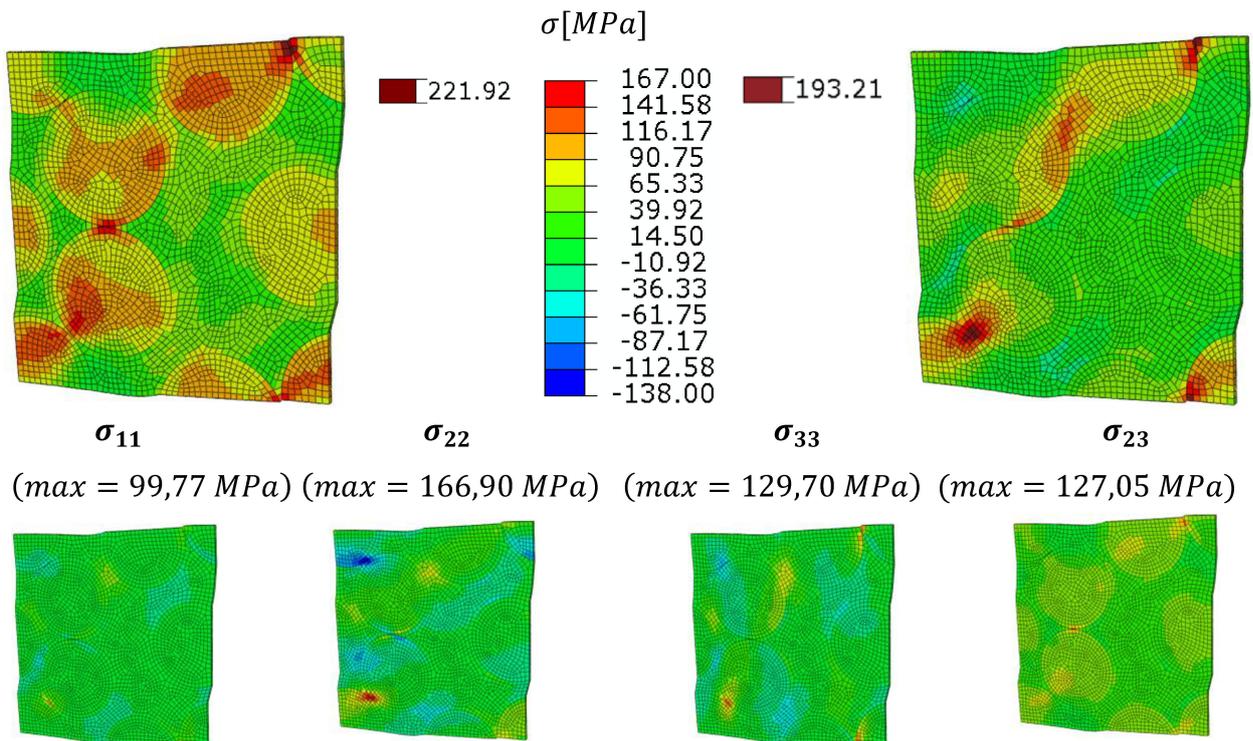


Abbildung 43: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 5-Faser-Zelle unter Schub in 23-Ebene

Abbildung 43 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten einer zufällig generierten 5-Faser-Zelle bei Schubbelastung in der 23-Ebene. Die lokalen Maxima von σ_{mises} und σ_I sind etwas geringer und die Spannungsverteilungen in der Zelle breiter als bei der 3-Faser-Zelle. Lasten werden durch die zusätzlichen Fasern diffuser verteilt.

σ_{mises} erreicht Werte von $212,92 \text{ MPa}$ in der Matrix, liegt aber größtenteils innerhalb der Fasern vor. Bei σ_I ist wie bei den vorherigen Zellen die Lastübertragung unter 45° zu erkennen. σ_I erreicht an Engstellen zwischen Fasern maximal $193,21 \text{ MPa}$.

10-Faser-Zelle

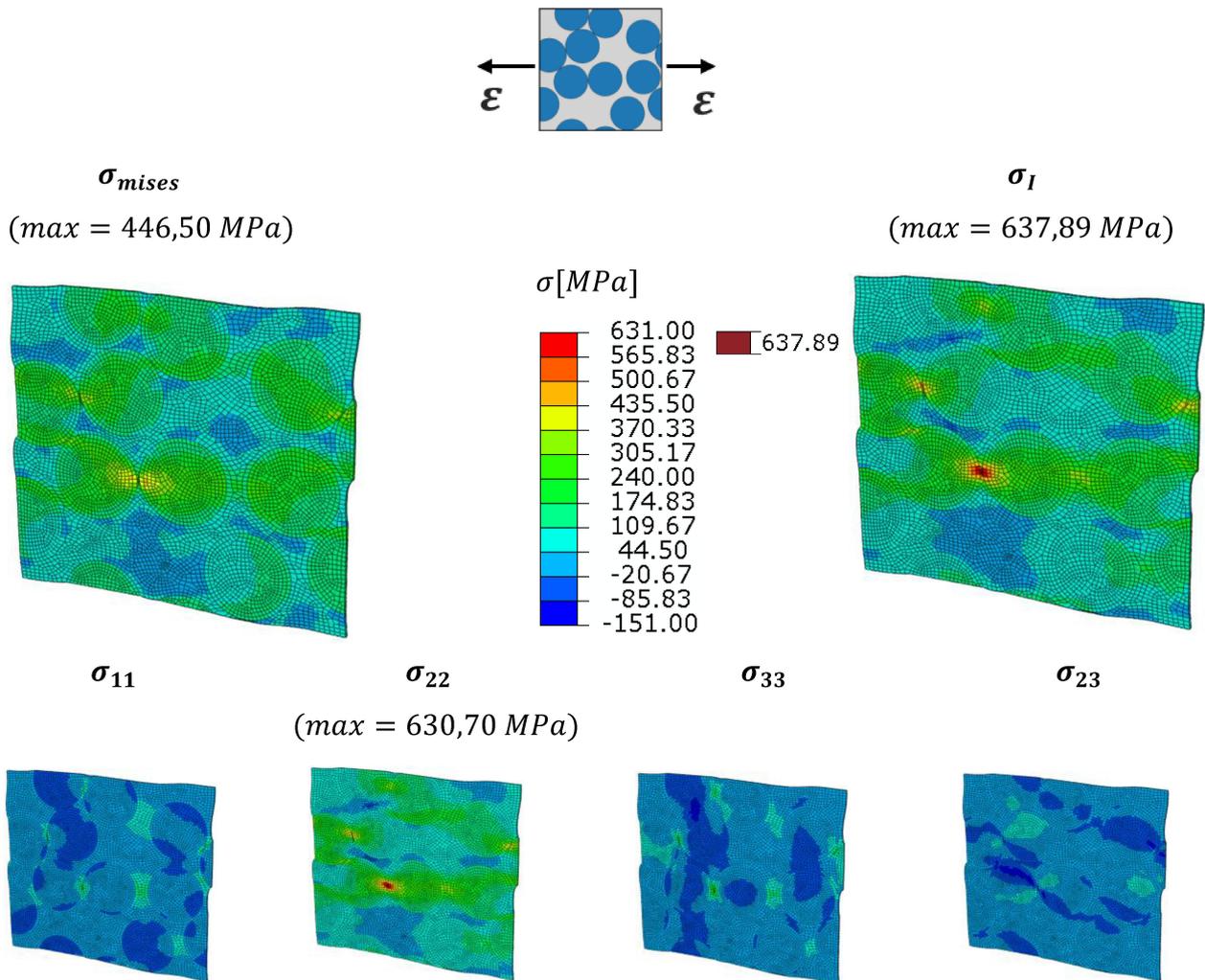


Abbildung 44: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 10-Faser-Zelle unter Zug in 2-Richtung

Abbildung 44 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten einer zufällig generierten 10-Faser-Zelle bei Zugbelastung in 2-Richtung. σ_{mises} und σ_I sind in Matrix- und Faserregion jeweils relativ homogen verteilt. Lastpfade nehmen mit steigender Faseranzahl zu, sind aber verzweigter. σ_{mises} erreicht maximal 446,50 MPa und liegt somit unter den Maximalwerten der 3-Faser-Zelle und der 5-Faser-Zelle. Dies erklärt sich durch die vergleichsweise geringen Schubspannungen in der Zelle. σ_I hat ein relativ hohes Maximum von 637,89 MPa zwischen zwei Fasern, welche entlang eines Zuglastpfads knapp aneinander liegen und wird durch den Verlauf von σ_{22} dominiert.

10-Faser-Zelle

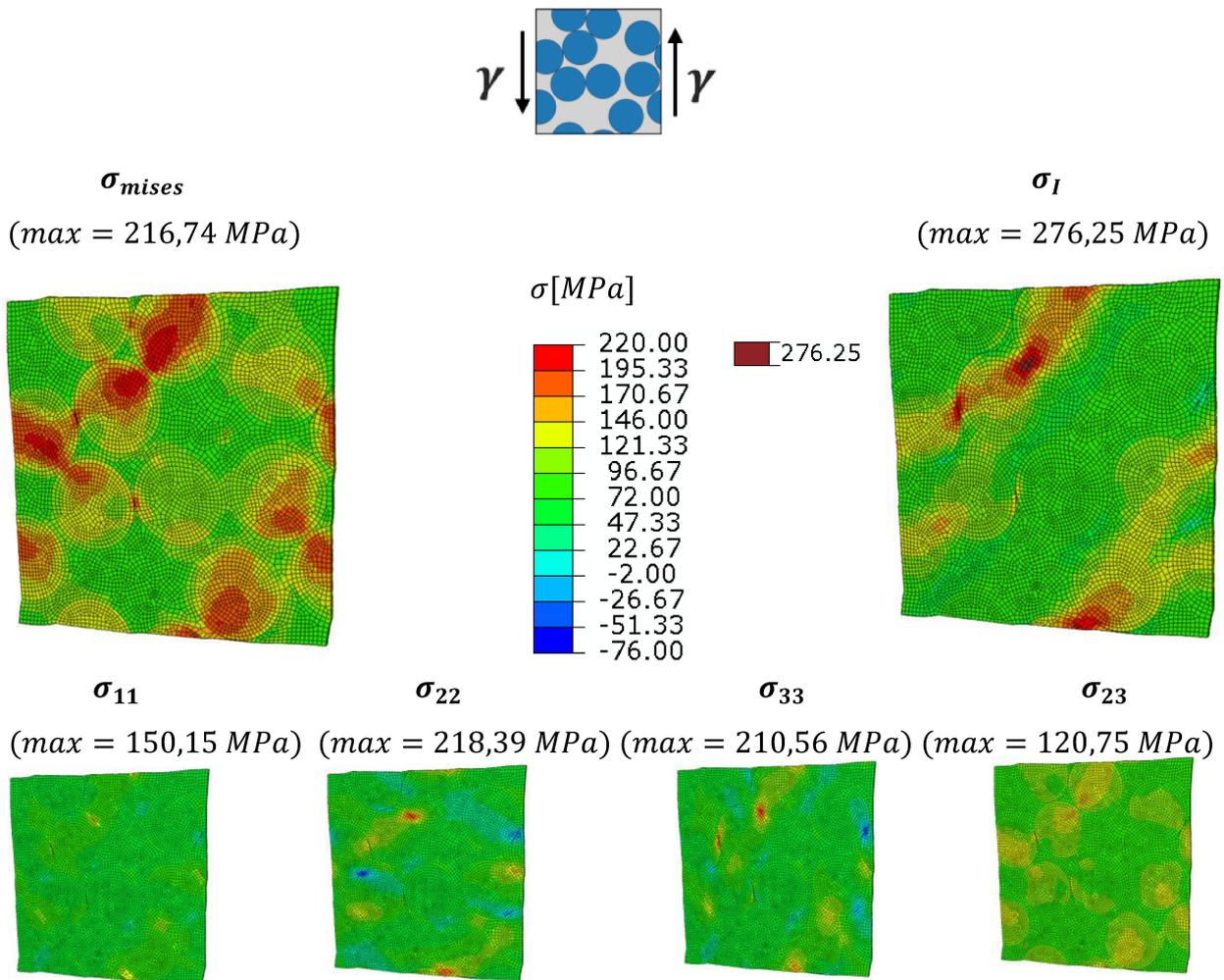


Abbildung 45: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 10-Faser-Zelle unter Schub in 23-Ebene

