

Montanuniversität Leoben

DIPLOMARBEIT

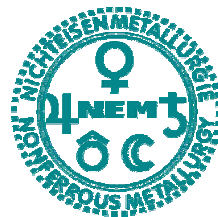
Entwicklung einer Methode zur Bewertung des Mittelspannungseinflusses für eine integrale Festigkeitshypothese

verfasst von

Gerhard Gerstmayr, Bakk.techn.

an der

Nichteisenmetallurgie



in Zusammenarbeit mit:

**Lehrstuhl für Allgemeinen
Maschinenbau**



**Christian Doppler Labor für
Betriebsfestigkeit**



Leoben, Februar 2007

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt, die vorliegende Diplomarbeit

„Entwicklung einer Methode zur Bewertung des Mittelspannungseinflusses für eine integrale Festigkeitshypothese“

eigenständig unter zu Hilfenahme der angeführten Quellen angefertigt zu haben.

Gerhard Gerstmayr, Bakk.techn.

Leoben, im Februar 2007

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meines Studiums Metallurgie am Department Product Engineering, Lehrstuhl Allgemeiner Maschinenbau, an der Montanuniversität Leoben.

Mein Dank gilt dem Leiter des Lehrstuhls Allgemeiner Maschinenbau, Herrn **Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Wilfried Eichlseder**, für die Schaffung der Voraussetzungen zur Durchführung dieser Arbeit und für seine Unterstützung.

Ich bedanke mich weiters beim Leiter des Arbeitsbereiches Nichteisenmetallurgie, Herrn **Ao.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.mont. Helmut Antrekowitsch**, für die Möglichkeit, diese Arbeit in Zusammenarbeit mit dem Lehrstuhl Allgemeiner Maschinenbau durchzuführen.

Den Herren **Dipl.-Ing. Ataollah Javidi**, **Dipl.-Ing. Gerhard Winter** und **Dipl.-Ing. Dr.mont. Michael Stoschka** danke ich für ihre Hilfsbereitschaft, die mir im Lauf der Arbeit entgegengebracht wurde.

Mein Dank gilt allen Mitarbeitern und Mitarbeiterinnen des Lehrstuhls Allgemeiner Maschinenbau sowie des CD-Labors für Betriebsfestigkeit, die mich in meiner Tätigkeit unterstützt haben.

Ganz besonders möchte ich mich bei **Dipl.-Ing. Dr.mont. Jürgen Fröschl** bedanken, der mich mit seinem unermüdlichen Engagement und seiner immerwährenden Bereitschaft, mir zu helfen, inspiriert hat.

Als meine wichtigste Erfolgsquelle bedanke ich mich bei meinen Eltern, die mich auf diesen Weg gebracht, in jeder Phase meines Studiums immer voll unterstützt haben, und auf die ich mich in allen erdenklichen Situationen meines Lebens verlassen kann.

Gerhard Gerstmayr

Kurzfassung

Diese Diplomarbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung einer Schubmittelspannungsstrategie für eine integrale Festigkeitshypothese. Im Zuge dessen wurden die Auswirkungen von Mittelspannungen, Schubmittelspannungen als auch Normalmittelspannungen, auf die Schwingfestigkeit der Aluminium-Knetlegierung AlCu4PbMgMn charakterisiert und kein signifikanter Effekt von Schubmittelspannungen auf die resultierende Torsionsschwingfestigkeit festgestellt. Ein weiterer Teil der Arbeit umfasste die Auswertung einer existierenden umfangreichen Datenbank des Vergütungsstahles 34CrNiMo6, und zeigte eine deutliche Schubmittelspannungsempfindlichkeit. Die Ergebnisse der Ermüdungsversuche wurden mit diversen unterschiedlichen Festigkeitshypothesen verglichen. Die Sicherheitsfaktorintensitätshypothese (SFIH) zeigte die besten Resultate.

Im zweiten Teil der Untersuchungen wurde ein Konzept für die SFIH entwickelt, um Schubmittelspannungseffekte zu berücksichtigen. Dadurch ist es möglich, sowohl Schub- als auch Normalmittelspannungseffekte, unter einachsigen und multiaxialen Beanspruchungszuständen zu bewerten. Die Ergebnisse der Lebensdauersimulation zeigten gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen für schubspannungsempfindliche als auch schubspannungsneutrale Materialien.

Abstract

This master thesis is focused on the development of a mean stress strategy for an integral fatigue strength criterion. In the course of this, mean stress effects of both mean shear stresses and mean normal stresses on the fatigue strength of the aluminium wrought alloy AlCu4PbMgMn were characterised indicating no significant effect of shear mean stresses on the resulting torsional fatigue strength. Moreover, an existing and extensive fatigue test data bench for the QT-steel 34CrNiMo6 determined at the institute were considered in this thesis indicating a significant mean shear stress sensitivity. The fatigue test data was compared to diverse various strength criteria. The Safety Factor Intensity Hypothesis (SFIH) demonstrated the most reliable results.

In the second part of this work, a new concept was developed, which considers mean stress effects in the SFIH. By means of this criterion it is now possible to take the shear mean stress effects into account as well as normal mean stress effects both under uniaxial and multiaxial load conditions. The lifetime simulation results indicated a good agreement to the test results both for mean shear stress sensitive and non sensitive materials.

Inhaltsverzeichnis

1	MULTIAXIALE ERMÜDUNG.....	1
1.1	Multiaxialer Spannungszustand	2
1.1.1	Allgemeiner räumlicher Spannungszustand.....	2
1.1.2	Invarianten und Hauptspannungen.....	2
1.1.3	Betrachtungen in einer Schnittebene.....	4
1.1.4	Verzerrungs- und Gestaltänderungsenergie.....	6
1.1.5	Zeitlich veränderliche, zyklische Spannungen.....	8
1.2	Festigkeithypothesen	11
1.2.1	Grundlegende Bemerkungen	11
1.2.2	Formale Bedingungen an Festigkeithypothesen.....	12
1.2.3	Einteilung der Festigkeithypothesen	14
2	FESTIGKEITSHYPOTHESEN	16
2.1	Klassische Festigkeithypothesen.....	16
2.1.1	Gestaltänderungsenergiehypothese nach v. Mises.....	16
2.1.2	Schubspannungshypothese nach Tresca	17
2.1.3	Hauptnormalspannungshypothese nach Rankine.....	18
2.1.4	FKM-Richtlinie: Vergleichsspannung für dynamische Beanspruchung.....	19
2.2	Verfahren der kritischen Schnittebene	20
2.2.1	Normalspannung der kritischen Schnittebene.....	23
2.2.2	Werkstoffcharakteristische Schubspannung	23
2.2.3	Werkstoffcharakteristische Vergleichsspannung.....	23
2.2.4	Modifizierte v. Mises Vergleichsspannung	24
2.2.5	Nokleby.....	24
2.2.6	Findley	25
2.2.7	McDiarmid.....	25
2.2.8	Matake	26
2.2.9	Kenmeugne	26
2.2.10	Papadopoulos.....	26
2.2.11	Dang Van.....	27
2.3	Verfahren der integralen Anstrengung.....	29
2.3.1	Papadopoulos	29
2.3.2	Zenner	30
2.3.3	Liu und Zenner (Erweiterung der SIH).....	31
2.3.4	Safety Factor Intensity Hypotheses (SFIH)	31
2.4	Energiebasierte Festigkeithypothesen.....	33
2.5	Empirische Modelle.....	37
2.5.1	Kombinierte Biegung/Torsion	38
2.5.2	Synchrone Beanspruchungen.....	39
3	WERKSTOFFCHARAKTERISIERUNG.....	41
3.1	Legierungselemente.....	42

3.2	Möglichkeiten der Festigkeitssteigerung.....	42
3.2.1	Verformungsverfestigung	43
3.2.2	Kornfeinung	43
3.2.3	Mischkristallhärtung	44
3.2.4	Teilchenhärtung	45
3.2.5	Wärmebehandlung	51
3.3	Verwendete Legierung.....	52
3.3.1	System Al-Cu.....	53
3.3.2	AlCuMg-Knetlegierungen	54
4	VERGLEICH D. FESTIGKEITSHYPOTHESEN – LIFE CAL.....	57
4.1	Lokales Spannungskonzept	58
4.2	Software für Dauerfestigkeitsnachweis: LifeCal.....	59
4.2.1	Input	60
4.2.2	Output	62
4.2.3	Diskretisierungseinfluss.....	62
4.2.4	Berechnungen	64
5	ERMITTLUNG VON WERKSTOFFDATEN.....	69
5.1	Prüfstände.....	69
5.1.1	Einachsige Belastungen	69
5.1.2	Mehraxiale Belastungen.....	71
5.2	Probengeometrien	73
5.2.1	Statische Versuche	73
5.2.2	Ermüdungsversuche	74
5.3	Ergebnisse	74
5.3.1	Statische Versuche	74
5.3.2	Ermüdungsversuche	77
6	ENTWICKLUNG EINER METHODE ZUR ERFASSUNG VON MITTELSPANNUNGEN IN DER SFIH.....	82
6.1	Ermittlung der Schubspannungskomponenten aus dem Schubspannungspfad	84
6.1.1	Methode des längsten Gürtels	84
6.1.2	Methode des kleinsten umschreibenden Kreises	85
6.1.3	Methode der längsten Projektionslinie.....	85
6.1.4	„Resolved shear stress method“	86
6.2	Einfluss von Mittelspannungen.....	87
6.3	Überlegungen zur Berücksichtigung von Mittelspannungen	88
6.4	Methoden zur Bewertung des Mittelspannungseinflusses für die SFIH	90
6.4.1	Methode 1: Ebene der maximalen Vergleichsspannungsamplitude	90
6.4.2	Methode 2: Ebene der maximalen Normalmittelspannung.....	91
6.4.3	Methode 3: Ebene der maximalen Schubmittelspannung.....	92
6.4.4	Methode 4: Mittelspannungen in jeder Schnittebene – integraler Ansatz	93

6.5	Spannungsverteilungen.....	94
6.5.1	Methode 1: Ebene der maximalen Vergleichsspannungsamplitude	94
6.5.2	Methode 2: Ebene maximaler Normalmittelspannung	96
6.5.3	Methode 3: Ebene maximaler Schubmittelspannung.....	98
6.6	Implementierung der Methoden in die SFIH	99
6.7	Vergleich von Versuchsergebnissen mit den Methoden zur Mittelspannungsbeurteilung	100
7	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK.....	104
7.1	Zusammenfassung.....	104
7.2	Ausblick.....	105
8	LITERATURVERZEICHNIS	107
9	TABELLEN- UND ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....	110
9.1	Tabellenverzeichnis	110
9.2	Abbildungsverzeichnis	110
ANHANG	I

1 Multiaxiale Ermüdung

In vielen Fällen liegt an den schwingbruchkritischen Stellen eines Bauteiles ein multiaxialer Beanspruchungszustand vor. Das Zusammenspiel einzelner Beanspruchungsarten nimmt dabei oft verschiedenartige und teilweise komplexe Erscheinungsformen an. Ein multiaxialer Spannungszustand kann einerseits durch eine Überlagerung von mehreren Kräften bzw. Momenten, und andererseits durch die geometrische Form, etwa im Kerbgrund, eines einachsig belasteten Bauteiles auftreten.

Für die rechnerische Überprüfung, ob ein Bauteil „dauerfest“ ausgelegt ist oder über einen vorgeschriebenen Einsatzzeitraum funktionsfähig bleibt, bedient man sich verschiedener Festigkeitshypothesen, welche eine Bewertung des multiaxialen beanspruchten Bauteiles durch Vergleich mit Werkstoffkennwerten, welche unter einachsiger Versuchsführung ermittelt wurden, ermöglichen sollen. Der vorliegende ebene oder räumliche Spannungszustand wird dabei in den meisten Fällen auf ein Spannungsskalar umgerechnet, welcher Werkstoffkennwerten, wie z.B. der Dauerfestigkeit unter wechselnder Zug/Druckbeanspruchung, gegenübergestellt wird. Die Vorgehensweise ähnelt bei den üblichen Berechnungsmethoden stark dem quasistatischen Festigkeitsnachweis. So werden eventuell nicht berücksichtigte Einflüsse des multiaxialen Beanspruchungszustandes oder auch Einflüsse der Werkstoff- und Herstellstreuungen durch Sicherheitsfaktoren in den zulässigen Festigkeitswerten berücksichtigt.

Die stetig ansteigenden Anforderungen an die Beanspruchbarkeit der Bauteile durch Leistungssteigerungen bzw. Forderung nach Leichtbau, führen zu einer Reduktion der Sicherheiten. Dies hat zur Folge, dass die Kenntnis der einzelnen Einflüsse überlagerter Beanspruchungen auf das Schwingfestigkeitsverhalten notwendig wird. Die bestehenden Festigkeitshypothesen müssen dahingehend überprüft werden, ob sie für bestimmte Werkstoffgruppen die Einflüsse einzelner Beanspruchungskombination zu beschreiben im Stande sind. Gegebenenfalls ist es notwendig, Änderungsvorschläge für den Festigkeitsnachweis zyklisch beanspruchter Bauteile zu erarbeiten oder neue Festigkeitshypothesen zu erstellen. Es ist dabei als nicht realistisch anzusehen, eine allgemeingültige Festigkeitshypothese für unterschiedlichste Werkstoffgruppen und Beanspruchungskombinationen zu finden, da der Schädigungs- bzw. Ermüdungsmechanismus und damit die werkstoffphysikalischen Vorgänge von Werkstoffgruppe zu Werkstoffgruppe differieren.

1.1 Multiaxialer Spannungszustand

In den folgenden Kapiteln werden die Grundlagen der multiaxialen Spannungstheorie kurz präsentiert.

1.1.1 Allgemeiner räumlicher Spannungszustand

Äußere Belastungen führen zu inneren Beanspruchungen in einem Bauteil. Zur Beschreibung des lokalen Spannungszustandes verwendet man häufig den Spannungstensor $\underline{\underline{\sigma}}$.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{Glg. (1.1)}$$

Die Komponenten des Spannungstensors $\underline{\underline{\sigma}}$ können am besten an Hand eines kubischen Volumenelements dargestellt werden (siehe Abb. 1.1) [1].

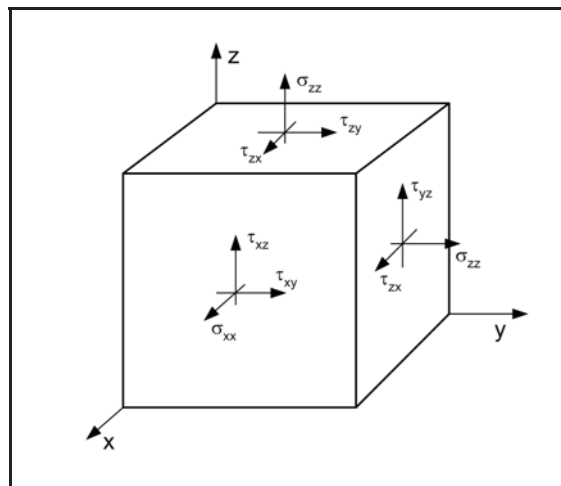


Abb. 1.1: Räumlicher Spannungszustand

An jeder Seitenfläche des betrachteten Quaders greift ein Spannungsvektor $\underline{\sigma}$ an, welcher in eine Normalspannungskomponente und zwei Schubspannungskomponenten zerlegt werden kann. Der erste Buchstabe der Indizes beschreibt die Richtung des Normalenvektors der betrachteten Seitenfläche, während der zweite Buchstabe die Richtung kennzeichnet, in welche die Spannungskomponente wirkt. Das Momentengleichgewicht zeigt, dass $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ ist. Der Spannungstensor ist daher symmetrisch bezüglich seiner Hauptdiagonalen.

1.1.2 Invarianten und Hauptspannungen

Obwohl der gesamte Spannungstensor unabhängig vom gewählten Koordinatensystem ist, verändern sich die Werte der Komponenten, wenn das Bezugskordinatensystem gedreht

wird. Der Tensor hängt damit vom gewählten Koordinatensystem ab. Wird das Bezugssystem nun in eine spezielle Lage gebracht, so verschwinden die Schubspannungskomponenten und der Spannungstensor besitzt ausschließlich noch Komponenten in der Hauptdiagonalen. Dies bedeutet, dass bei dieser speziellen Lage lediglich noch Normalspannungen, die so genannten Hauptnormalspannungen, an der betrachteten Stelle des Bauteiles vorliegen. Der Spannungstensor verändert sich dadurch wie in Glg. (1.2) dargestellt [2].

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad \text{Glg. (1.2)}$$

Zur Berechnung der Hauptlage des Bezugskordinatensystems und der Hauptspannungen, wird zunächst der Spannungsskalar in einer beliebig orientierten Schnittebene mit dem Normalenvektor \underline{n} betrachtet.

$$\sigma = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \sigma_{xx} n_x^2 + \sigma_{yy} n_y^2 + \sigma_{zz} n_z^2 + 2(\tau_{xy} n_x n_y + \tau_{yz} n_y n_z + \tau_{zx} n_z n_x) \quad \text{Glg. (1.3)}$$

Die Hauptnormalspannungen stellen in weiterer Folge die Extremwerte dieser Gleichung dar. Die Nebenbedingung für das gegebene Extremwertproblem ist die Forderung, dass die Komponenten des Normalenvektors \underline{n} zueinander senkrecht stehen, was mathematisch durch die Beziehung

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1 \quad \text{Glg. (1.4)}$$

ausgedrückt wird. Dieses Extremwertproblem kann durch Einführung eines *Lagrang'schen Faktors* σ_λ

$$F(n_x, n_y, n_z) = \sigma - \sigma_\lambda (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 - 1) \quad \text{Glg. (1.5)}$$

und Auffinden der Extremwerte durch Nullstellenlösen der Beziehungen $\partial F / \partial n_x = 0$, $\partial F / \partial n_y = 0$ und $\partial F / \partial n_z = 0$ gelöst werden. Dies führt zu folgenden Gleichungen,

$$\begin{aligned} (\sigma_{xx} - \sigma_\lambda) n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z &= 0 \\ \tau_{xy} n_x + (\sigma_{yy} - \sigma_\lambda) n_y + \tau_{yz} n_z &= 0 \\ \tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + (\sigma_{zz} - \sigma_\lambda) n_z &= 0 \end{aligned} \quad \text{Glg. (1.6)}$$

welche eine nichttriviale Lösung bringen, wenn

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} - \sigma_\lambda & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} - \sigma_\lambda & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} - \sigma_\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \text{Glg. (1.7)}$$

erfüllt ist.

Da $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ ist, sind die drei Lösungen für σ_λ reell und werden als Hauptnormalspannungen bezeichnet. Die zugehörige Lage des Koordinatensystems, welches durch \underline{n} angegeben wird, heißt Lage der Spannungshauptachsen. Die Lösung der Determinante führt zu einer Gleichung 3. Ordnung, deren drei Koeffizienten I_1 , I_2 und I_3 (siehe Glg. (1.8)) von einer Drehung des Koordinatensystems unabhängig sind, und somit als Invarianten bezeichnet werden.

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \\ I_2 &= -(\sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}\sigma_{xx}) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \\ I_3 &= \sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz} + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_{xx}\tau_{yz}^2 - \sigma_{yy}\tau_{zx}^2 - \sigma_{zz}\tau_{xy}^2 \end{aligned} \quad \text{Glg. (1.8)}$$

Eine weitere Möglichkeit die Hauptnormalspannungen zu bestimmen, ist das Lösen des Eigenwertproblems:

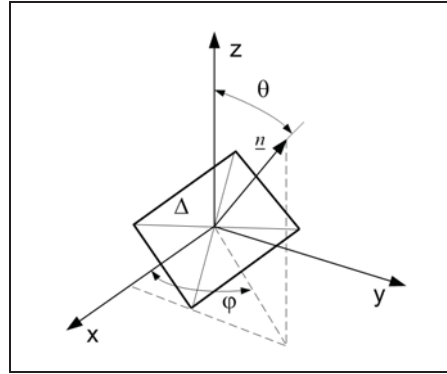
$$|\underline{\underline{\sigma}} - \sigma_i \underline{\underline{I}}| = 0 \quad \text{Glg. (1.9)}$$

Die errechneten Eigenwerte repräsentieren die vorher beschriebenen Hauptnormalspannungen.

1.1.3 Betrachtungen in einer Schnittebene

Einige Festigkeitshypothesen verwenden zur Berechnung der Vergleichsspannung den Spannungstensor selbst, während bei anderen Hypothesen aus dem Spannungstensor die Schub- und Normalspannungskomponenten in verschiedenen Schnittebenen berechnet werden. Die Transformation des Spannungstensors erfolgt dabei in diskrete Schnittebenen, welche jeweils um äquidistante Winkelinkremente zueinander angeordnet sind. Der Normalenvektor \underline{n} einer beliebig orientierten Schnittebene Δ , (siehe Abb. 1.2) lässt sich dabei durch die beiden Eulerwinkel φ und θ beschreiben.

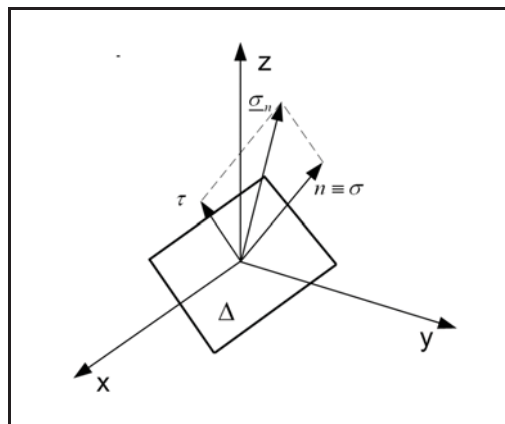
$$\underline{n} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad \text{Glg. (1.10)}$$


Abb. 1.2: Orientierung einer Schnittebene Δ

Der Spannungsvektor in einer Ebene $\underline{\sigma}_n$, sowie die skalaren Spannungen in der Ebene τ und σ (siehe Abb. 1.3) errechnen sich aus:

$$\begin{aligned}\underline{\sigma}_n &= \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} \\ \sigma &= \underline{\sigma}_n \cdot \underline{n} \\ \tau &= |\underline{\sigma}_n - \sigma \cdot \underline{n}|\end{aligned}$$

Glg. (1.11)


Abb. 1.3: Spannungskomponenten in einer Schnittebene Δ

Im realen Fall tritt Bauteilversagen üblicherweise an der Oberfläche auf, wo in einem überwiegenden Anteil der Fälle ein ebener Spannungszustand (ESZ) vorliegt. Ausnahmen stellen Kräfteinleitungspunkte dar, wie etwa ein durch Innendruck belasteter Zylinder, oder Kontaktstellen an der Oberfläche. Aus diesem Grund ist es normalerweise ausreichend, eine Lebensdauerbeurteilung an der Bauteiloberfläche durchzuführen. Für den Fall des ebenen Spannungszustandes (ESZ) lassen sich die Normal- und Schubspannungsanteile in den einzelnen Ebenen einfach berechnen. Werden für Abb. 1.4 die Kräftegleichgewichtsbedingungen in x- und y-Richtung aufgestellt, lassen sich daraus

Beziehungen für die Normal- und Schubspannung in der Ebene, beschrieben durch den Winkel φ , ableiten [3]:

$$\begin{aligned}\sigma_n(\varphi) &= \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi \\ \tau_n(\varphi) &= \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \sin 2\varphi - \tau_{xy} \cos 2\varphi\end{aligned}\quad \text{Glg. (1.12)}$$

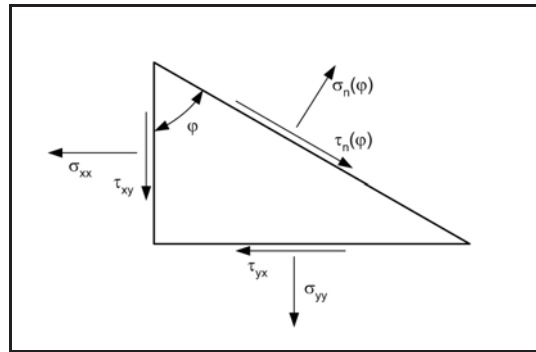


Abb. 1.4: Ebener Spannungszustand (ESZ)

Diese Beziehungen erhält man auch durch Einsetzen von $\theta = 90^\circ$, $\sigma_{zz} = \tau_{yz} = 0$ und $\tau_{yz} = 0$ in die Beziehungen für den räumlichen Spannungszustand.