Abbildung 45 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten einer zufällig generierten 10-Faser-Zelle bei Schubbelastung in der 23-Ebene. Bei dieser Faseranordnung befinden sich die Maxima von σ_{mises} innerhalb der Fasern. An der Verteilung von σ_{23} wird ersichtlich, dass Schubspannungen mit steigender Faseranzahl in der Zelle gleichmäßiger verteilt sind. Die Anzahl an spannungstechnisch ungünstigen Engstellen nimmt zwar mit der Faseranzahl zu, aber da außen anliegende Spannungen besser in der Zelle verteilt werden können, fallen die Spannungen an einzelnen Engstellen weniger hoch aus. σ_{mises} hat den kleinsten Maximalwert (216,74 MPa) aller bisher gezeigten Zufallszellen bei diesem Lastfall und liegt erstmals unter σ_I . σ_I hat einen ähnlichen Maximalwert (276,39 MPa) und einen ähnlichen Verlauf innerhalb der Zelle, wie bei den bisher gezeigten Zufallszellen.

20-Faser-Zelle

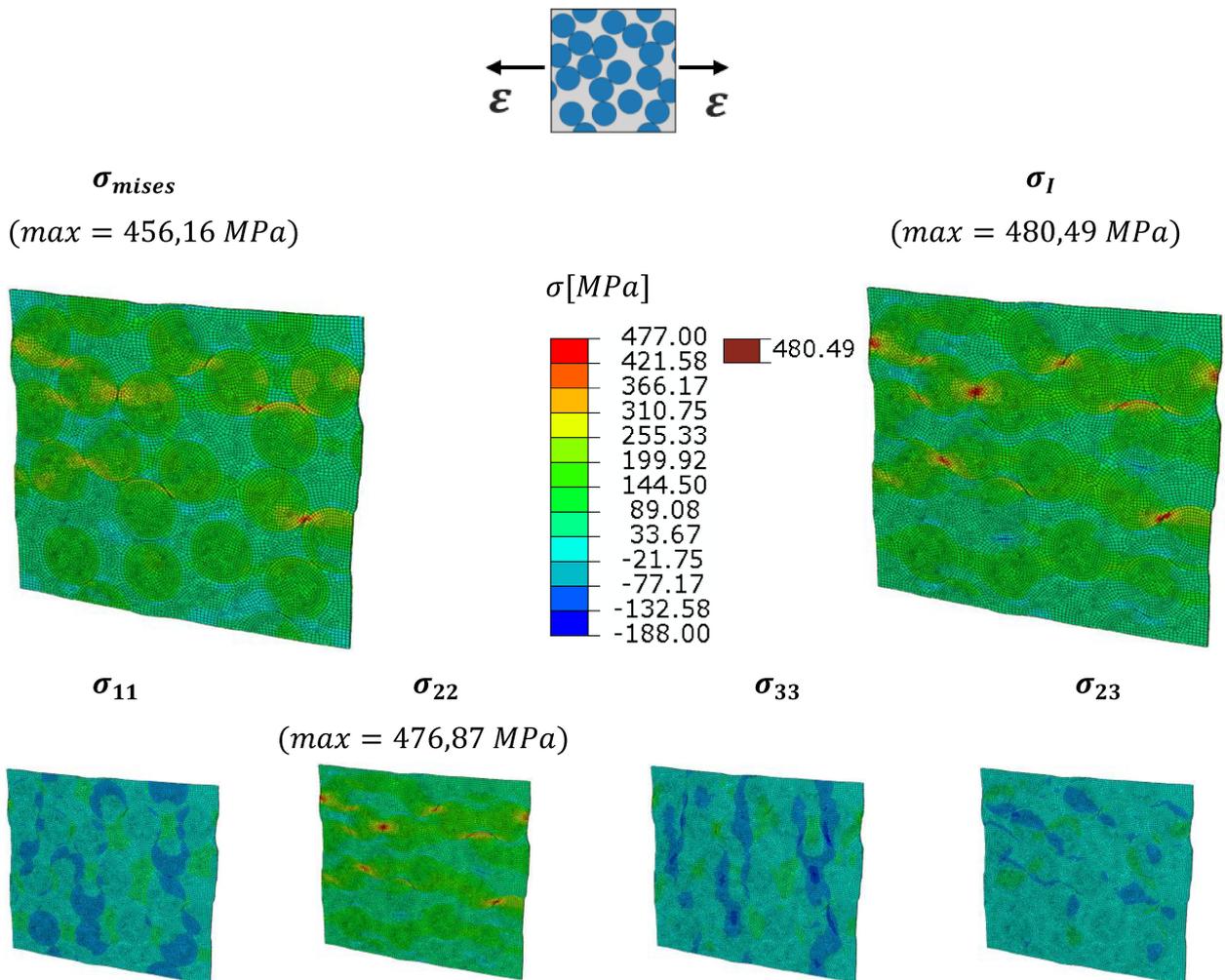


Abbildung 46: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 20-Faser-Zelle unter Zug in 2-Richtung

Abbildung 46 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten einer zufällig generierten 20-Faser-Zelle bei Zugbelastung in 2-Richtung. In den Konturplots erkennt man, dass beide Vergleichsspannungen aufgrund ihrer höheren Faseranzahl im Vergleich zu den bisher gezeigten Zufallszellen mehr Maxima an Engstellen zwischen Fasern aufweisen. Durch die gleichmäßigere Faserverteilung sind sie jedoch geringer aus. σ_{mises} erreicht aufgrund der gleichmäßigen Verteilung von σ_{23} Maximalwerte von lediglich 456,16 MPa. σ_I hat maximal 480,49 MPa. Beide Vergleichsspannungen haben somit die niedrigsten Spannungsspitzen bei Zug in 2-Richtung von den bisher gezeigten Zufallszellen.

20-Faser-Zelle

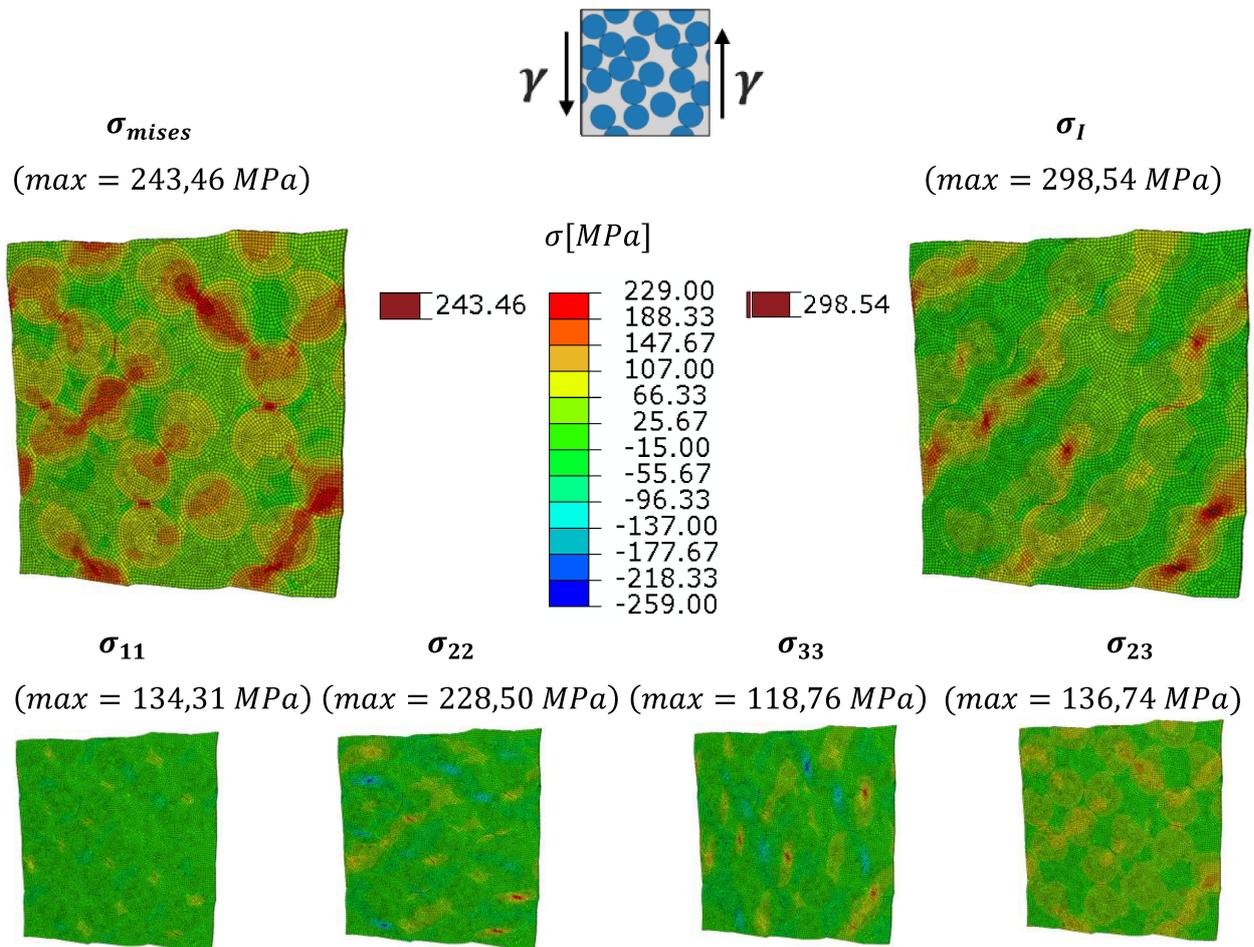


Abbildung 47: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 20-Faser-Zelle unter Schub in 23-Ebene

Abbildung 47 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten einer zufällig generierten 20-Faser-Zelle bei Schubbelastung in der 23-Ebene. Im Konturplot von σ_{mises} sind die Zug- und Drucklastpfade, welche sich unter $\pm 45^\circ$ ausbilden, erkennbar. Die Maximalwerte von sind mit $243,46 \text{ MPa}$ vergleichsweise hoch, liegen jedoch größtenteils innerhalb der Fasern. σ_{22} hat mit $228,50 \text{ MPa}$ die höchsten Spannungsspitzen der Spannungskomponenten und hat somit den größten Beitrag in σ_I . Im Konturplot von σ_I sind die Zug-Lastpfade unter 45° zu erkennen. σ_I hat Maximalwerte von $298,54 \text{ MPa}$. Beide Vergleichsspannungen (σ_I und σ_{mises}) haben im Vergleich zu den bisher gezeigten Zufallszellen hohe Maximalwerte.

30-Faser-Zelle

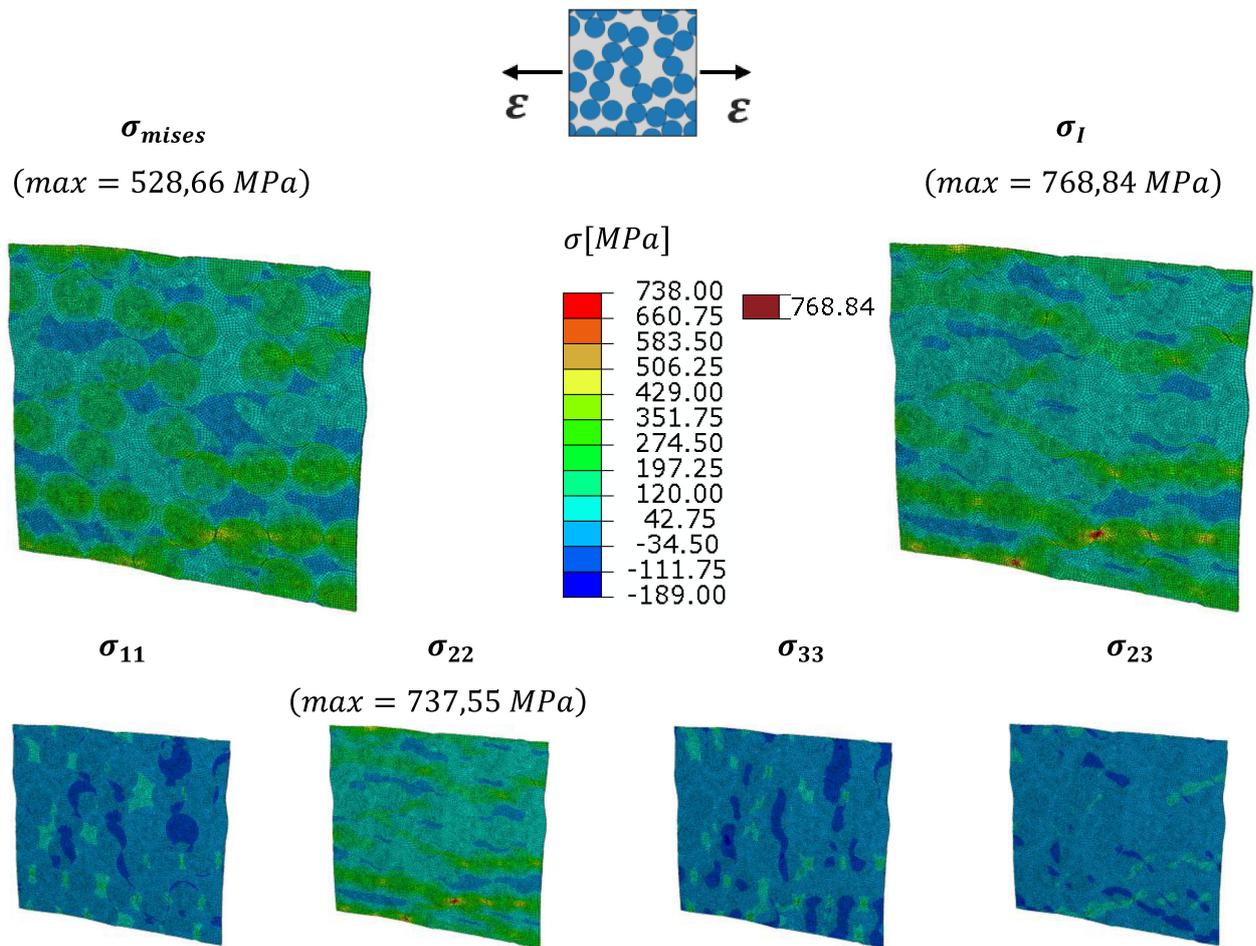


Abbildung 48: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 30-Faser-Zelle unter Zug in 2-Richtung

Abbildung 48 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten einer zufällig generierten 30-Faser-Zelle bei Zugbelastung in 2-Richtung. σ_{23} und σ_{mises} sind weitgehend homogen verteilt. Alle Fasern sind maßgebend an der Lastaufnahme beteiligt und einzelne separate Lastpfade sind nicht mehr zu erkennen. Bei der 30-Faser-Zelle besteht von allen bisher behandelten Zufallszellen die höchste Chance auf spannungstechnisch ungünstige Situationen aufgrund der zufälligen Faserverteilung. σ_{22} besitzt ein erhebliches Maximum von $737,55 \text{ MPa}$ an einer solchen Stelle. σ_I erreicht daher ebenfalls ein Maximum von $768,84 \text{ MPa}$, was den höchsten Wert aller behandelten zufällig generierten Einheitszellen unter Zug in 2-Richtung darstellt. σ_{mises} hat ein Maximum von $528,66 \text{ MPa}$, welches ebenfalls maßgeblich durch σ_{22} bestimmt wird und liegt damit auch über allen anderen gezeigten Zellen.

30-Faser-Zelle

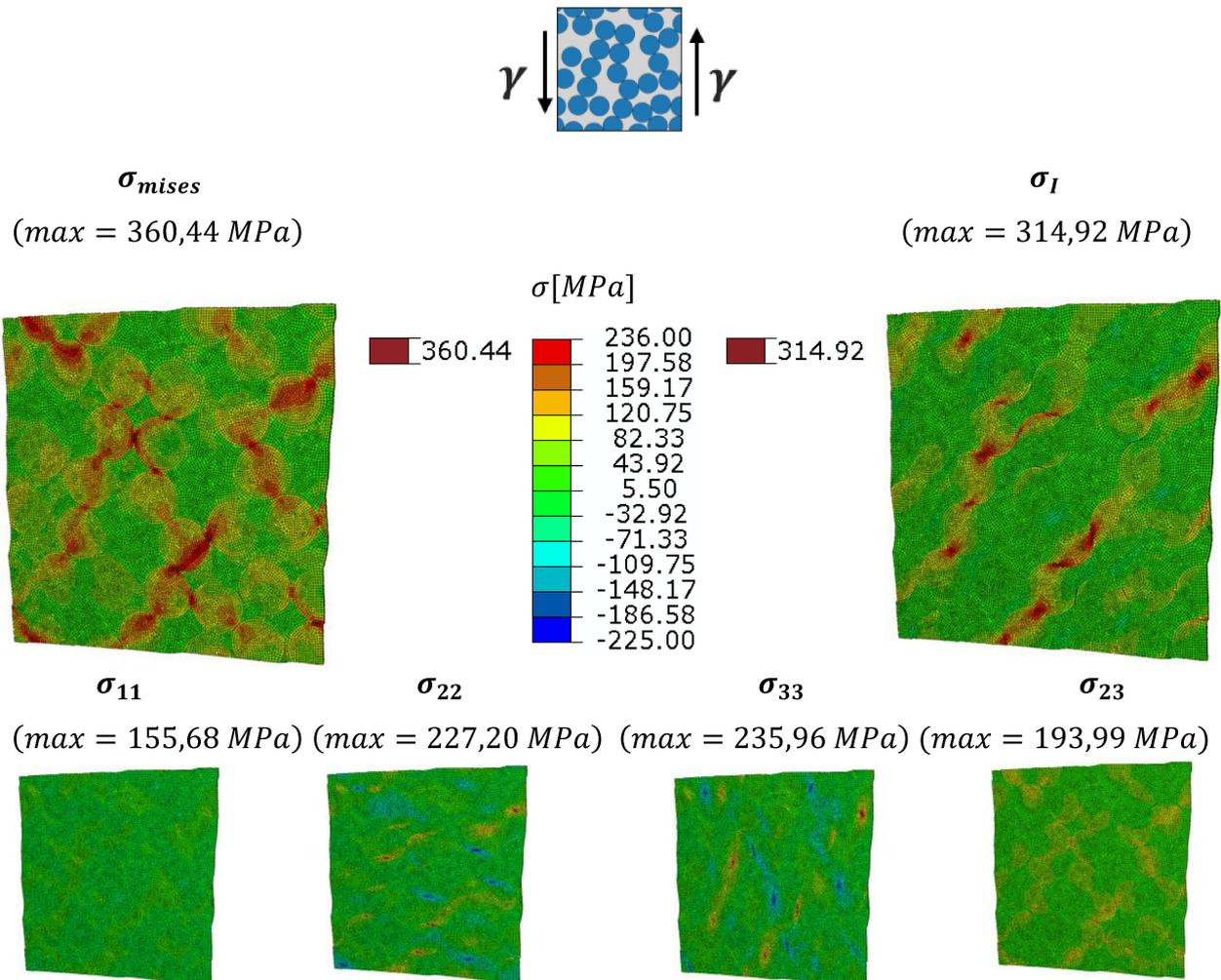


Abbildung 49: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 30-Faser-Zelle unter Schub in 23-Ebene

Abbildung 49 zeigt σ_{mises} und σ_I , sowie die Spannungskomponenten einer zufällig generierten 30-Faser-Zelle bei Schubbelastung in der 23-Ebene. Wie bei den bisher gezeigten zufällig generierten Einheitszellen sind bei diesem Lastfall im Konturplot von σ_{mises} die Zug-Druck-Lastpfade unter $\pm 45^\circ$ in der Zelle zu erkennen. Alle Spannungskomponenten haben im Vergleich zu den bisher gezeigten Zellen relative hohe Spannungsspitzen. σ_{mises} nimmt Werte von bis zu 360,44 MPa an, was unter den Zufallszellen der höchste gemessene Wert ist. Ebenso hat σ_I den bisher höchsten Maximalwert von 314,92 MPa, welcher in diesem Fall maßgeblich durch σ_{33} (Maximalwert von 235,96 MPa) bestimmt wird.

5.4 Vergleich der Spannungskomponenten aus Einheitszellenmodellen mit Mori-Tanaka-Werten

Wie in Kapitel 4.6.2 beschrieben, sind die 6 Spannungskomponenten in Einheitszellenmodellen über der jeweiligen Komponente in Belastungsrichtung dargestellt. Es sind außerdem die Mittelwerte dieser Spannungen, sowie die mittels Mori-Tanaka-Methode berechneten Spannungswerte in den Plots gezeigt.

Abbildung 51 zeigt diese Plots für Einheitszellen mit quadratischer (Quadzelle) und hexagonaler Faseranordnung (Hexzelle) bei Zugbelastung in 2-Richtung bzw. Schubbelastung in 23-Ebene. Normal- bzw. Scherdehnung waren mit 1% festgelegt. Abbildung 50 zeigt die Legende zu den Plots dieses Kapitels. Die linke Spalte enthält die Spannungskomponenten der einzelnen Elemente der Einheitszellen. Die mittlere Spalte zeigt die nach Mori-Tanaka berechneten makroskopischen Spannungen. Die rechte Spalte zeigt die Mittelwerte der Spannungskomponenten. Matrixkomponenten sind als Quadrate und Faserkomponenten als Kreise bzw. Sterne dargestellt.