1.1.4 Verzerrungs- und Gestaltänderungsenergie

In einigen neueren Berechnungsverfahren zur Beurteilung multiaxial beanspruchter Bauteile kommen energetische Ansätze zum Einsatz. Aus diesem Grund werden in weiterer Folge die oft verwendete Verzerrungs- und Gestaltänderungsenergie definiert.

Die Verzerrungsenergie U des elastischen Körpers ist dabei definiert als die bei der Verformung akkumulierte potentielle Energie. Zu ihrer Berechnung betrachten wir einen kleinen Würfel mit der Seitenlänge a , dessen Seitenflächen senkrecht zu den Spannungs- und Verzerrungshaupttrichtungen stehen. Die Spannungen und Dehnungen mögen gemäß $\lambda \cdot \sigma_1$, $\lambda \cdot \sigma_2$, $\lambda \cdot \sigma_3$ und $\lambda \cdot \varepsilon_1$, $\lambda \cdot \varepsilon_2$ sowie $\lambda \cdot \varepsilon_3$ von Null auf ihre Endwerte zunehmen, wobei λ die Werte von 0 bis 1 annehmen kann, was einen radialen proportionalen Lastpfad beschreibt. Zu einem beliebigen Zeitpunkt ist die Kraft auf die zur Richtung 1 senkrechten Fläche $a^2 \cdot \lambda \cdot \sigma_1$. Wächst λ um $d\lambda$ an, so verschiebt sich der Angriffspunkt dieser Kraft um $a \cdot \varepsilon_1 \cdot d\lambda$, so dass nach Erreichen des Endzustandes die von der Spannung σ_1 geleistete Arbeit, und damit ihr Beitrag zur Verzerrungsenergie des Würfels, gegeben ist durch

$$A_1 = \sigma_1 \varepsilon_1 a^3 \int_0^1 \lambda d\lambda = \frac{1}{2} \sigma_1 \varepsilon_1 a^3 \quad \text{Glg. (1.13)}$$

Gleiche Beiträge kommen von den beiden anderen Spannungen. Nach Division durch a^3 erhält man damit die Verzerrungsenergiedichte.

$$U' = \frac{dU}{dV} = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) \quad \text{Glg. (1.14)}$$

Für ein beliebig orientiertes Koordinatensystem geht die Gleichung über in

$$U' = \frac{dU}{dV} = \frac{1}{2} (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \sigma_{zz} \varepsilon_{zz} + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx}) \quad \text{Glg. (1.15)}$$

Diese Beziehungen können bei Vorliegen von rein elastischem Materialverhalten auch durch Anwendung des *Hook'schen Gesetzes* ausgedrückt werden, worauf hier jedoch verzichtet wird.

Die *Verzerrungsenergiedichte* besteht aus zwei Teilen, der *Volumen-* U_V^* und der *Gestaltänderungsenergiedichte* U_G^* . Die Verzerrungsenergiedichte kann somit wie in Glg. (1.16) beschrieben werden.

$$U' = U_V^* + U_G^* \quad \text{Glg. (1.16)}$$

Ein allseitig gleicher Druck $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$ bewirkt eine reine Volumenänderung ohne Gestaltänderung. Der Anteil der Volumenänderungsenergiedichte an der gesamten Verzerrungsenergie kann damit berechnet werden als

$$U_V^* = \frac{3(1-2\mu)}{4(1+\mu)G} p^2 \quad \text{Glg. (1.17)}$$

Für p wird dabei der Mittelwert der drei Normalspannungen eingesetzt, was dem hydrostatischen Druck bzw. dem hydrostatischen Spannungszustand entspricht.

$$p = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} = \frac{s}{3} \quad \text{Glg. (1.18)}$$

Der Anteil der Gestaltänderungsenergiedichte an der Verzerrungsenergiedichte lässt sich berechnen als

$$U_G^* = \frac{1}{12G} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right] \text{Glg. (1.19)}$$

Gerade für die später behandelten Festigkeitshypothesen ist die Unterteilung in Volumen- und Gestaltänderungsenergiegedichte von entscheidender Bedeutung.

1.1.5 Zeitlich veränderliche, zyklische Spannungen

Die bisherigen Aussagen gelten genau genommen für den Spannungszustand in einem gewissen Zeitpunkt bzw. für quasistatische Beanspruchungszustände. Bauteilermüdung tritt jedoch unter zeitlich veränderlichen Beanspruchungen ein. In den weiteren Betrachtungen befassen wir uns mit zyklischen Beanspruchungen, welche für die Bauteilermüdung von grundlegender Bedeutung sind.

Die zeitlich veränderlichen, zyklischen Beanspruchungen können angesehen werden als Überlagerung eines Mittelspannungszustandes mit einem Amplitudenspannungszustand. Beide Anteile sind dabei zeitlich veränderliche Größen. Während der Amplitudenspannungszustand sich zyklisch mit einer bestimmten Frequenz wiederholt, ist die zeitliche Veränderung des Mittelspannungszustandes eher langsam und nicht zwangsläufig zyklisch. Die Schwingungsformen des Spannungszustandes können dabei ganz beliebig sein (sinus-, rechteck-, dreieckförmig usw.). Der resultierende, sich zeitlich verändernde Spannungstensor kann für Amplitudenspannungen mit sinusförmiger Schwingungsform geschrieben werden als

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx}(t) & \tau_{xy}(t) & \tau_{xz}(t) \\ \tau_{yx}(t) & \sigma_{yy}(t) & \tau_{yz}(t) \\ \tau_{zx}(t) & \tau_{zy}(t) & \sigma_{zz}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx,m}(t) & \tau_{xy,m}(t) & \tau_{xz,m}(t) \\ \tau_{yx,m}(t) & \sigma_{yy,m}(t) & \tau_{yz,m}(t) \\ \tau_{zx,m}(t) & \tau_{zy,m}(t) & \sigma_{zz,m}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{xx,a} \sin(2\pi f_{xx}t + \varphi_{xx}) & \hat{\tau}_{xy,a} \sin(2\pi f_{xy}t + \varphi_{xy}) & \hat{\tau}_{xz,a} \sin(2\pi f_{xz}t + \varphi_{xz}) \\ \hat{\tau}_{yx,a} \sin(2\pi f_{yx}t + \varphi_{yx}) & \hat{\sigma}_{yy,a} \sin(2\pi f_{yy}t + \varphi_{yy}) & \hat{\tau}_{yz,a} \sin(2\pi f_{yz}t + \varphi_{yz}) \\ \hat{\tau}_{zx,a} \sin(2\pi f_{zx}t + \varphi_{zx}) & \hat{\tau}_{zy,a} \sin(2\pi f_{zy}t + \varphi_{zy}) & \hat{\sigma}_{zz,a} \sin(2\pi f_{zz}t + \varphi_{zz}) \end{pmatrix} \text{Glg. (1.20)}$$

Für jede Beanspruchungskomponente $\sigma_{ij}(t)$ kann die Mittelspannung $\sigma_{ij,m}$, die Frequenz f_{ij} , die Spannungsamplitude $\sigma_{ij,a}$ und die Phasenverschiebung φ_{ij} verändert werden. Es sind somit eine Fülle an unterschiedlichen Beanspruchungskombinationen möglich [1].

Wird der sich zeitlich ändernde Spannungstensor in eine Schnittebene transformiert, so erhält man dadurch eine Normal- und Schubspannungskomponente, welche wiederum in einen Mittel- und einen Amplitudenspannungsanteil zerlegt werden können.

In weiterer Folge geht es nun um die Festlegung einer Systematik zur Einteilung der zahlreichen Beanspruchungskombinationen, um die Fülle der vorliegenden Möglichkeiten auf einige Hauptfälle zu reduzieren. Dabei haben sich folgende Begriffe als wichtig erwiesen [1]:

Bei einem Beanspruchungs-Zeitverlauf:

Periodizität:

Ein Beanspruchungs-Zeitverlauf ist periodisch, wenn eine Zeitkonstante T existiert, für die gilt:

$$\sigma(t) = \sigma(t + T) \qquad \text{Glg. (1.21)}$$

Die *Frequenz*, in welcher die Beanspruchung auftritt, errechnet sich aus der inversen Funktion der Zeitkonstante T :

$$f = \frac{1}{T} \qquad \text{Glg. (1.22)}$$

Bei zwei verschiedenen Beanspruchungs-Zeitverläufen wird unterschieden:

Proportionalität:

Zwei Beanspruchungs-Zeitverläufe $\sigma_A(t)$ und $\sigma_B(t)$ sind zueinander proportional, wenn

das Verhältnis $\frac{\sigma_A(t)}{\sigma_B(t)}$ zeitunabhängig konstant bleibt unter der Bedingung, dass $\sigma_B(t) \neq 0$

ist. Verändert sich dieses Verhältnis mit der Zeit, spricht man von zueinander *nicht proportionalen* Beanspruchungs-Zeitverläufen.

Synchronizität:

Zwei Beanspruchungs-Zeitverläufe $\sigma_A(t)$ und $\sigma_B(t)$ sind synchron, wenn sie gleiche Schwingungsformen, Frequenzen bzw. Periodendauern und gleiche Anfangsphasenwinkel haben.

Proportionale Beanspruchungen müssen nicht zwangsläufig synchron sein. So sind z.B. zwei um 180° phasenverschobene Beanspruchungen ohne Mittelspannungen ($\sigma_{A,m}(t) = 0$ und

$\sigma_{B,m}(t) = 0$), aber gleicher Frequenz proportional, da das Verhältnis zeitunabhängig $\frac{\sigma_A(t)}{\sigma_B(t)} = -1$ beträgt, jedoch asynchron, da die Bedingung der gleichen Anfangsphasenwinkel verletzt ist.

Während für synchrone Beanspruchungen die Mittelspannungen unabhängig voneinander verändert werden können, müssen bei proportionalen Beanspruchungen auch die Mittelspannungen im selben Verhältnis wie die Amplitudenspannungen zueinander stehen.

Ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal zwischen proportionalen und nicht proportionalen Beanspruchungen besteht darin, dass sich bei proportionalen Beanspruchungen die Hauptspannungsrichtung nicht ändert, während es bei nicht proportionalen Beanspruchungen ständig zu einer sich ändernden Hauptspannungsrichtung kommt. Es ist wichtig zu beachten, dass synchrone Beanspruchungen proportional als auch nicht proportional (etwa durch vorhandene Mittelspannungen mit unterschiedlichem Verhältnis $\frac{\sigma_{A,m}}{\sigma_{B,m}} \neq \frac{\sigma_{A,a}}{\sigma_{B,a}}$) sein können.

Im Falle nicht veränderlicher Hauptspannungsrichtungen lassen sich die Einflüsse überlagerter multiaxialer Spannungszustände in vielen Fällen rechnerisch gut erfassen, während dies bei nicht proportionaler Beanspruchung oft zu Abweichungen von Versuchsergebnissen führt.

Eine grundlegende Einteilung zyklischer Beanspruchungen kann aus diesem Grund in:

- Proportional
- Nicht proportional

erfolgen.

Wie bereits erwähnt gibt es bei den nicht proportionalen Beanspruchungen eine Vielzahl an Ausprägungen, welche folgendermaßen eingeteilt werden:

- Unterschiedliche Phasenlage φ_{ij}
- Unterschiedliche Frequenzen f_{ij}
- Unterschiedliche Mittelspannungsverhältnisse $\frac{\sigma_{A,m}}{\sigma_{A,a}} \neq \frac{\sigma_{B,m}}{\sigma_{B,a}}$

Dabei können auch Kombinationen auftreten.

In vielen Fällen kann der Einfluss von nicht proportionalen Belastungen auf das Ermüdungsverhalten durch Betrachtung dieser Hauptbelastungsarten abgeschätzt werden (siehe Abb. 1.5).

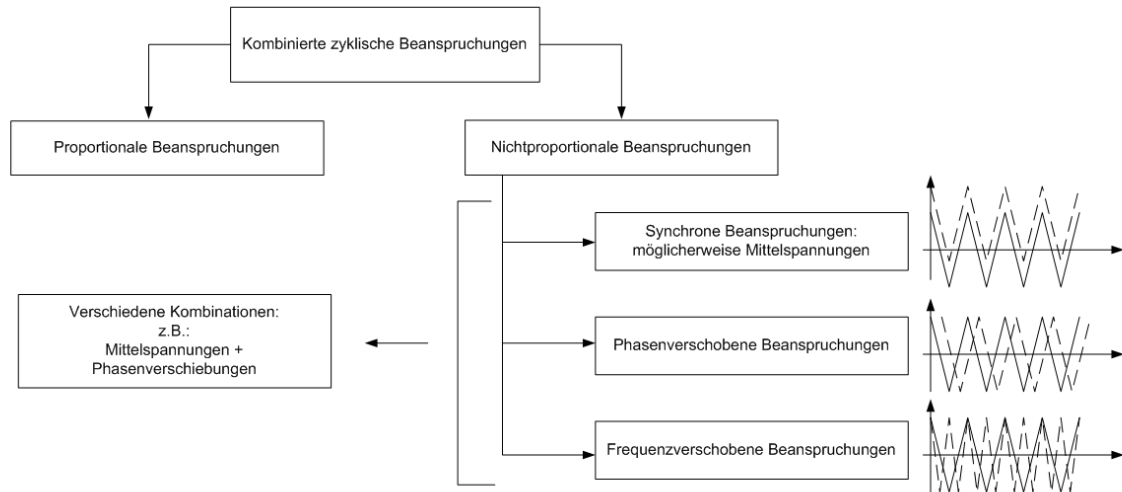


Abb. 1.5: Typische Formen periodischer multiaxialer Beanspruchungen

1.2 Festigkeitshypothesen

In diesem Kapitel erfolgen grundlegende Erklärungen über Festigkeitshypothesen, Anforderungen an die diversen Ansätze sowie deren Einteilung.

1.2.1 Grundlegende Bemerkungen

Wird ein Stab aus einem zähen Werkstoff einer langsam steigenden Zugbeanspruchung unterworfen, dann ergibt sich zunächst Proportionalität zwischen Spannung σ und Dehnung ε . Dieser Zusammenhang wird durch das *Hooke'sche Gesetz* (siehe Glg. (1.23)) beschrieben.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{Glg. (1.23)}$$

Wenn die Spannung eine bestimmte Grenze, die *Fließ-* oder *Streckgrenze* überschreitet, beginnt die Dehnung sehr schnell anzuwachsen, der Werkstoff wird plastisch und fließt [2]. Die Dehnung ε wird unterteilt in einen plastischen und einen elastischen Anteil.

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} \quad \text{Glg. (1.24)}$$

Die gleichen Effekte treten auch bei komplexen multiaxialen Spannungszuständen auf. Die Kenntnis der aus dem Zug- oder Druckversuch gewonnenen Fließgrenzen allein reicht zunächst nicht aus, um feststellen zu können, wann ein gegebener multiaxialer Spannungszustand zum Fließen führt. Gesucht ist ein Kriterium, das es uns ermöglicht, aus den sechs Komponenten σ_{ij} des allgemeinen dreiaxigen Spannungszustandes eine

Vergleichsspannung σ_V zu berechnen, welche mit der Beanspruchung beim einachsigen Versuch verglichen werden kann. Überschreitet die Vergleichsspannung σ_V die Materialfestigkeit, tritt plastische Verformung auf [2].

Die Aussagen bezüglich der Berechnung des „*Fließpunktes*“ unter multiaxialer, räumlicher Beanspruchung sind in ihrer vollen Gültigkeit auf die Berechnung der lokalen Schwingfestigkeit übertragbar. Die klassischen Festigkeitshypothesen wurden für einen quasistatischen Festigkeitsnachweis entwickelt. Deshalb ist die Anwendung dieser klassischen Festigkeitshypothesen zur Ermittlung der Schwingfestigkeit nur beschränkt gültig, weil die Schadensmechanismen unter zyklischer Beanspruchung völlig anders als bei statischer Beanspruchung sind.

1.2.2 Formale Bedingungen an Festigkeitshypothesen

An eine Festigkeitshypothese sind mehrere formale Forderungen gestellt, deren Einhaltung notwendig ist, um eine grundsätzliche Anwendbarkeit der aufgestellten Festigkeitshypothese zu gewährleisten.

Eine wesentliche Bedingung ist die Forderung nach der Unabhängigkeit der Festigkeitshypothese vom gewählten Koordinatensystem, auch als *Invarianzbedingung* bezeichnet. Ähnlich den Betrachtungen zu den Hauptspannungen, welche für einen bestimmten Beanspruchungszustand unabhängig von einer Drehung des Koordinatensystems sind, muss die verwendete Festigkeitshypothese zu gleichen Vergleichsspannungen bzw. Schädigungswerten führen, unabhängig davon, welches Koordinatensystem verwendet wird.

Im Fall einer zeitlich veränderlichen multiaxialen Beanspruchung kommt es wie gezeigt oft zu einer Änderung der Hauptspannungsrichtung während einer Periode. Ist nun die Vergleichsspannung in Abhängigkeit der Hauptspannungsrichtung definiert, folgt eine Richtungsänderung der Vergleichsspannung. Dies führt dazu, dass Einflüsse einzelner Beanspruchungskombinationen nicht richtig beschrieben werden. Es besteht daher eine weitere Forderung nach der Unabhängigkeit der Vergleichsspannung vom Hauptspannungskordinatensystem.

Bei einer ungekerbten Probe unter reiner Zugbeanspruchung kann man einen ebenen Spannungszustand (ESZ) an der Oberfläche annehmen. Der zugehörige Spannungstensor ist:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \quad \text{Glg. (1.25)}$$

Wird das Koordinatensystem gedreht ($CS1 \rightarrow CS2$) (siehe Abb. 1.6), so ändern sich auch die Spannungskomponenten. Die Spannungskomponenten des neuen Koordinatensystems $CS2$ können durch die Transformationsmatrix $\underline{\underline{\phi}}$ bestimmt werden (siehe Glg. (1.26)).

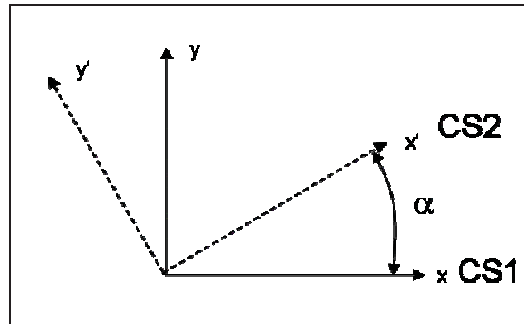


Abb. 1.6: Drehung des Koordinatensystems

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx,CS2} \\ \sigma_{yy,CS2} \\ \tau_{xy,CS2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & -2 \sin \alpha \cos \alpha \\ -\sin \alpha \cos \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx,CS1} \\ \sigma_{yy,CS1} \\ \tau_{xy,CS1} \end{pmatrix} = \underline{\underline{\phi}} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{xx,CS1} \\ \sigma_{yy,CS1} \\ \tau_{xy,CS1} \end{pmatrix} \quad \text{Glg. (1.26)}$$

Bei einer ungekerbten Probe unter wechselnder zyklischer Zugbeanspruchung führt eine Drehung des Koordinatensystems zu einer wie in Abb. 1.7 dargestellten Änderung der Spannungskomponenten. Die roten, blauen und cyanen Linien repräsentieren die Spannungskomponenten σ_{xx} , σ_{yy} und τ_{xy} , die grüne Linie stellt die errechnete Vergleichsspannung nach v. Mises dar, welche später noch ausführlicher diskutiert wird. Es ist ersichtlich, dass die Drehung des Koordinatensystems keinen Einfluss auf die Vergleichsspannung hat. Weiters ist erkennbar, dass die Hauptspannungen nicht beeinflusst werden. Die Invarianzbedingung ist also erfüllt.

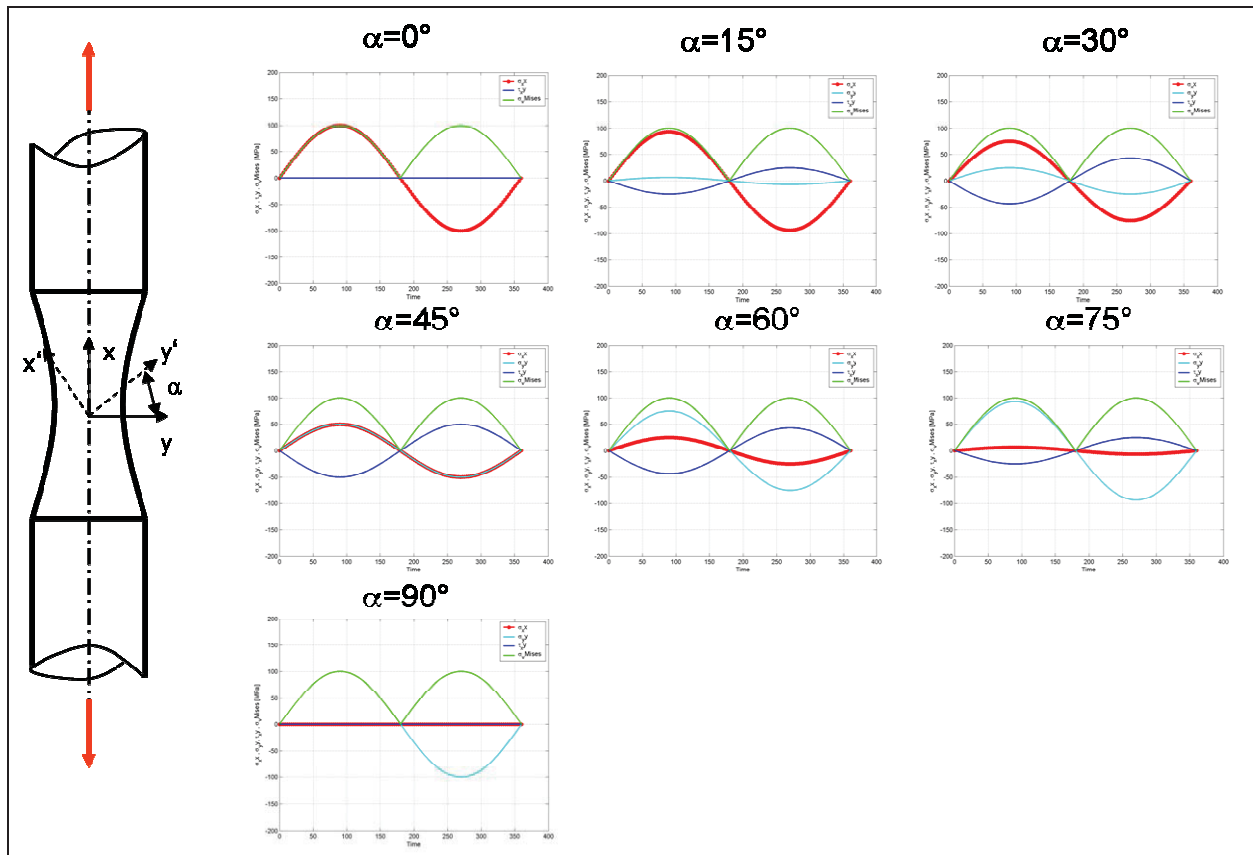


Abb. 1.7: Einfluss des Koordinatensystems auf die Spannungskomponenten

1.2.3 Einteilung der Festigkeitshypothesen

Es gibt viele Möglichkeiten die Festigkeitshypothesen einzuteilen. Eine Art ist die Klassifikation nach dem Versagensmechanismus oder dem Werkstoffverhalten (duktil, semiduktill bzw. spröde bzw. fehlerfrei und fehlerbehaftet).