Spannungen					
■	11 - Matrix	◆	11 - $Matrix_{Mori}$	■	11 - \overline{Matrix}
■	22 - Matrix	◆	22 - $Matrix_{Mori}$	■	22 - \overline{Matrix}
■	33 - Matrix	◆	33 - $Matrix_{Mori}$	■	33 - \overline{Matrix}
■	12 - Matrix	◆	12 - $Matrix_{Mori}$	■	12 - \overline{Matrix}
■	13 - Matrix	◆	13 - $Matrix_{Mori}$	■	13 - \overline{Matrix}
■	23 - Matrix	◆	23 - $Matrix_{Mori}$	■	23 - \overline{Matrix}
●	11 - Faser	★	11 - $Faser_{Mori}$	●	11 - \overline{Faser}
●	22 - Faser	★	22 - $Faser_{Mori}$	●	22 - \overline{Faser}
●	33 - Faser	★	33 - $Faser_{Mori}$	●	33 - \overline{Faser}
●	12 - Faser	★	12 - $Faser_{Mori}$	●	12 - \overline{Faser}
●	13 - Faser	★	13 - $Faser_{Mori}$	●	13 - \overline{Faser}
●	23 - Faser	★	23 - $Faser_{Mori}$	●	23 - \overline{Faser}

Abbildung 50: Legende für alle Grafikelemente in den Plots in Abbildung 51 und Abbildung

52

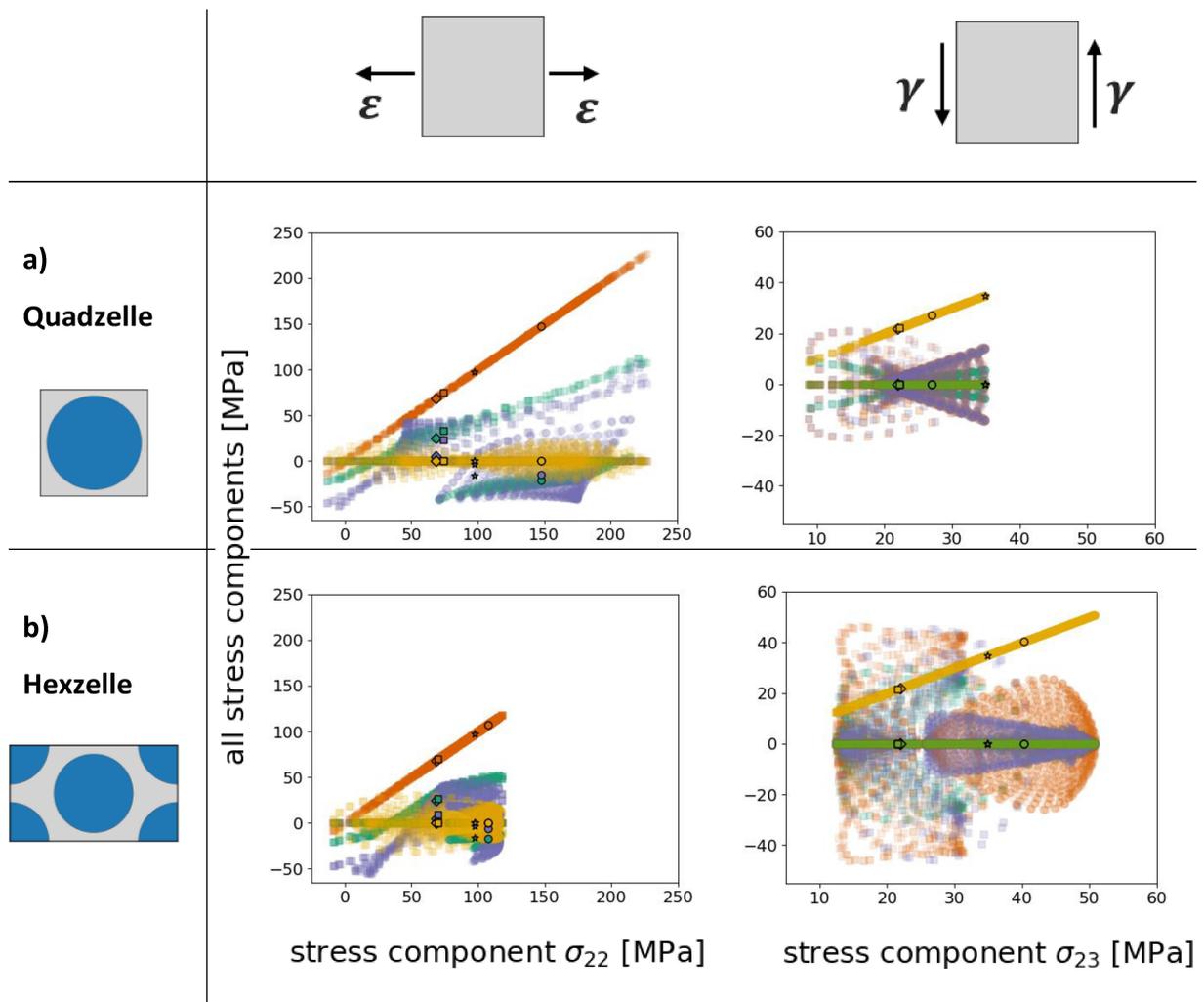


Abbildung 51: Spannungskomponenten der a) Quad- und b) Hexzelle unter Zug- bzw. Schubbelastung

Sowohl bei der Quad- als auch bei der Hexzelle in Abbildung 51 weichen die Mori-Tanaka-Werte für die Spannungskomponente in Belastungsrichtung in der Faserregion deutlich von den errechneten Spannungsmittelwerten aus den Simulationen ab (bis zu 50% bei der Quadzelle unter Zugbelastung). Die Werte der anderen Spannungskomponenten stimmen jedoch gut überein.

Gleich wie in Abbildung 51 sind in Abbildung 52 die Spannungskomponenten für zufällig generierte Einheitszellen (Zufallszellen) mit 3, 5, 10, 20 und 30 Fasern abgebildet.

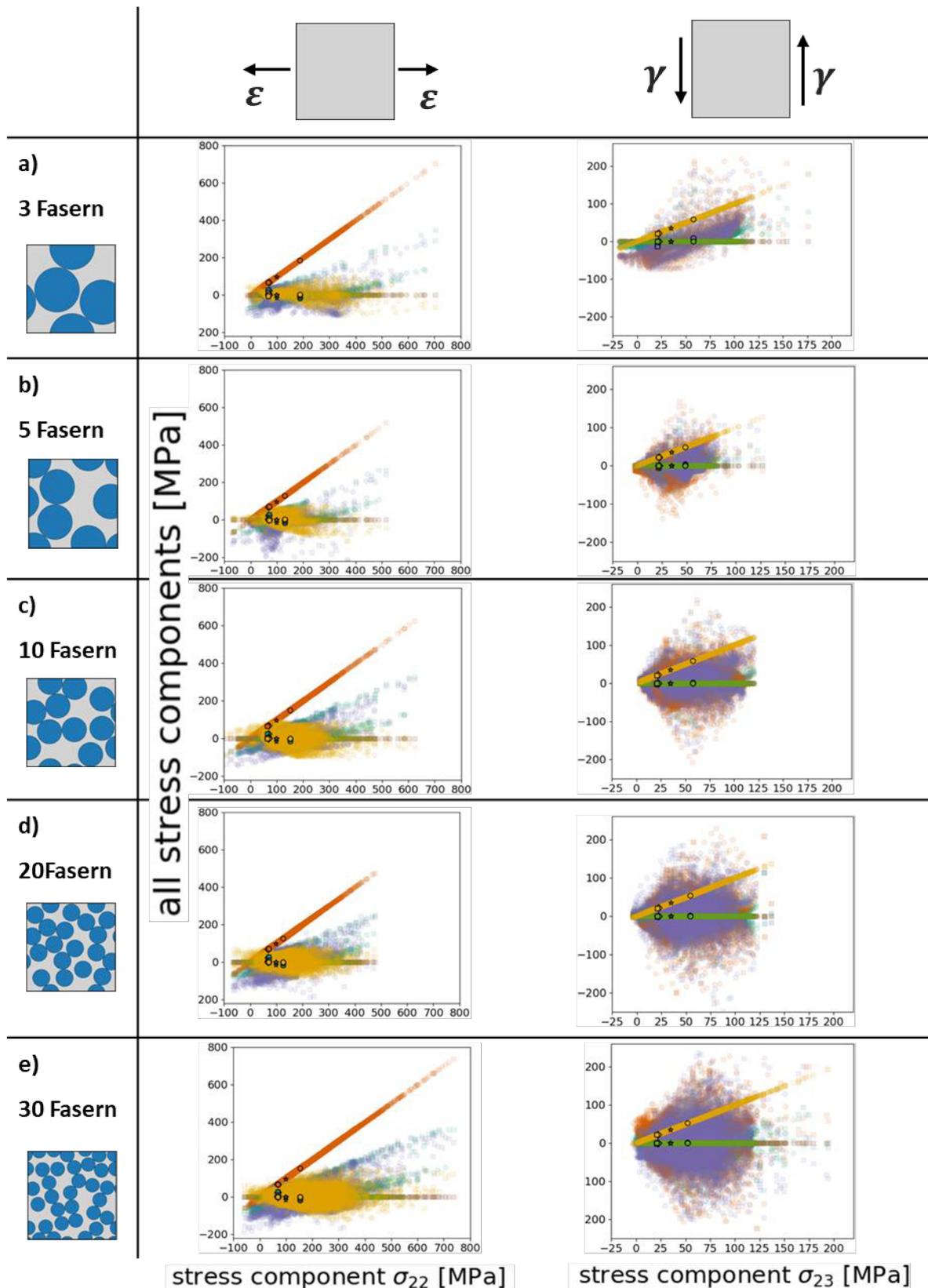


Abbildung 52: Spannungskomponenten von Zufallszellen a) 3 Fasern, b) 5 Fasern, c) 10 Fasern, d) 20 Fasern und e) 30 Fasern unter Zug- bzw. Schubbelastung

Wie auch bei der Quad- und der Hexzelle in Abbildung 51 weichen die Mori-Tanaka-Werte der Zufallszellen in Abbildung 52 für die Spannungskomponenten in Belastungsrichtung in der Faserregion deutlich von den errechneten Mittelwerten aus den Simulationsergebnissen ab. Alle anderen Spannungskomponenten können mithilfe der Mori-Tanaka-Methode gut an die Simulationsergebnisse angenähert werden.

5.5 Errechnete von-Mises-Spannungen und hydrostatische Spannungen von Einheitszellenmodellen

Wie in Kapitel 4.6.2 beschrieben, wurden die von-Mises-Spannungen σ_{mises} in Einheitszellenmodellen über dem hydrostatischen Spannungsanteil σ_h dargestellt. Abbildung 53 zeigt diese Plots für Einheitszellen mit quadratischer (Quadzelle) und hexagonaler Faseranordnung (Hexzelle) bei Zugbelastung in 2-Richtung bzw. Schubbelastung in 23-Ebene. Normal- bzw. Scherdehnung waren mit 1% festgelegt. In jedem Diagramm ist außerdem ein Konturplot der σ_{mises} -Verteilungen innerhalb der Einheitszellen gezeigt.