In [4] wird die Unterscheidung in duktile, semiduktile und spröde Materialien durch Betrachtung des τ/σ -Verhältnisses gemacht. Bei dynamischen Belastungen entspricht dies dem Verhältnis von Torsionswechselfestigkeit $\tau_{D,t}$ zu Umlaufbiegewechselfestigkeit $\sigma_{D,UB}$. Für duktile Werkstoffe betragen die Verhältnisse etwa 0,5 bis 0,65, für semiduktile 0,65 bis 0,8 und für spröde Werkstoffe 0,8 bis 1, wobei die Übergänge zwischen den einzelnen Zähigkeitszuständen fließend sind.

Eine weitere Möglichkeit die zahlreichen existierenden Festigkeitshypothesen zu klassifizieren, ist die Betrachtung der Arbeitsweise:

- Klassische Festigkeitshypothesen (für statischen Festigkeitsnachweis definiert)
- Verfahren der kritischen Schnittebene

- Integrale Verfahren
- Energiebasierte Verfahren
- Empirische Verfahren

In Kapitel 2 werden die untersuchten Festigkeitshypothesen nach diesen Verfahren eingeteilt und einer weiteren Betrachtung unterzogen.

2 Festigkeithypothesen

In Kapitel 1 wurden grundlegende Spannungsbetrachtungen an einem Volumenelement bzw. in einer Schnittebene sowie grundsätzliche Eigenschaften von zyklischen Beanspruchungsverläufen als Einleitung in das Themengebiet der multiaxialen Ermüdung präsentiert. Abschluss war eine Einteilung von Festigkeithypothesen in verschiedene Gruppen.

Auf diese einzelnen Gruppen von Festigkeithypothesen wird im Zuge dieses Kapitels näher eingegangen, in weiterer Folge bedeutende Hypothesen aufgelistet und deren Vorgehensweise, Unterschiede und Anwendungsspektrum diskutiert.

2.1 Klassische Festigkeithypothesen

Nachfolgend werden Ansätze vorgestellt, welche ursprünglich für den statischen Festigkeitsnachweis definiert wurden und bis heute vielfach in Verwendung sind.

2.1.1 Gestaltänderungsenergiehypothese nach v. Mises

Es liegt nahe, als Maß für die „Anstrengung“ des Werkstoffes in einem beliebigen Körperpunkt die dort vorliegende *Verzerrungsenergiedichte* anzusehen. Versuche zeigen, dass Fließen nur dann eintritt, wenn die Verformungen des Körpers mit einer Änderung seiner *Gestalt* verbunden sind. Eine reine *Volumenänderung* wie sie durch einen allseitig gleichen Druck $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$ bewirkt wird, führt auch bei großen Werten von p nicht zum Fließen. Will man daher ein Energiekriterium formulieren, muss der für die Volumenänderung nötige Energiedichteanteil U_V^* , berechnet nach

$$U_V^* = \frac{3(1-2\mu)}{4(1+\mu)G} p^2, \quad \text{Glg. (2.1)}$$

von der gesamten Verzerrungsenergiedichte abgezogen werden. Die daraus resultierende Gestaltänderungsenergiedichte U_G^*

$$U_G^* = \frac{1}{12G} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right] \text{Glg. (2.2)}$$

sagt nun aus, dass in einem Körperpunkt immer dann Fließen eintritt, wenn U_G^* jenen Wert erreicht, wie er an einem einachsigen beanspruchten Probestab ebenfalls zum Fließen führt. Für den einachsigen Spannungszustand lautet die Gestaltänderungsenergiedichte

$$U_G^* = \frac{R_e^2 \text{ bzw. } R_{p0,2}^2}{6G} = \frac{\sigma_V^2}{6G} \quad \text{Glg. (2.3)}$$

Setzt man Glg. (2.2) und Glg. (2.3) gleich, erhält man die Vergleichsspannung

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right]} \quad \text{Glg. (2.4)}$$

Dieses Kriterium wurde zum ersten Mal von v. Mises formuliert [2].

In der Bauteilauslegung und -beurteilung wird die Gestaltänderungsenergiehypothese nach v. Mises gerne auch zur Schwingfestigkeitsberechnung von Komponenten eingesetzt, da gerade bei duktilen Werkstoffen unter synchroner multiaxialer Beanspruchung die Übereinstimmung gut ist. Trotzdem muss bemerkt werden, dass der Ansatz nach v. Mises ursprünglich für statische Festigkeitsnachweise erzeugt wurde.

2.1.2 Schubspannungshypothese nach Tresca

Eine weitere in der Praxis für duktile Werkstoffe oft verwendete Festigkeithypothese ist die Schubspannungshypothese, welche auf Tresca zurückgeht. Diese Hypothese ist durch Versuche weniger bestätigt als das Kriterium nach v. Mises, es lässt sich jedoch mathematisch einfacher handhaben. Als Vergleichsspannung wird die größte Schubspannung verwendet. Ordnet man die Hauptspannungen der Größe nach, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, so ist diese Schubspannung

gegeben durch $\tau_{\max} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2}$ und die *Tresca* Vergleichsspannung lautet

$$\sigma_V = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \text{Glg. (2.5)}$$

Das Problem des Schubspannungskriteriums nach Tresca ist, dass hohe Normalmittelspannungen eine hohe Hauptnormalspannung σ_1 bewirken können. Die maximale Schubspannung ist jedoch gering und somit wird laut dieser Hypothese kein Fließen detektiert, obwohl der Werkstoff auf Grund der hohen Hauptnormalspannung σ_1 bereits versagt. Im Extremfall können die Mohrschen Spannungskreise weit rechts bzw. links auf der Abszisse liegen, ohne dass ein Fließbeginn detektiert wird, sofern die Radien der Mohrschen Spannungskreise klein bleiben (siehe Abb. 2.1).

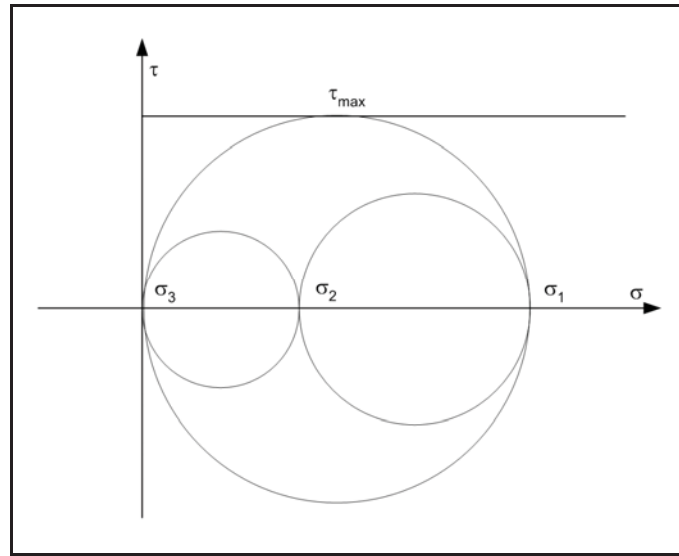


Abb. 2.1: Tresca-Kriterium im Mohr'schen Spannungskreis

2.1.3 Hauptnormalspannungshypothese nach Rankine

Während die Gestaltänderungsenergiehypothese nach v. Mises und die Schubspannungshypothese nach Tresca für duktile bzw. semiduktile Werkstoffe zu guten Ergebnissen führen, wird zur Berechnung des Versagens durch Bruch bei spröden Werkstoffen oft die größte Hauptnormalspannung σ_1 herangezogen.

Es muss betont werden, dass die Benützung von Bruchhypothesen überhaupt nur dann sinnvoll ist, wenn die Spannungen knapp vor dem Bruch hinreichend bekannt sind. Die Verwendung der mit Hilfe der Elastizitätstheorie berechneten Spannungsverteilung ist nur dann zulässig, wenn der Werkstoff bis zum Bruch dem *Hooke'schen Gesetz* gehorcht.

Im Gegensatz zur Schubspannungshypothese nach Tresca bleiben bei der Hauptnormalspannungshypothese nach Rankine hohe Schubspannungen unberücksichtigt, sofern dadurch nicht die maximale Hauptnormalspannung ein bestimmtes Maß übersteigt (siehe Abb. 2.2). Sehr große Radien der *Mohrschen Spannungskreise* haben dadurch teilweise keine Auswirkung auf die Vergleichsspannung. Dies passiert, wenn hohe Torsionsbelastungen und hohe Druckmittelspannungen überlagert auftreten.

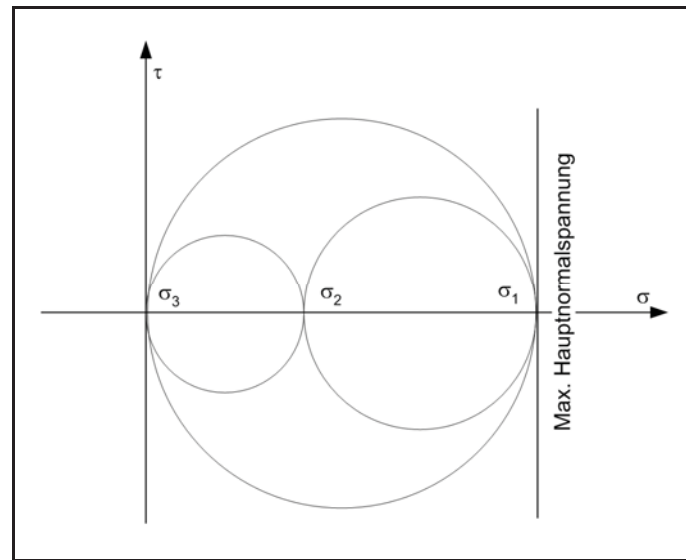


Abb. 2.2: Hauptspannungskriterium im Mohrschen Spannungskreis

Die Hauptnormalspannungshypothese nach Rankine wird gewöhnlich zur Lebensdauerbeurteilung gehärteter Schichten herangezogen, da die Schwingbruchflächen eindeutig zeigen, dass der Versagensmechanismus solcher Schichten normalspannungsdominiert ist.

2.1.4 FKM-Richtlinie: Vergleichsspannung für dynamische Beanspruchung

In der FKM-Richtlinie wird die Vergleichsspannung σ_v (genauer: der aus σ_v errechnete Auslastungsgrad a) in Abhängigkeit vom Verhältnis der Schub-Wechselfestigkeit $\tau_{D,t}$ zur Zug-Druck-Wechselfestigkeit $\sigma_{D,ZD}$ errechnet. Bei der Berechnung der Vergleichsspannung wird sowohl die Vergleichsspannung $\sigma_{V,GEH}$ nach der Gestaltänderungsenergiehypothese nach v. Mises, als auch die Vergleichsspannung $\sigma_{V,NH}$ nach der Normalspannungshypothese nach Rankine berücksichtigt [5].

$$\sigma_v = (1 - q)\sigma_{V,GEH} + q\sigma_{V,NH} \quad \text{Glg. (2.6)}$$

$$a = (1 - q)a_{GEH} + qa_{NH} \quad \text{Glg. (2.7)}$$

$$q = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{f_{W,\tau}}}{\sqrt{3} - 1} \quad \text{Glg. (2.8)}$$

$$f_{w,\tau} = \frac{\tau_{D,t}}{\sigma_{D,ZD}} \quad \text{Glg. (2.9)}$$

Der zyklische Auslastungsgrad a ist der Quotient aus vorhandener Spannungsamplitude und zulässiger Amplitude der Bauteilkomponente im Nachweispunkt. Dieser ist per Definition immer positiv [5].

Entsprechend gilt für Stahl mit $\frac{\tau_{D,t}}{\sigma_{D,ZD}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ und $q = 0$ die Gestaltänderungsenergiehypothese nach v. Mises, für randschichtgehärtete oder für geschweißte Bauteile mit $q = 1$ die Normalspannungshypothese nach Rankine, während für Grauguss mit $\frac{\tau_{D,t}}{\sigma_{D,ZD}} = 0,85$ und $q = 0,76$ ein gewogenes Mittel aus beiden Hypothesen verwendet wird.

2.2 Verfahren der kritischen Schnittebene

Die Festigkeithypothesen der kritischen Schnittebene gehen von einem Versagen in jener Schnittebene aus, welche den höchsten Vergleichsspannungswert bzw. nach einer Schadensakkumulation den höchsten Schädigungswert aufweist. Angrenzende Schnittebenen an der gleichen Nachweisstelle werden nicht berücksichtigt.

In der Gruppe der Verfahren der kritischen Schnittebene hat sich in den letzten Jahrzehnten eine Fülle an verschiedenen Festigkeithypothesen gebildet. Diese unterscheiden sich in der Definition der kritischen Schnittebene selbst, wie auch in der Bildung der Vergleichsspannung in der kritischen Schnittebene. Auch die eingesetzten Schadensakkumulationshypothesen bei Berechnungen im Zeitfestigkeitsbereich variieren bei den einzelnen Hypothesen.

Wie bereits in Kapitel 1.1.3 dargestellt wurde, kann aus dem zeitlich veränderlichen Spannungstensor für jede Schnittebene eine Normal- und eine Schubspannungskomponente berechnet werden, welche wiederum aus einem Mittel- und einem Amplitudenspannungsanteil bestehen (siehe Abb. 2.3).

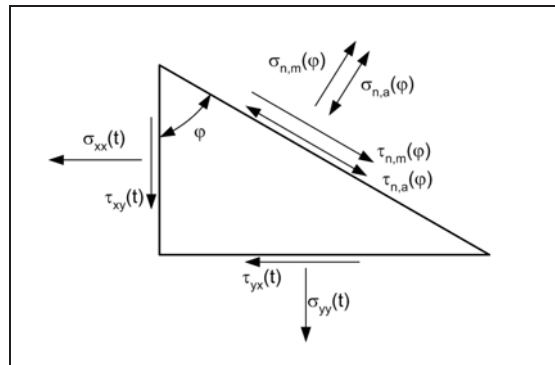


Abb. 2.3: Schnittbenentransformation eines ebenen Spannungszustandes

Es ist möglich, aus diesen vier Spannungsbestandteilen in einer beliebig orientierten Schnittfläche in weiterer Folge eine Vergleichsspannungsamplitude und eine Vergleichsmittelspannung zu ermitteln,

$$\begin{aligned}\sigma_{v,a,\theta\varphi} &= f(\sigma_{n,a}, \tau_{n,a}) \\ \sigma_{v,m,\theta\varphi} &= f(\sigma_{n,m}, \tau_{n,m})\end{aligned}\quad \text{Glg. (2.10)}$$

welche zu einer resultierenden Vergleichsspannung $\sigma_{v,\theta\varphi}$ in der Schnittfläche zusammengefasst werden können.

$$\sigma_{v,\theta\varphi} = f(\sigma_{v,a,\theta\varphi}, \sigma_{v,m,\theta\varphi}) \quad \text{Glg. (2.11)}$$

Für den rechnerischen Nachweis der „dauerfesten“ Auslegung eines Bauteiles ist jene Schnittfläche kritisch, welche die höchste resultierende Vergleichsspannung aufweist:

$\sigma_{v,\theta\varphi} \rightarrow \max$. Ist die Bedingung $\sigma_{v,\theta\varphi,\max} \leq \frac{\sigma_D}{\nu}$ erfüllt, so ist das Bauteil korrekt dimensioniert. σ_D ist die Schwingfestigkeit für eine bestimmte Schwingspielzahl (ehemals als Dauerfestigkeit bezeichnet) und ν der entsprechende Sicherheitsfaktor.

Soll ein Festigkeitsnachweis im Zeitfestigkeitsbereich durchgeführt werden, muss für jede Schnittfläche die Gesamtschädigung $D_{\theta\varphi}$ auf Grund des errechneten Vergleichsspannungs-Zeitverlaufes in der Schnittfläche akkumuliert werden. Die kritische Schnittfläche ist nun jene für die gilt: $D_{\theta\varphi} \rightarrow \max$. Es tritt dabei kein Bauteilversagen ein, wenn die Bedingung

$$D_{\theta\varphi,\max} \leq \frac{1}{\nu} \text{ erfüllt ist.}$$

Das in Abb. 2.4 dargestellte Schema eines kritischen Schnittebenenverfahrens zeigt die prinzipielle Struktur eines Berechnungsverfahrens, welches sowohl für die Berechnung der Sicherheit gegen Dauerbruch, als auch für einen Festigkeitsnachweis im Zeitfestigkeitsbereich geeignet ist.

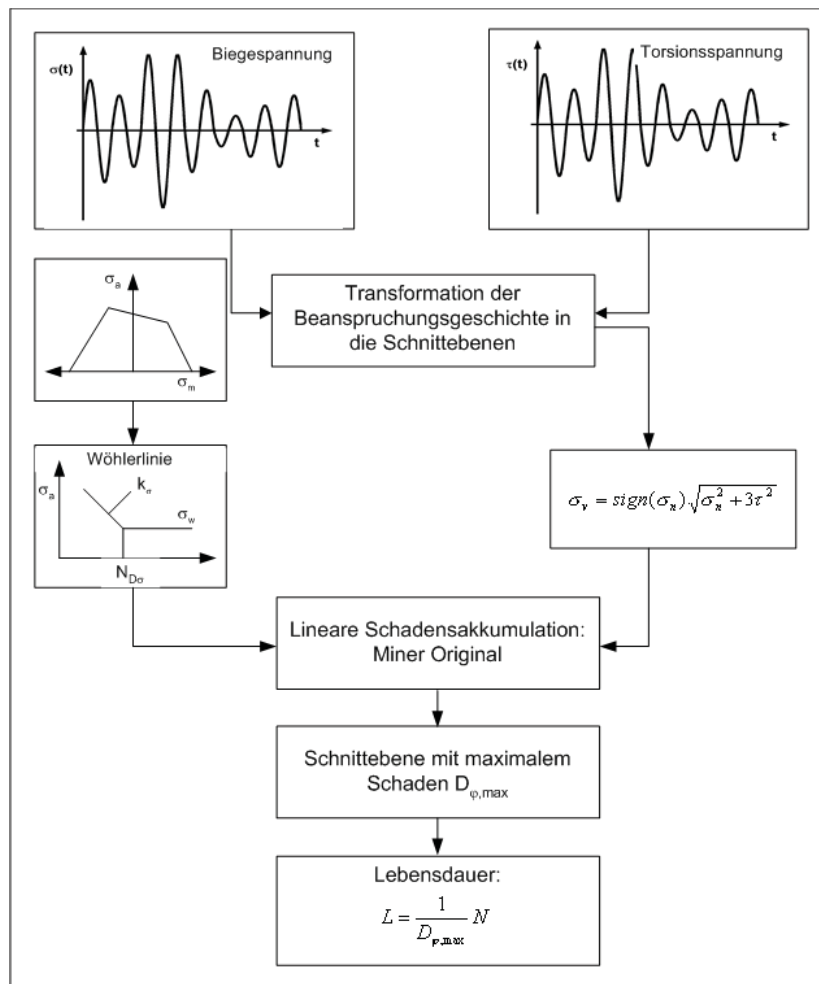


Abb. 2.4: Schema eines kritischen Schnittebenenverfahrens

Bei der verwendeten Vergleichsspannungshypothese handelt es sich dabei um eine modifizierte v. Mises Hypothese (siehe Kapitel 2.2.4), welche oft für Festigkeitsnachweise bei duktilen Materialien herangezogen wird.

An Stelle der in Abb. 2.4 verwendeten Festigkeitshypothese ist es möglich auch jede andere Hypothese zur Berechnung der Vergleichsspannungsamplitude zu verwenden. In weiterer Folge werden hier einige kritische Schnittebenenverfahren vorgestellt und präsentiert. Für weitere Informationen sei auf [1] verwiesen, wo zahlreiche Ansätze aufgelistet sind.

2.2.1 Normalspannung der kritischen Schnittebene

Diese Methode ist nur für sehr spröde Werkstoffe zu empfehlen. Annahme ist, dass nur die maximale Normalspannung ausschlaggebend für das Materialversagen ist. Schubspannungen werden hierbei als nicht relevant erachtet. Dieser Ansatz ist ähnlich zu jenem von Rankine.

$$\sigma_v = \sigma_{\varphi\eta} \quad \text{Glg. (2.12)}$$

2.2.2 Werkstoffcharakteristische Schubspannung

Die Verwendung dieser Methode empfiehlt sich für zähe Werkstoffe. Es wird die Annahme getroffen, dass nur die auftretenden Schubspannungen das Bauteilversagen verursachen,

während Normalspannungen vernachlässigt werden können. Der Ausdruck $\frac{\sigma_{D,ZD}}{\tau_{D,t}}$ nimmt bei

schubspannungsempfindlichen, zähen Werkstoffen hohe Werte in der Größenordnung von 0,9 an.

Bei nicht proportionaler Beanspruchung kann es zu unphysikalischen Unstetigkeiten im Vergleichsspannungsverlauf kommen (siehe Abb. 2.5).

2.2.3 Werkstoffcharakteristische Vergleichsspannung

Dieser Ansatz findet bei Werkstoffen Anwendung, welche weder sehr spröde, noch sehr zäh sind. Das Vorzeichen wird von der Normalspannung übernommen, was bei hohen Vorspannungen zu Unstetigkeiten im Vergleichsspannungsverlauf führen kann (siehe Abb. 2.5). Der Unterschied zum modifizierten v. Mises Kriterium (siehe Kapitel 2.2.4) liegt im Faktor mit welchem die Schubspannung berücksichtigt wird.

$$\sigma_v = \text{sign}(\sigma_{\varphi\eta}) \sqrt{\sigma_{\varphi\eta}^2 + \left(\frac{\sigma_{D,ZD}}{\tau_{D,t}} \right)^2 \tau_{\varphi\eta}^2} \quad \text{Glg. (2.13)}$$

Bei spröden Werkstoffen tendiert der Ausdruck $\frac{\sigma_{D,ZD}}{\tau_{D,t}}$ zu kleinen Werten, während das

Verhältnis von Zug-Druck-Wechselspannung zu Torsionswechselspannung bei zähen Materialien größer wird.

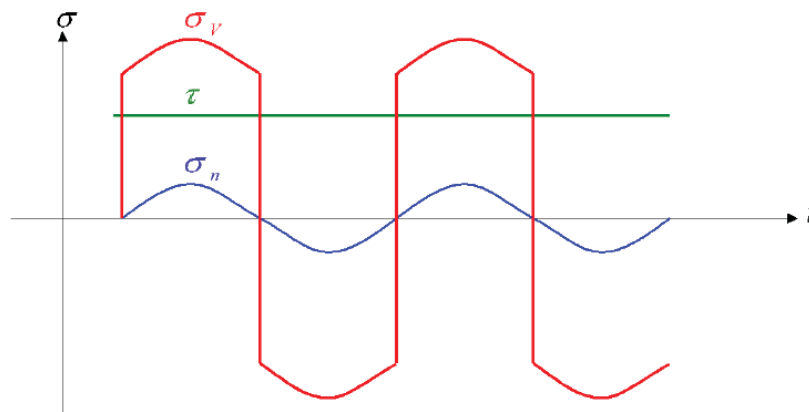


Abb. 2.5: Unstetigkeiten im Vergleichsspannungsverlauf

2.2.4 Modifizierte v. Mises Vergleichsspannung

Das Mises Vergleichsspannungskriterium entspricht in seiner ursprünglichen Form einer energiebasierten Hypothese. Im modifizierten Ansatz wird durch Berücksichtigung des Vorzeichens der wirkenden Normalspannung in der Schnittebene und Verwendung eines Haigh-Diagramms der Mittelspannungseinfluss in die Berechnung eingebaut (siehe Abb. 2.4). Der große Unterschied zwischen diesen beiden Formen ist, dass sich die energiebasierte Hypothese nach v. Mises aus Spannungstensorgrößen errechnet, während der modifizierte Ansatz Schnittebenengrößen verwendet.

$$\sigma_v = \text{sign}(\sigma_{\varphi\eta}) \sqrt{\sigma_{\varphi\eta}^2 + 3\tau_{\varphi\eta}^2} \quad \text{Glg. (2.14)}$$

Ähnlich wie bei den Kriterien der werkstoffcharakteristischen Schubspannung und der werkstoffcharakteristischen Vergleichsspannung, können auch hier bei nicht proportionalen Beanspruchungen Unstetigkeiten im Spannungsverlauf auftreten (siehe Abb. 2.5).