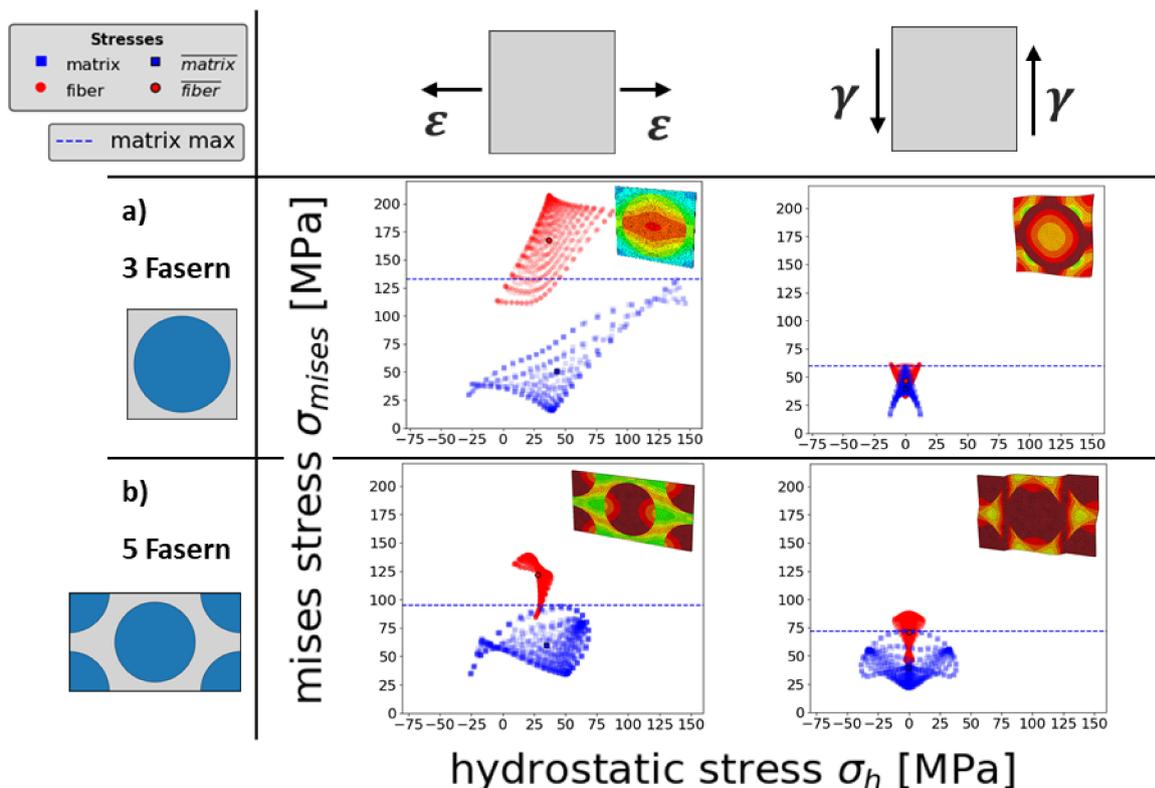


Abbildung 53: Darstellung der von-Mises-Spannung σ_{mises} über dem hydrostatischem Spannungsanteil σ_h von a) Quadzellen b) Hexzellen unter Zug bzw. Schubbelastung

Unter 0°-Zugbelastung in 2-Richtung weist die Quadzelle im Vergleich zur Hexzelle sowohl bei σ_{mises} als auch bei σ_h eine breitere Spannungsverteilung und ein höheres Maximum in der Matrix auf. In den Matrixelementen der Quadzelle ergibt sich im Extremfall eine σ_{mises} von 132,78 MPa bei gleichzeitiger σ_h von 140,04 MPa. Das verwendete Epoxidharz (Kapitel 3.3.1) hat eine Zugfestigkeit von ca. 63 MPa, weshalb in diesen Bereichen mit plastischen Verformungen zu rechnen ist. Das Material wurde als linear-elastisch angenommen, daher werden eventuelle Spannungsumlagerungen aufgrund dieser plastischen Verformungen nicht abgebildet.

Die längeren und zahlreicheren Lastpfade der Hexzelle im Matrixbereich sorgen für eine im Vergleich zur Quadzelle engere Verteilung von σ_{mises} und σ_h . Jedoch ergeben sich im Mittel höhere σ_{mises} -Werte innerhalb der Matrixregion (16% höhere Werte der Hexzelle im Vergleich zur Quadzelle). Abbildung 54 zeigt schematisch die Lastpfade der Hexzelle unter der gegebenen Zugbelastung.

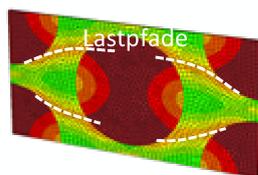


Abbildung 54: Lastpfade der Hexzelle unter Zugbelastung in 2-Richtung

Unter Schubbelastung in 23-Ebene ist σ_{mises} in der Quadzelle enger verteilt und hat ein niedrigeres Maximum in Matrixelementen als in der Hexzelle. Die höchsten σ_{mises} in Matrixelementen erreichen bei der Quadzelle Werte von 59,92 MPa und befinden sich aufgrund des Poisson-Effekts bei 0° und 90°. An diesen Stellen ist σ_h vernachlässigbar klein. Die Hexzelle hat im Vergleich dazu ein σ_{mises} -Maximum von 67,81 MPa und eine breitere σ_h -Verteilung als die Quadzelle. Tabelle 4 zeigt die höchsten Werte von σ_{mises} in Matrixelementen der Quad- und der Hexzelle sowie σ_h an diesen Stellen. Es sind außerdem die Mittelwerte der Mises-Spannung der zwei Einheitszellen ($\sigma_{mises,mittel}$) dargestellt. Die Maximalwerte von σ_{mises} in den Konturplots des Kapitels 5.3 (Abbildung 35 bis Abbildung 49) sind auf Faser- und Matrixregion bezogen und weichen daher von den hier dargestellten Werten ab.

Tabelle 4: Auflistung der höchsten Beanspruchungen ($\sigma_{mises,max}$ und σ_h bei $\sigma_{mises,max}$) sowie $\sigma_{mises,mittel}$ von Matrixelementen in der Quad- und der Hexzelle

	$\sigma_{mises,max}$ [MPa]	132,78	59,92
	σ_h bei $\sigma_{mises,max}$ [MPa]	140,04	0,52
	$\sigma_{mises,mittel}$ [MPa]	51,65	39,22
	$\sigma_{mises,max}$ [MPa]	92,04	67,77
	σ_h bei $\sigma_{mises,max}$ [MPa]	42,90	-1,12
	$\sigma_{mises,mittel}$ [MPa]	59,75	39,62

Abbildung 55 zeigt σ_{mises} über σ_h innerhalb von zufällig generierten Einheitszellen (Zufallszellen). Es sind Zufallszellen mit 3, 5, 10, 20, und 30 Fasern unter Zugbelastung in 2-Richtung bzw. Schubbelastung in 23-Ebene dargestellt. Normal- bzw. Scherdehnung waren mit 1% festgelegt.

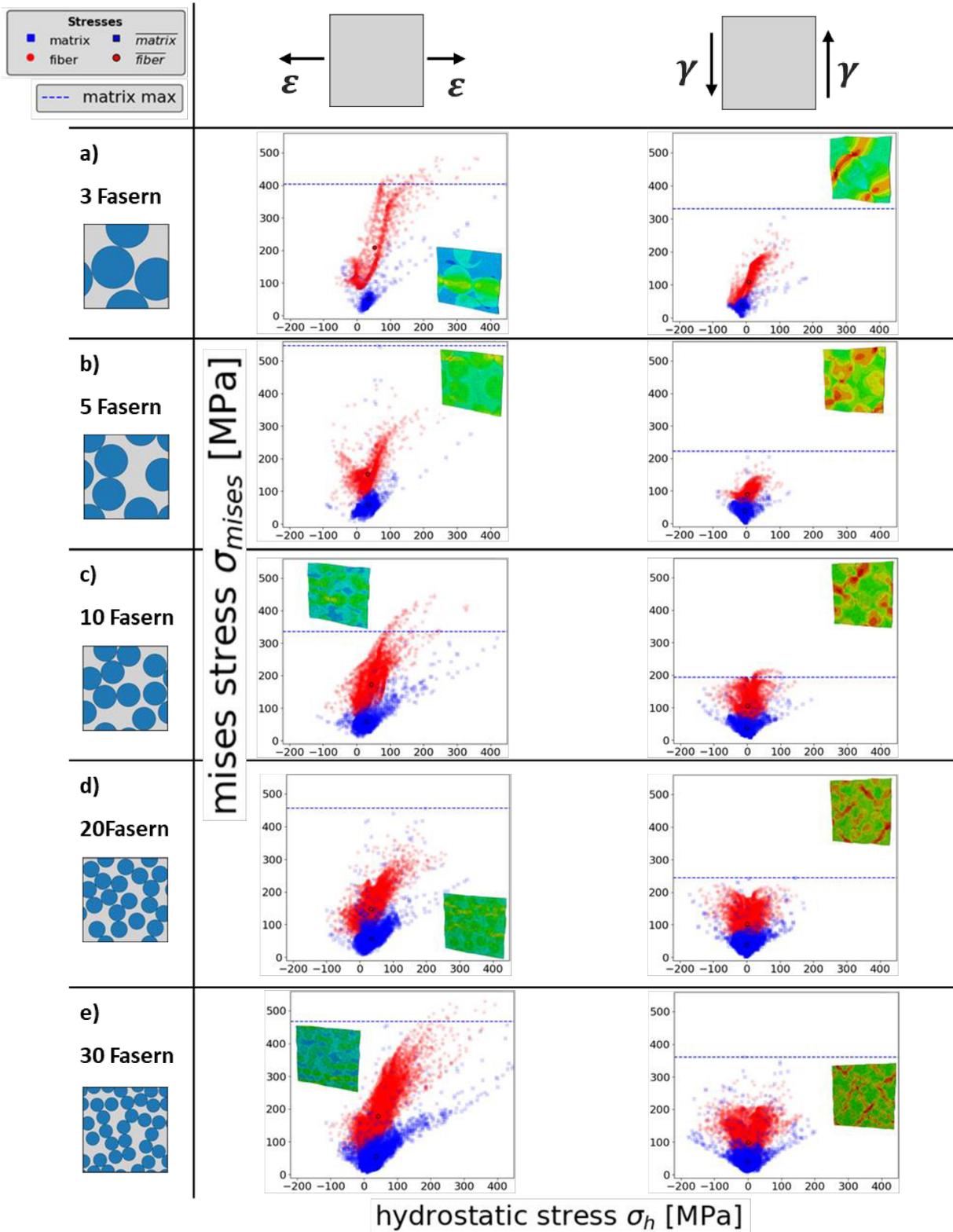
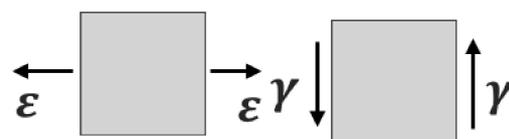


Abbildung 55: Darstellung der von-Mises-Spannung σ_{mises} über dem hydrostatischem Spannungsanteil σ_h von Zufallszellen mit a) 3 Fasern, b) 5 Fasern, c) 10 Fasern, d) 20 Fasern und e) 30 Fasern unter Zug- bzw. Schubbelastung

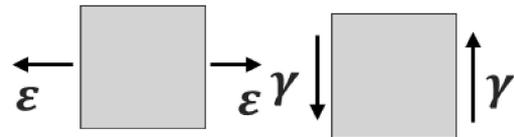
Die ausgewählten Zufallszellen haben im Vergleich zur Quad- und zur Hexzelle breitere σ_{mises} - und σ_h -Verteilungen. Durch den zufälligen Aufbau ergeben sich ungünstige Spannungssituationen für Matrixelemente, wie sie bei der Quad- und der Hexzelle nicht vorkommen. Die Spannungsmaxima in den Matrixelementen der gezeigten Zufallszellen sind daher um ein Vielfaches höher als bei der Quad- und der Hexzelle. Wie hoch sie tatsächlich ausfallen, hängt vom zufälligen Aufbau ab. Beispielweise können bereits in Zufallszellen mit 3 Fasern σ_{mises} -Werte von 403,07 MPa bei gleichzeitiger hydrostatischer Spannung von 446,94 MPa in Matrixelementen auftreten (Abbildung 55 a)). Diese Werte liegen weit über der Zugfestigkeit des verwendeten Epoxidharzes, weshalb mit plastischen Verformungen zu rechnen ist. Da die verwendeten Materialmodelle für Faser und Matrix linear-elastisch sind, wird plastisches Verhalten nicht berücksichtigt. Plastische Verformungen würden die Spannungsspitzen in der Realität reduzieren.