2.2.5 Nokleby

Nokleby verwendet zur Berücksichtigung des Vorzeichens nicht wie die vorangegangenen

Hypothesen eine *sign* Funktion, sondern benutzt den Faktor $\frac{\sigma_{\varphi\eta} + \tau_{\varphi\eta} \left(\frac{\sigma_{D,ZD}}{\tau_{D,t}} \right)}{|\sigma_{\varphi\eta}| + |\tau_{\varphi\eta} \left(\frac{\sigma_{D,ZD}}{\tau_{D,t}} \right)|}$, welcher der

Berechnung der eigentlichen Vergleichsspannungsamplitude vorangestellt ist.

Dieser Faktor nimmt bei positiver Normal- und Schubspannung den Wert 1, bei negativer Normal- und Schubspannung den Wert -1 an. Haben Normalspannung und Schubspannung

unterschiedliche Vorzeichen, ergibt sich ein Wert zwischen 1 und -1, welcher aber den Betrag der Vergleichsspannung maßgeblich verändert. Hier stellt sich die Frage nach der Richtigkeit dieser Vorzeichenermittlung. Das gesamte Kriterium errechnet sich nach:

$$\sigma_v = \frac{\left\{ \sigma_{\varphi\eta} + \tau_{\varphi\eta} \left(\frac{\sigma_{D,ZD}}{\tau_{D,t}} \right) \right\} \sqrt{\sigma_{\varphi\eta}^2 + \tau_{\varphi\eta}^2 \left(\frac{\sigma_{D,ZD}}{\tau_{D,t}} \right)^2}}{\left| \sigma_{\varphi\eta} \right| + \left| \tau_{\varphi\eta} \right| \left(\frac{\sigma_{D,ZD}}{\tau_{D,t}} \right)} \quad \text{Glg. (2.15)}$$

2.2.6 Findley

Das Kriterium nach Findley ist das älteste kritische Schnittebenenverfahren und reicht in seiner ursprünglichen Form in die Fünfziger Jahre zurück [23]. Es entspricht der Limitation der Linearkombination von Schubspannungsamplitude $\tau_{\varphi\eta,a}$ und Normaloberspannung $\sigma_{\varphi\eta,o}$, welche in den einzelnen Schnittebenen wirken. Die Normaloberspannung stellt die Summe von Normalspannungsamplitude und Normalmittelspannung dar. Die kritische Schnittebene ist definiert durch ein Maximum von Schubspannungsamplitude und Normaloberspannung. Schubmittelspannungen zieht Findley nicht in die Betrachtung ein. Die Vergleichsspannungsamplitude nach Findley lautet:

$$\sigma_{vFin} = a_{Fin} \tau_{\varphi\eta,a} + b_{Fin} \sigma_{\varphi\eta,o} \quad \text{Glg. (2.16)}$$

2.2.7 McDiarmid

McDiarmid veröffentlichte sein Kriterium auf Basis von Vergleichen aus umfangreichen Versuchsdaten in [25] [26] [27]. Er definiert die kritische Schnittebene als die Ebene maximaler Schubspannungsamplitude $\tau_{\varphi\eta,a}$. Weiters verwendet er ein Konzept, welches Risse, abhängig von der Richtung ihrer Fortpflanzung, in zwei Fälle einteilt. Im Fall A breiten sich die Risse entlang der Oberfläche der Probe aus, während sich im Fall B die Risse unterhalb der Oberfläche fortpflanzen. Der Fall B stellt die größere Gefahr dar. Das Konzept der Rissunterscheidung wurde von Brown und Miller eingeführt.

Die Vergleichsspannungsamplitude lautet:

$$\sigma_{vMcD} = \frac{\sigma_W \tau_{\varphi\eta,a}}{\tau_{A,B}} + \frac{\sigma_W \sigma_{\varphi\eta,o}}{2R_m} \quad \text{Glg. (2.17)}$$

$\tau_{A,B}$ steht für die Unterscheidung zwischen den beiden Rissarten. Abhängig davon ob in der kritischen Schnittebene Risse des Falles A oder B auftreten, wird für diesen Parameter

entweder τ_A oder τ_B eingesetzt. Laut [26] und [24] treten bei reiner Torsion als auch bei kombinierter Biegung und Torsion nur Risse des Falles A auf, weshalb für τ_A die Torsionswechselfestigkeit $\tau_{D,t}$ eingesetzt wird. Ein Nachteil dieses Kriteriums ist die komplizierte Unterscheidung der auftretenden Rissarten, welche normalerweise aufgrund zeitlicher und wirtschaftlicher Gründe nicht durchgeführt wird [23] [24].

2.2.8 Mataka

Das Kriterium nach Mataka ist jenem nach Findley ähnlich. Es entspricht ebenfalls der Linearkombination von Schubspannungsamplitude $\tau_{\varphi\eta,a}$ und Normaloberspannung $\sigma_{\varphi\eta,o}$ in der Schnittebene. Die kritische Schnittebene ist definiert als die Ebene maximaler Schubspannungsamplitude. Laut [24] ist dies der Grund, dass dieses Kriterium nach Mataka im Gegensatz zu jenem von Findley korrekte Ergebnisse bei auftretenden Schubmittelspannungen liefert. Die Vergleichsspannungsamplitude lautet:

$$\sigma_{v,Mat} = a_{Mat} \tau_{\varphi\eta,a} + b_{Mat} \sigma_{\varphi\eta,o} \quad \text{Glg. (2.18)}$$

Die Berechnung der beiden Materialparameter a_{Mat} und b_{Mat} ist ähnlich den Parametern bei Findley (siehe Kapitel 2.2.6).

2.2.9 Kenmeugne

Die Vergleichsspannung nach Kenmeugne errechnet sich nach:

$$\sigma_{vKen} = a_{Ken} \tau_{\varphi\eta,a} + b_{Ken} \sigma_{\varphi\eta,a} + c_{Ken} \sigma_{\varphi\eta,m} \quad \text{Glg. (2.19)}$$

Auch dieser Ansatz ist jenem von Findley relativ ähnlich. Vergleicht man die Formel von Findley und Kenmeugne ist ersichtlich, dass unter rein wechselnder Beanspruchung ohne Mittelspannungen beide Ansätze zum gleichen Ergebnis führen. Die Parameter a_{Ken} und b_{Ken} werden gleich wie bei Findley errechnet. Aus Schwellversuchen ergibt sich c_{Ken} .

2.2.10 Papadopoulos

Der Ansatz nach Papadopoulos eignet sich für weiche Stähle. Die Vergleichsspannungsamplitude wird nach Glg. (2.20) berechnet.

$$\sigma_{vPap} = a_{Pap} \tau_{\varphi\eta,a,Pap} + b_{Pap} \sigma_{H,o} \quad \text{Glg. (2.20)}$$

Die Schubspannungsamplitude errechnet sich als quadratischer Mittelwert der „resolved shear stress amplitude“ (Die unterschiedlichen Auswertemethoden für Schubmittelspannung und

Schubspannungsamplitude werden in Kapitel 6.1 beschrieben) sämtlicher Richtungen in einer Schnittebene nach Glg. (2.21).

$$\tau_{\varphi\eta,a,rap} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\psi=0}^{2\pi} \tau_a^2(\varphi, \eta, \psi) d\psi} \quad \text{Glg. (2.21)}$$

Abb. 2.6 illustriert die Berechnungsart der „resolved shear stress amplitude“.

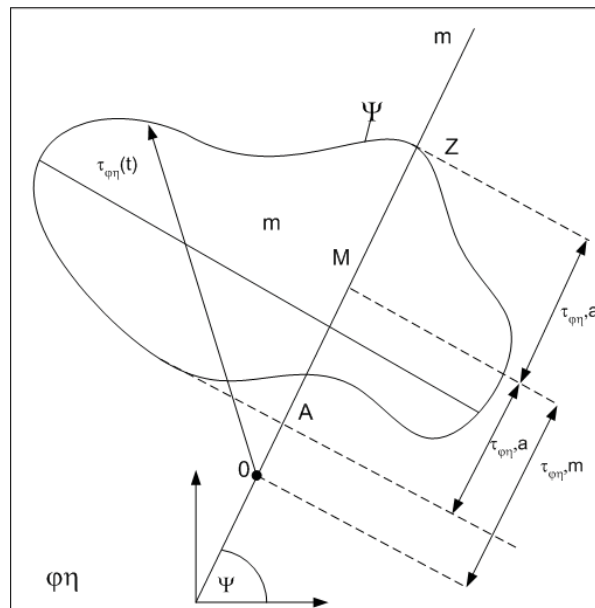


Abb. 2.6: Berechnung der Schubspannungsamplitude als Mittelwert der Schubspannungsamplituden aller Richtungen in der kritischen Schnittebene

2.2.11 Dang Van

Metallische Materialien sind polykristalline Stoffe und bestehen aus Körner bzw. Kristallen. Diese Körner besitzen unterschiedliche Orientierungen, wobei es bekannt ist, dass so genannte Vorzugsrichtungen existieren. Entlang diesen Gleitsystemen, bestehend aus Gleitebene und einer Gleitrichtung auf dieser Ebene, kann plastische Verformung stattfinden. Bereits unter geringen Lasten tritt an Körnern bestimmter Orientierung plastische Dehnung auf. Es ist bekannt, dass diese lokale plastische Verformung die Hauptursache für Rissentstehung darstellt [24].

Das Ermüdungsverhalten von Materialien kann aus unterschiedlichen Blickwinkeln betrachtet werden. Für gewöhnlich wird dazu der makroskopische Ansatz gewählt. Diesem entsprechen die meisten kritischen Schnittebenenverfahren. Eine weitere Möglichkeit der Schadensanalyse ist der mikroskopische Ansatz, welcher sich auf der Ebene von Versetzungen bewegt und vorwiegend von Metallphysikern verwendet wird.

Letztlich kann das Ermüden von Metallen auch von einer Ebene aus betrachtet werden, welche sich zwischen diesen beiden Varianten bewegt, dieser Ansatz ist die mesoskopische Betrachtungsweise, welche auf dem Niveau von Körnern agiert. Dieser mesoskopische Ansatz wurde von Dang Van in den frühen Siebziger Jahren eingeführt und später von Papadopoulos aufgegriffen [24].

Makroskopische Hypothesen gehen davon aus, dass im Bereich der Dauerfestigkeit keine plastischen Deformationen auftreten, sehr wohl aber in ungünstig orientierten Körner auf mesoskopischer Ebene. Der mesoskopische Ansatz vertritt den Standpunkt, dass gerade in diesen ungünstig orientierten Körner das Bauteilversagen stattfindet. Über eine Reihe von Hypothesen und Annahmen können die mesoskopischen Größen aus makroskopischen Werten ermittelt werden [38]. Im Vergleichsspannungskriterium nach Dang Van bedeuten die Größen $\tau_{\varphi\eta,a}$ und σ_H die entsprechenden mesoskopischen Größen (bislang immer makroskopische Werte). Dang Van geht davon aus, dass das Versagen sowohl von der mesoskopischen Schubspannungsamplitude als auch vom mesoskopischen hydrostatischen Spannungszustand beeinflusst wird. Sein Vergleichsspannungskriterium lässt sich in Form einer Linearkombination wie folgt beschreiben:

$$\sigma_{vDan} = a_{Dan} \tau_{\varphi\eta,a} + b_{Dan} \sigma_H \quad \text{Glg. (2.22)}$$

Die kritische Schnittebene wird durch ein Maximum des Vergleichsspannungskriteriums definiert. In Abb. 2.7 ist das Versagenskriterium von Dang Van illustriert [24][23].