Tabelle 5 zeigt die höchsten vorkommenden σ_{mises} -Werte in den Matrixelementen der Zufallszellen und jeweils den σ_h -Wert im selben Element. Außerdem sind die Mittelwerte der von-Mises-Spannung $\sigma_{mises,mittel}$ jeder Zelle aufgelistet. Die Maximalwerte von σ_{mises} in den Konturplots des Kapitels 5.3 (Abbildung 35 bis Abbildung 49) sind auf Faser- und Matrixregion bezogen und weichen daher von den hier dargestellten Werten ab.

Tabelle 5: Auflistung der höchsten Beanspruchungen ($\sigma_{mises,max}$ und σ_h bei $\sigma_{mises,max}$) sowie $\sigma_{mises,mittel}$ von Matrixelementen in zufällig generierten Einheitszellen



3 Fasern 	$\sigma_{mises,max}$ [MPa]	403,07	330,10
	σ_h bei $\sigma_{mises,max}$ [MPa]	446,94	99,17
	$\sigma_{mises,mittel}$ [MPa]	54,88	39,87
5 Fasern 	$\sigma_{mises,max}$ [MPa]	546,93	221,92
	σ_h bei $\sigma_{mises,max}$ [MPa]	64,59	2,05
	$\sigma_{mises,mittel}$ [MPa]	58,81	40,01



10 Fasern 	$\sigma_{mises,max}$ [MPa]	335,43	193,71
	σ_h bei $\sigma_{mises,max}$ [MPa]	161,47	107,60
	$\sigma_{mises,mittel}$ [MPa]	60,23	39,34
20 Fasern 	$\sigma_{mises,max}$ [MPa]	456,16	243,46
	σ_h bei $\sigma_{mises,max}$ [MPa]	197,14	144,69
	$\sigma_{mises,mittel}$ [MPa]	58,77	40,39
30 Fasern 	$\sigma_{mises,max}$ [MPa]	462,47	352,62
	σ_h bei $\sigma_{mises,max}$ [MPa]	222,77	41,44
	$\sigma_{mises,mittel}$ [MPa]	59,20	38,48

Während die σ_{mises} -Spitzen bei den gezeigten Zufallszellen sehr große Unterschiede aufweisen (bis zu 40%), weichen die σ_{mises} -Mittelwerte unter Zug- bzw. Schubbelastung deutlich weniger voneinander ab (maximal 9%). Die σ_{mises} -Mittelwerte der Zufallszellen unter Zugbelastung ähneln außerdem jenen der Hexzelle (maximal 10%). Unter Schubbelastung weichen die σ_{mises} -Mittelwerte aller gerechneten Einheitszellen um maximal 3% voneinander ab.

5.6 Errechnete erste Hauptnormalspannungen von Einheitszellenmodellen

In Kapitel 4.6.4 wurden die Beträge der ersten Hauptnormalspannungen σ_I über ihrem Winkel in Bezug auf die Belastungsrichtung dargestellt. Abbildung 56 zeigt diese Plots für Einheitszellen mit quadratischer (Quadzelle) und hexagonaler Faseranordnung (Hexzelle) bei Zugbelastung in 2-Richtung bzw. Schubbelastung in 23-Ebene. Es wurden 1% Normal- bzw. Scherdehnung aufgebracht. In jedem Diagramm ist außerdem ein Konturplot der σ_I -Verteilungen innerhalb der Einheitszellen gezeigt.

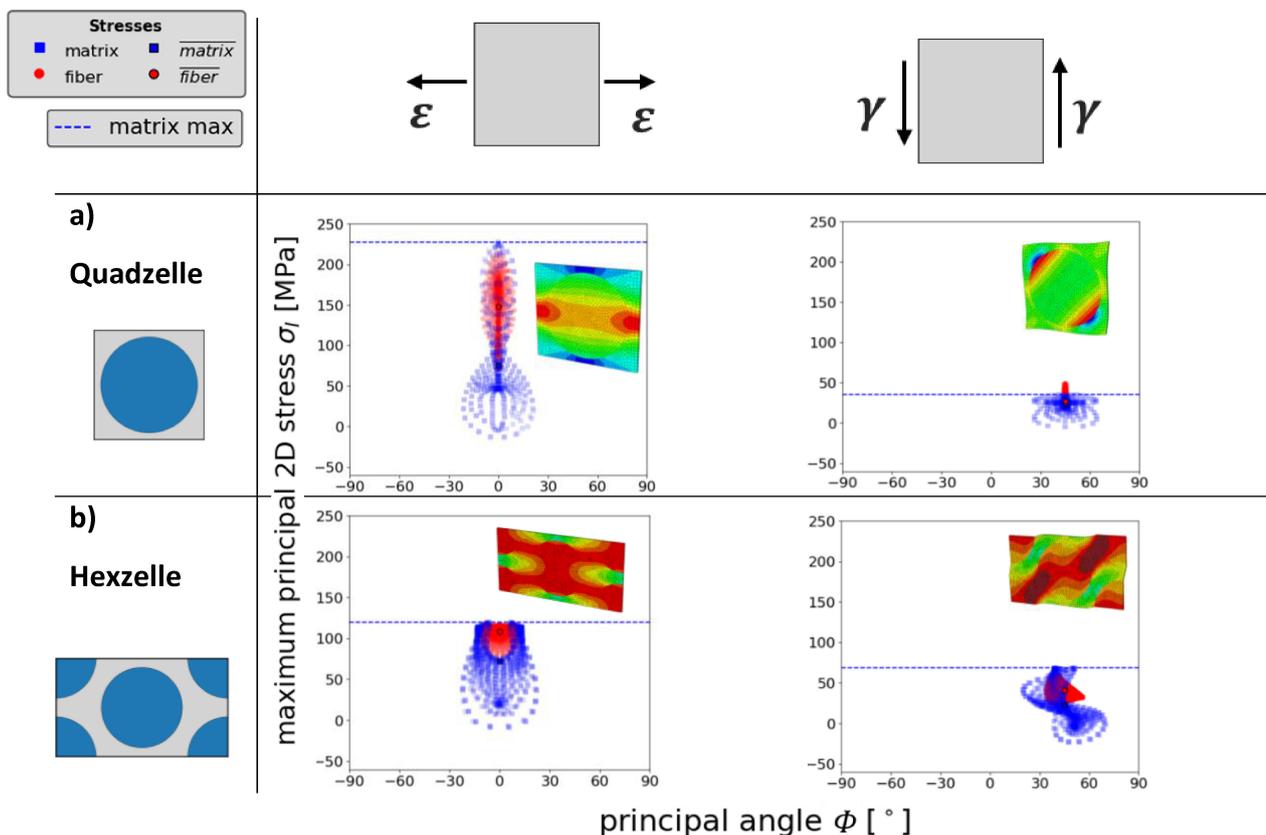


Abbildung 56: Darstellung des Betrags der ersten Hauptnormalspannung σ_I über ihrem Winkel Φ der a) Quadzelle und b) Hexzelle unter Zug- bzw. Schubbelastung

Abbildung 56 a) zeigt, dass σ_I bei der Quadzelle unter Zug in 2-Richtung ein fast doppelt so hohes Maximum (227,58 MPa) im Matrixbereich hat wie die Hexzelle (118,42 MPa). Die

Lastpfade in der Quadzelle führen über kürzere Strecken im Matrixbereich, weshalb es hier zu höheren Maxima kommt. Der Mittelwert von σ_I ist bei beiden Zellen in etwa gleich groß. Der mittlere Winkel Φ ist bei diesem Lastfall bei beiden Einheitszellen annähernd 0. Unter Schub in 23-Ebene treten in der Hexzelle höhere σ_I -Maxima (68,09 MPa) als in der Quadzelle (35,47 MPa) auf. Wie in Abbildung 32 gezeigt, können Schubspannungen als äquivalente Zug-Druck-Spannungen angesehen werden, welche unter $\pm 45^\circ$ an der Einheitszelle angreifen. In den Konturplots von σ_I sind die Zugpfade unter 45° zu erkennen. Der Winkel Φ beträgt daher bei der Quad- und der Hexzelle bei diesem Lastfall im Mittel annähernd 45° .

Tabelle 6 fasst die Werte aus den Plots in Abbildung 56 zusammen. Es sind die Maximalwerte $\sigma_{I,max}$ und Mittelwerte $\sigma_{I,mittel}$, sowie der mittlere Winkel Φ_{mittel} der Hauptnormalspannung in den Matrixelementen der Quad- und der Hexzelle dargestellt.

Tabelle 6: Auflistung der maximalen ersten Hauptnormalspannung σ_I in Matrixelementen der Quad- und der Hexzelle. Zusätzlich wurden die Mittelwerte und der mittlere Winkel dieser Spannungen aufgezeigt.

	$\sigma_{I,max}$ [MPa]	227,58	35,47
	$\sigma_{I,mittel}$ [MPa]	75,51	22,81
	Φ_{mittel} [°]	0,01	44,99
	$\sigma_{I,max}$ [MPa]	118,42	68,09
	$\sigma_{I,mittel}$ [MPa]	72,32	22,66
	Φ_{mittel} [°]	-0,04	45,06

Abbildung 57 zeigt die σ_I -Plots für je eine Zufallszelle mit 3, 5, 10, 20 und 30 Fasern bei Zugbelastung in 2-Richtung bzw. Schubbelastung in 23-Ebene.

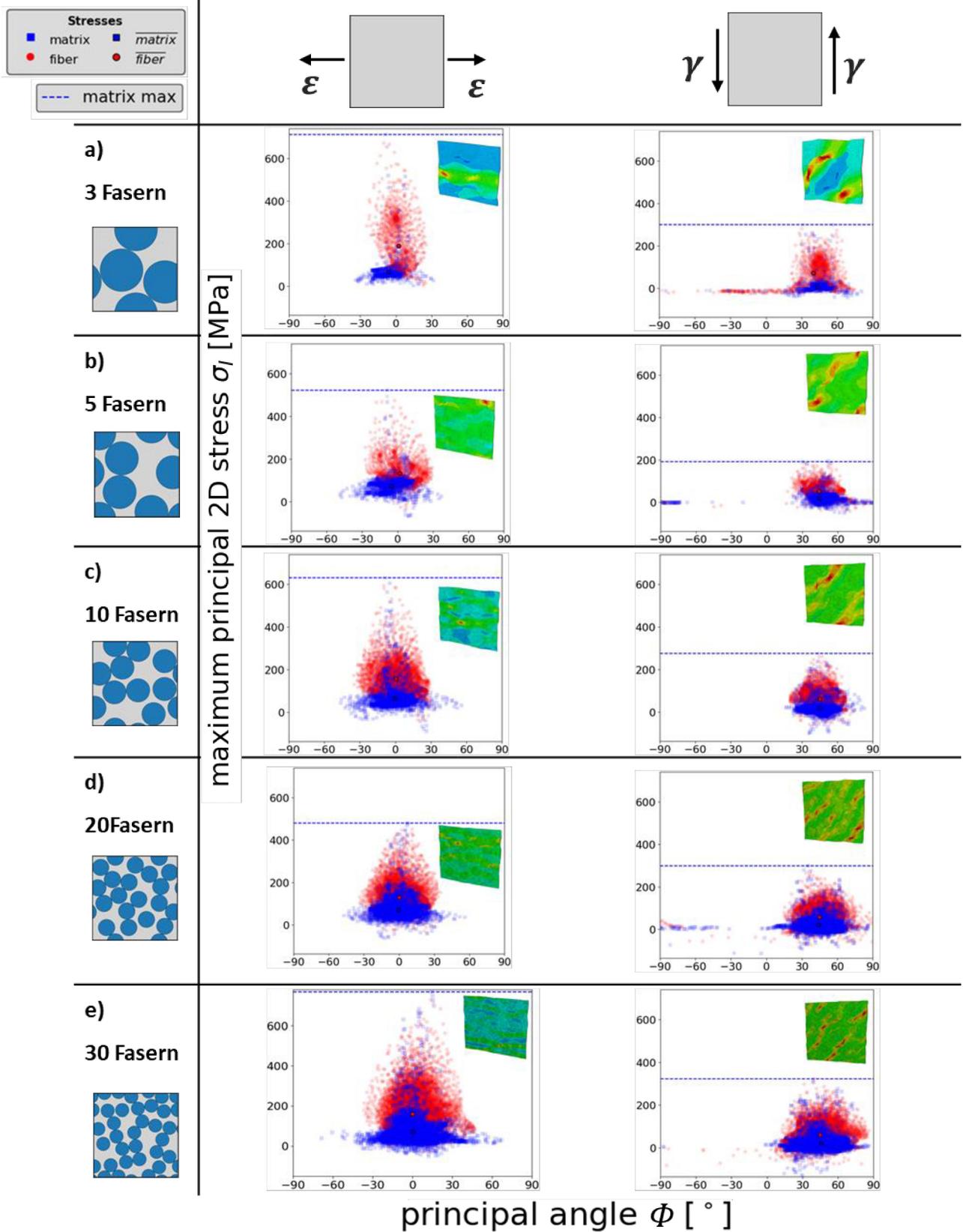
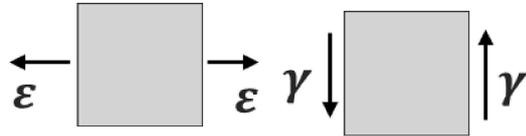


Abbildung 57: Darstellung der ersten Hauptnormalspannung σ_1 über ihrem Winkel Φ von Zufallszellen mit a) 3 Fasern, b) 5 Fasern, c) 10 Fasern, d) 20 Fasern und e) 30 Fasern

Wie bereits in Kapitel 5.3 gezeigt, hängen die Maxima von σ_I in Zufallszellen in erster Linie vom jeweiligen Aufbau der Einheitszelle ab, sind aber in bei jeder in Abbildung 57 gezeigten Zelle um ein Vielfaches höher als bei der Quad- oder der Hexzelle. Unter Zug in 2-Richtung erreicht die 30-Faser-Zelle den höchsten gemessenen σ_I -Maximalwert von $768,84 \text{ MPa}$ in Matrixelementen. Jedoch ist die 3-Faser-Zelle mit einem σ_I -Wert von $713,05 \text{ MPa}$ nur knapp dahinter. Während der Winkel Φ bei Quad- und Hexzelle bei diesem Lastfall im Mittel einen Wert von annähernd 0° hatte, gibt es bei Zufallszellen größere Abweichungen. Die Richtung von σ_I weicht bei der 3-Faser-Zelle im Mittel um $6,27^\circ$ von der Belastungsrichtung ab. Mit zunehmender Faseranzahl in den Zufallszellen sinkt diese Abweichung von 0° . Unter Schubbelastung in 23-Ebene weicht Φ bei allen Zufallszellen nur wenig (maximal $1,5^\circ$) von 45° ab. Die höchsten σ_I -Maximalwerte in Matrixelementen bei diesem Lastfall erreicht die 30-Faser-Zelle mit $314,92 \text{ MPa}$.

Tabelle 6 fasst die Werte aus den Plots in Abbildung 57 zusammen. Es sind die Maximalwerte $\sigma_{I,max}$ und Mittelwerte $\sigma_{I,mittel}$, sowie der mittlere Winkel Φ_{mittel} der ersten Hauptnormalspannung in den Matrixelementen von Zufallszellen dargestellt. Die Maximalwerte von σ_I in den Konturplots des Kapitels 5.3 (Abbildung 35 bis Abbildung 49) sind auf Faser- und Matrixregion bezogen und weichen daher von den hier dargestellten Werten ab.

Tabelle 7: Auflistung des maximalen Betrags der ersten Hauptnormalspannung σ_I in Matrixelementen von zufällig generierten Einheitszellen. Zusätzlich sind die Mittelwerte und der mittlere Winkel dieser Spannungen gezeigt.



	$\sigma_{I,max}$ [MPa]	713,05	299,78
	$\sigma_{I,mittel}$ [MPa]	68,77	8,7
	Φ bei $\sigma_{mises,mittel}$ [°]	-6,27	43,45
	$\sigma_{I,max}$ [MPa]	522,59	193,21
	$\sigma_{I,mittel}$ [MPa]	73,08	18,78
	Φ bei $\sigma_{mises,mittel}$ [°]	-5,24	44,28
	$\sigma_{I,max}$ [MPa]	629,433	276,25
	$\sigma_{I,mittel}$ [MPa]	66,90	19,76
	Φ bei $\sigma_{mises,mittel}$ [°]	-0,67	44,71
	$\sigma_{I,max}$ [MPa]	480,49	298,54
	$\sigma_{I,mittel}$ [MPa]	71,77	20,27
	Φ bei $\sigma_{mises,mittel}$ [°]	-0,45	43,59
	$\sigma_{I,max}$ [MPa]	768,84	314,92
	$\sigma_{I,mittel}$ [MPa]	70,77	20,99
	Φ bei $\sigma_{mises,mittel}$ [°]	0,16	44,63

6 Schlussfolgerungen

In dieser Arbeit wurde das mechanische Verhalten von unidirektionalen Faser-Kunststoff-Verbunden anhand von Einheitszellenmodellen untersucht. Um die Realität möglichst gut abzubilden, wurden neben der idealisierten hexagonalen und quadratischen Faseranordnung auch zufällige Faseranordnungen verwendet. Zur Ermittlung der Steifigkeiten und der Spannungsverteilungen wurden die Einheitszellen mit 6 elementaren Lastfällen beaufschlagt und in Abaqus simuliert.

Die Mittelwerte der berechneten Steifigkeiten der Quad- und der Hexzelle aus den Simulationsergebnissen liegen in der 23-Ebene ca. 20% unter den nach Mori-Tanaka-Methode berechneten Werten. In Faserrichtung stimmen die Steifigkeitswerte weitgehend überein (5% Abweichung). Auf der anderen Seite stimmen die Mori-Tanaka-Werte in allen Richtungen sehr gut mit den berechneten Normalsteifigkeiten der generierten Zufallszellen überein, da diese höher ausfallen als bei der Quad- und der Hexzelle. Mittlere Spannungskomponenten können allgemein gut mit der Mori-Tanaka-Methode angenähert werden. Jedoch kommt es bei allen Zellen zu größeren Abweichungen bei den Faserspannungen in der jeweiligen Belastungsrichtung.

Anhand eines eingeführten Faktors konnte das Anisotropieverhalten von zufällig generierten Einheitszellen (Zufallszellen) beschrieben werden (Abbildung 34). Während der Grad an Anisotropie mit der Faseranzahl in der Zufallszelle abnimmt, konnte das quasiisotrope Verhalten der Hexzelle mit bis zu 30 Fasern nicht nachgebildet werden. Aus der Analyse der von-Mises-Spannungen σ_{mises} und den der ersten Hauptnormalspannungen σ_I ging hervor, dass Zufallszellen deutlich höhere Spannungswerte an spannungstechnisch ungünstigen Stellen erreichen können als Quad- oder Hexzellen, während die Spannungen bei allen Modellen im Mittel weniger voneinander abwichen (maximal 15% bei σ_{mises} , maximal 9% bei σ_I). Bei Aufbringung einer relativ niedrigen Normal- bzw. Scherdehnung von 1% konnten bei Zufallszellen mit bis zu 30 Fasern σ_{mises} -Werte von ca. 530 MPa und σ_I -Werte von über 700 MPa erreicht werden. Das betrachtete Epoxidharz besitzt eine Fließgrenze von ca. 63 MPa, weshalb an solch ungünstigen Stellen bei den aufgetragenen Dehnungen zumindest mit plastischen Dehnungen zu rechnen ist.

Es wurde ursprünglich angenommen, dass Spannungsspitzen in σ_{mises} und σ_I mit der Faseranzahl steigen, da die Chance auf ungünstige Spannungssituationen steigt. Tatsächlich ist dies aber aufgrund der zusätzlichen Lastpfadmöglichkeiten bei mehreren Fasern nicht zwingend so. Es entstehen bei Zufallszellen mit höherer Faseranzahl zwar mehr spannungstechnisch ungünstige Engpässe zwischen Fasern, jedoch fallen sie weniger verheerend aus, da die Last über mehrere Pfade zu den Fasern geleitet werden kann. σ_I erreicht die höchsten Werte sowohl bei der 3-Faser-Zelle, wo nur ein einzelner Lastpfad existiert, welcher über eine ungünstige Engstelle führt, aber auch bei der 30-Faser-Zelle, wo zwar mehrere Lastpfade existieren, jedoch eine sehr ungünstige Stelle existiert. Da die Matrix- und Fasermaterialien in den Simulationen dieser Arbeit als linear-elastisch angenommen wurden, wird eine Spannungsumlagerung aufgrund plastischer Verformungen nicht berücksichtigt. Epoxidharze gelten jedoch als eher spröde Werkstoffe, daher kann sprödes Werkstoffversagen bei der gegebenen Belastung von 1% Dehnung nicht ausgeschlossen werden.

Literaturverzeichnis

- [1] *Faserverbundwerkstoffe*, <https://www.mtec-akademie.de/service/was-ist-eigentlich/faserverbundwerkstoffe.html> (zul. geprüft am 15 Apr 2019)
- [2] H. Schürmann, 2008, *Konstruieren Mit Faser-Kunststoff-Verbunden (VDI-Buch)*, 2. Auflage (Berlin: Springer-Verlag Berlin and Heidelberg GmbH & Co. KG)
- [3] B. Ellis, 1993, *Chemistry and Technology of Epoxy Resins*, 1. Auflage (Niederlande: Springer Verlag)
- [4] *Epoxidharze*, https://www.chemie-schule.de/KnowHow/Epoxidharz#cite_ref-LdC_1-0 (zul. geprüft am 15 Apr 2019)
- [5] R. Karpf, *Mechanische Eigenschaften von Epoxidharz-Faserverbundwerkstoffen in Abhängigkeit vom Aushärtungsgrad* (Werkstoffkunde und Prüfung der Kunststoffe, Montanuniversität Leoben), *Masterarbeit*
- [6] Degischer H. P, Lüftl S., 2009, *Leichtbau: Prinzipien, Werkstoffauswahl und Fertigungsvarianten*, 1. Auflage (Weinheim: Wiley-VCH)
- [7] M. Kästner, *Skalenübergreifende Modellierung und Simulation des mechanischen Verhaltens von textilverstärktem Polypropylen unter Nutzung der XFEM* (TU Dresden), *Dissertation*
- [8] H. J. Böhm, 2017, *A Short Introduction to Basic Aspects of Continuum Micromechanics* (Wien)
- [9] S. Müller, 2015, *Modellierung des schädigungsbehafteten inelastischen Materialverhaltens von Faser-Kunststoff-Verbunden* (Technische Universität Dresden)
- [10] R. Hill, 1963, *Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles*, *J. Mech. Phys. Solids*, 357–372
- [11] Rösner A., 2015, *Beschreibung des viskoelastischen und viskoplastischen Deformationsverhaltens von kontinuierlich faserverstärktem Polyamid-6* (Klsruher Institut für Technologie), *Dissertation*
- [12] Wu L., Noels L., Adam L., Doghri I., 2012, *A multiscale mean-field homogenization method for fiber-reinforced composites with gradient-enhanced damage models*, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **233-236**, 164–179
- [13] C. Schuecker, 2018, *Verbundwerkstoffe II: Mikromechanik* (Montanuniversität Leoben), *Vorlesung*
- [14] J. D. Eshelby, 1957, *The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems*, *Proceedings of the Royal Society* **241**, 376–396
- [15] F. U. Mathiak, 2010, *Die Methode der finiten Elemente* (Neubrandenburg: Hochschule Neubrandenburg)
- [16] Lisandro D. Dalcín, Rodrigo R. Paz, Andrés A. Anca, Mario A. Storti and Jorge D’Elía, 2005, *Parallel FEM application development in Python*, 1823–1836
- [17] Simulia, 2017, *Abaqus CAE Documentation*
- [18] Momentive Speciality Chemicals Inc., 2012, *Epikote Resin MGS RIMIR135 and Epikote Curing Agent MGS RIMH1366* (Esslingen am Neckar, Deutschland)

- [19] Brunbauer J., 2015, *Fatigue of continuously fibre reinforced composites - Engineering approaches to fatigue-life prediction* (Institute of Materials Science and Testing of Polymers, Montanuniversität Leoben), *Dissertation*
- [20] *DIN EN ISO 527-2:2012-06*: Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil 2: Prüfbedingungen für Form- und Extrusionsmassen (Berlin: Beuth Verlag GmbH)
- [21] *DIN EN ISO 527-4:1997-07*: Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften - Teil 4: Prüfbedingungen für isotrop und anisotrop faserverstärkte Kunststoffverbundwerkstoffe (Berlin: Beuth Verlag GmbH)
- [22] P. Wriggers, T. I. Zohdi, 2008, *Introduction to computational micromechanics (Lecture notes in applied and computational mechanics vol 20)* (Berlin: Springer)
- [23] H. Böhm, 2012, *ARIGEN: Particle Arrangement Generator* (Wien: TU Wien)

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: a) UD-Schicht mit quadratischer Faseranordnung b) Mehrschichtenverbund aus miteinander verklebten UD-Schichten [2]	10
Abbildung 2: Werkstoff-Volumenelement mit den zugehörigen Spannungen	10
Abbildung 3: Transversale Isotropie: Die Materialeigenschaften senkrecht zur Faserrichtung sind unabhängig von der Richtung. Die 1-Richtung stellt die Vorzugsrichtung (Faserrichtung) dar.	11
Abbildung 4: Vergleich des Spannungs-Dehnungsverhaltens von Matrix und Fasern	12
Abbildung 5: Darstellung der Epoxid-Harz Synthese basierend auf Bisphenol A [3].....	13
Abbildung 6: Härtingsreaktion eines Epoxidharzes mit einem diaminischen Härter	13
Abbildung 7: Anordnung von SiO ₂ -Baugruppen: a) Bergkristall b) Normalglas [2]	14
Abbildung 8: Schliffbild eines UD Verbundes und verschiedene Möglichkeiten von Einheitszellenmodellen (RVE) [7]	16
Abbildung 9: 10 Beispiele für Einheitszellen, mit denen eine hexagonale Faseranordnung beschrieben werden kann [8]	16
Abbildung 10: Periodische Randbedingungen: a) Periodizität der Verschiebungen an gegenüberliegenden Rändern und b) Definition von Referenzknoten M_i zur effizienten Vorgabe effektiver Spannungen oder Dehnungen [9]	18
Abbildung 11: Freigeschnittenes Volumenelement eines Verbundwerkstoffs mit der Matrix m und der Inklusion i [13]	20
Abbildung 12: Einsatzgebiete der FEM [15]	22
Abbildung 13: Geometrieparameter einer Hexzelle	24
Abbildung 14: Geometrie der Hexzelle	26
Abbildung 15: Spannungs-Dehnungs-Kurven von Epoxidharzproben (RIMR 135) mit unterschiedlicher Vorgeschichte	27
Abbildung 16: a) Kopieren der Außenfläche in 2-Richtung, b) Verknüpfung zweier Flächen mittels `Tie`-Verbindung	29
Abbildung 17: Kopplung von Knotensets bei periodischen Randbedingungen	30
Abbildung 18: Referenzpunkte und Knotensets für periodische Randbedingungen	31
Abbildung 19: Neue Referenzpunkte für Drehung der Dehnungslasten	33
Abbildung 20: Aufbringung von a) uniaxialem Zug in 2-Richtung und b) reiner Scherverformung in 23-Ebene	35
Abbildung 21: Berechnung der Nachgiebigkeitsmatrix C aus den 6 elementaren Lastfällen..	36

Abbildung 22: Skripthierarchie und -interaktion	37
Abbildung 23: Eingabeparameter des Python-Tools	39
Abbildung 24: Notation für Eingabe von mehreren Winkeln	40
Abbildung 25: Ausschnitt aus dem Python-Tool: Auswahl aus verschiedenen Plots zur Ergebnisdarstellung.....	43
Abbildung 26: Steifigkeitsverteilung der Quadzelle in Form eines Polarplots.....	44
Abbildung 27: Darstellung der Spannungskomponenten am Beispiel der Hexzelle	45
Abbildung 28: Darstellung von σ_{mises} über σ_h im Python-Tool am Beispiel einer Quadzelle.	47
Abbildung 29: Darstellung von σ_I über Φ im Python-Tool anhand einer Quadzelle.....	48
Abbildung 30: Einfluss der Netzgröße auf Spannungsspitzen	51
Abbildung 31: Steifigkeiten von a) Quad- und b) Hexzelle in 23-Ebene als Polarplots	52
Abbildung 32: Umrechnung von Schubspannungen in Normalspannungen.....	53
Abbildung 33: Steifigkeitsplots von Zufallszellen mit unterschiedlicher Faseranzahl	55
Abbildung 34: Anisotropieverhalten verschiedener Zufallszellen	57
Abbildung 35: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in der Quadzelle unter Zug in 2-Richtung.....	58
Abbildung 36: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in der Quadzelle unter Schub in 23-Ebene.....	60
Abbildung 37: Zug-Lastpfade der Quadzelle, welche sich unter Schubbelastung unter 45° bilden.....	61
Abbildung 38: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in der Hexzelle unter Zug in 2-Richtung	62
Abbildung 39: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in der Hexzelle unter Schub in 23-Ebene.....	63
Abbildung 40: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 3- Faser-Zelle unter Zug in 2-Richtung	64
Abbildung 41: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 3- Faser-Zelle unter Schub in 23-Ebene	65
Abbildung 42: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 5- Faser-Zelle unter Zug in 2-Richtung	66
Abbildung 43: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 5- Faser-Zelle unter Schub in 23-Ebene	67
Abbildung 44: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 10- Faser-Zelle unter Zug in 2-Richtung	68

Abbildung 45: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 10-Faser-Zelle unter Schub in 23-Ebene	69
Abbildung 46: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 20-Faser-Zelle unter Zug in 2-Richtung	70
Abbildung 47: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 20-Faser-Zelle unter Schub in 23-Ebene	71
Abbildung 48: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 30-Faser-Zelle unter Zug in 2-Richtung	72
Abbildung 49: Verteilung von σ_{mises} und σ_I , sowie von Spannungskomponenten in einer 30-Faser-Zelle unter Schub in 23-Ebene	73
Abbildung 50: Legende für alle Grafikelemente in den Plots in Abbildung 51 und Abbildung 52	74
Abbildung 51: Spannungskomponenten der a) Quad- und b) Hexzelle unter Zug- bzw. Schubbelastung	75
Abbildung 52: Spannungskomponenten von Zufallszellen a) 3 Fasern, b) 5 Fasern, c) 10 Fasern, d) 20 Fasern und e) 30 Fasern unter Zug- bzw. Schubbelastung	76
Abbildung 53: Darstellung der von-Mises-Spannung σ_{mises} über dem hydrostatischem Spannungsanteil σ_h von a) Quadzellen b) Hexzellen unter Zug bzw. Schubbelastung	77
Abbildung 54: Lastpfade der Hexzelle unter Zugbelastung in 2-Richtung	78
Abbildung 55: Darstellung der von-Mises-Spannung σ_{mises} über dem hydrostatischem Spannungsanteil σ_h von Zufallszellen mit a) 3 Fasern, b) 5 Fasern, c) 10 Fasern, d) 20 Fasern und e) 30 Fasern unter Zug- bzw. Schubbelastung	80
Abbildung 56: Darstellung des Betrags der ersten Hauptnormalspannung σ_I über ihrem Winkel Φ der a) Quadzelle und b) Hexzelle unter Zug- bzw. Schubbelastung	83
Abbildung 57: Darstellung der ersten Hauptnormalspannung σ_I über ihrem Winkel Φ von Zufallszellen mit a) 3 Fasern, b) 5 Fasern, c) 10 Fasern, d) 20 Fasern und e) 30 Fasern	85

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Verwendete Parameter für Einheitszellenmodelle	50
Tabelle 2: Steifigkeitswerte der Quad- und Hexzelle verglichen mit Mori-Tanaka-Werten....	54
Tabelle 3: Steifigkeitswerte von Zufallszellen verglichen mit Mori-Tanaka-Werten.....	56
Tabelle 4: Auflistung der höchsten Beanspruchungen ($\sigma_{mises,max}$ und σ_h bei $\sigma_{mises,max}$) sowie $\sigma_{mises,mittel}$ von Matrixelementen in der Quad- und der Hexzelle	79

Tabelle 5: Auflistung der höchsten Beanspruchungen ($\sigma_{mises,max}$ und σ_h bei $\sigma_{mises,max}$) sowie $\sigma_{mises,mittel}$ von Matrixelementen in zufällig generierten Einheitszellen	81
Tabelle 6: Auflistung der maximalen ersten Hauptnormalspannung σ_I in Matrixelementen der Quad- und der Hexzelle. Zusätzlich wurden die Mittelwerte und der mittlere Winkel dieser Spannungen aufgezeigt.....	84
Tabelle 7: Auflistung der maximalen ersten Hauptnormalspannung σ_I in Matrixelementen von zufällig generierten Einheitszellen. Zusätzlich wurden die Mittelwerte und der mittlere Winkel dieser Spannungen aufgezeigt.....	87