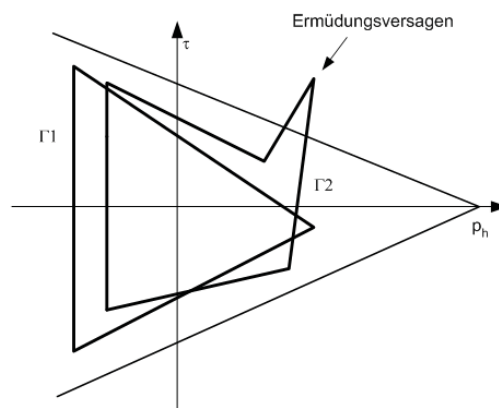


Abb. 2.7: Versagenskriterium nach Dang Van

2.3 Verfahren der integralen Anstrengung

Im Gegensatz zu den Verfahren der kritischen Schnittebene werden bei den Hypothesen der integralen Anstrengung mehrere Schnittebenen einer Nachweisstelle bei der Festigkeitsbeurteilung berücksichtigt. In vielen Fällen erfolgt sogar eine Einbeziehung sämtlicher Ebenen. Durch die Berücksichtigung aller Schnittebenen ist die zuvor erwähnte Invarianzbedingung automatisch erfüllt (siehe Kapitel 1.2.2).

2.3.1 Papadopoulos

Der Fortschritt der mikroplastischen Dehnung entlang einer Gleitrichtung auf einer Gleitebene eines Kristalls ist proportional zu der Schubspannungsamplitude, welche in der Gleitrichtung wirkt. Erreicht die Schubspannungsamplitude einen kritischen Wert, kommt es auf Grund der akkumulierten mikroplastischen Verformungen durch das wiederholte Wirken der Schubspannungsamplitude zu einem Überschreiten der Duktilität des Materials und zum Bruch. Um dies zu vermeiden, wäre es ausreichend, in einem definierten Volumen V die Schubspannungsamplitude zu limitieren. Versagen isolierter Körner ist nicht kritisch, da angenommen wird, dass ein Riss in der Größenordnung des betrachteten Volumens V für Rissentstehung notwendig ist. Dies entspricht Bruch bei mehreren separaten Körnern und anschließendem Zusammenwachsen der entstandenen Mikrorisse.

In diesem Fall ist die Ermüdungsfestigkeit nicht nur von der wirkenden Schubspannung, sondern auch von der vorhandenen Normalspannung abhängig. Es ist also ein Kriterium notwendig, welches in einem definierten Volumen V sowohl die Normalspannungs- als auch die Schubspannungsamplitude ermittelt.

Die auf der Ebene wirkenden Normalspannungen sind abhängig von der Orientierung dieser Ebene, sie entsprechen also einer Funktion von φ und θ . Ein Mittelwert dieser Normalspannungen kann somit als mittlerer räumlicher Wert der Normalspannungen über alle möglichen Richtungen der Ebene definiert werden, was der hydrostatischen Spannung entspricht [35].

$$\sigma_H = \langle N \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} N(\varphi, \theta) \sin \theta d\theta d\varphi \quad \text{Glg. (2.23)}$$

Die Definition der mittleren Schubspannungsamplitude in V ist komplizierter. T_a hängt nicht nur von der Orientierung der Ebene (φ , θ) ab, sondern zusätzlich auch von der Richtung L , welche durch den Winkel χ definiert ist. Deshalb wird zuerst der Mittelwert in einer Ebene über alle Richtungen gebildet und anschließend noch über alle Ebenen gemittelt [35].

$$\sqrt{\langle T_a^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{8\pi^2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\chi=0}^{2\pi} (T_a(\varphi, \theta, \chi))^2 d\chi \sin\theta d\theta d\varphi} \quad \text{Glg. (2.24)}$$

Die Vergleichsspannung errechnet sich letztendlich wie folgt:

$$\sigma_{vPap,int} = \sqrt{a_{Pap,int} \langle T_a^2 \rangle} + b_{Pap,int} \sigma_{H,o} \quad \text{Glg. (2.25)}$$

2.3.2 Zenner

Ein typischer Vertreter des integralen Ansatzes ist die Schubspannungsintensitätshypothese (SIH), welche in [7] [8] [9] [10] vorgestellt wird und für duktile Werkstoffe gültig ist. Die Schubspannungsintensitätshypothese leitet sich aus der Interpretation der Mises-Fließbedingung nach Novozhilov [11] ab.

$$\sigma_{vZen} = \sqrt{\frac{1}{4\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \tau^2 \sin\theta d\varphi d\theta} \quad \text{Glg. (2.26)}$$

Es wird angenommen, dass die Schubspannungen sämtlicher Schnittebenen zum Versagen durch Schwingbruch beitragen. Dementsprechend wird die maßgebliche Schubspannung durch Betrachten der quadratischen Mittelwerte der Schubspannungen über alle Schnittebenen einer Kugeloberfläche gebildet (siehe Abb. 2.8). Es ist ersichtlich, dass die Schubspannungshypothese nach Tresca (SH) und die Gestaltänderungsenergiehypothese nach v. Mises (GEH) Spezialfälle der Schubspannungsintensitätshypothese sind. Die SIH und SH liefern identische Resultate wenn der quadratische Mittelwert nur über den Äquatorkreis ($\theta = 90^\circ$) betrachtet wird, während die GEH das Integral über die Kugel, welche durch die beiden Eulerwinkel $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ und $\theta = \pi/2$ beschrieben wird, berechnet [23] [36].

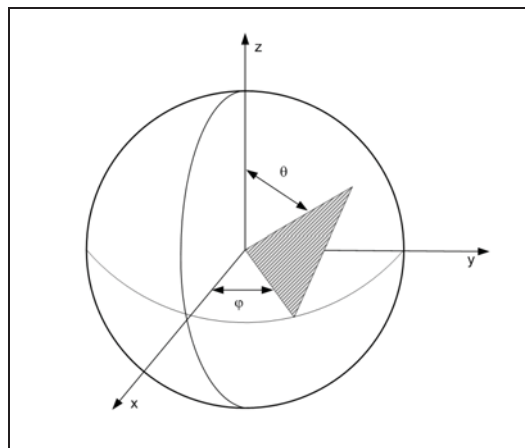


Abb. 2.8: Prinzip der Schubspannungsintensitätshypothese (SIH) nach Zenner [7]

2.3.3 Liu und Zenner (Erweiterung der SIH)

Die ursprüngliche Schubspannungsintensitätshypothese nach Zenner (SIH) wurde von Liu und Zenner in [8] und [9] erweitert. Sie sind der Meinung, dass zur Berechnung der Schubspannungsintensität sowohl die Schubspannungsamplitude, die Normalspannungsamplitude als auch die zugehörigen Mittelspannungen betrachtet werden müssen. Die Gewichtung erfolgt über Linearfaktoren. Mit dieser Erweiterung der Hypothese (siehe Abb. 2.9) sind Liu und Zenner in der Lage Schub- und Normalmittelspannungen unterschiedlich stark zu gewichten.

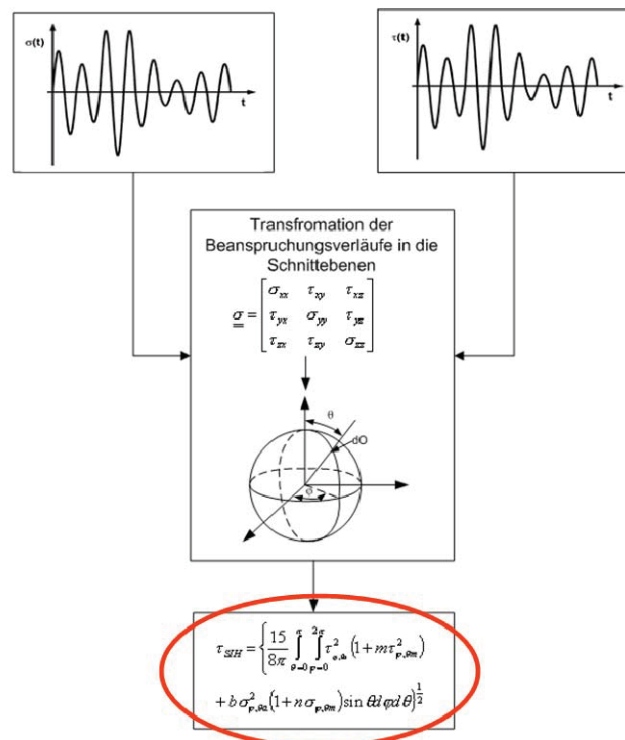
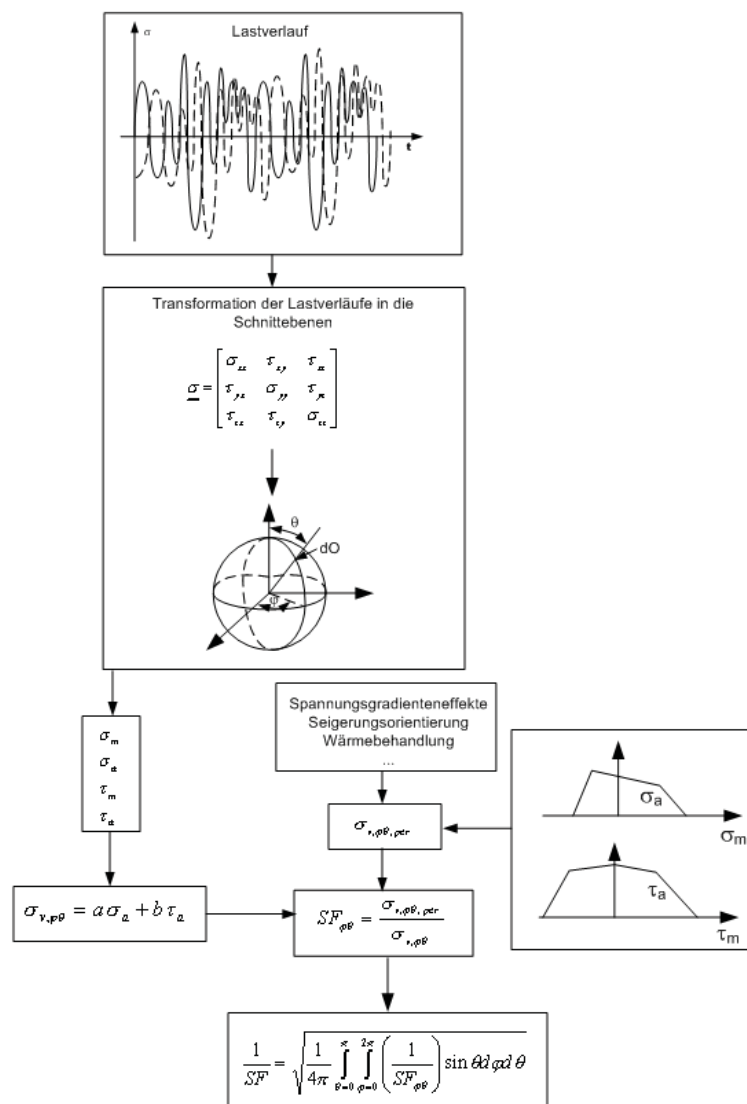


Abb. 2.9: Schematischer Ablauf der SIH mit der Erweiterung nach Liu und Zenner

2.3.4 Safety Factor Intensity Hypotheses (SFIH)

Dieses Verfahren stellt ebenfalls eine Weiterentwicklung der Schubspannungsintensitätshypothese nach Zenner (SIH) sowie der Anstrengungshypothese nach Simbürger dar. Das Ablaufschema ist in Abb. 2.10 dargestellt. Als Vergleichsspannungskriterium wird bei der SFIH eine Linearkombination verwendet:

$$\sigma_{SFIH} = a_{SFIH} \sigma_a + b_{SFIH} \tau_a \quad \text{Glg. (2.27)}$$


Abb. 2.10: Schematischer Ablauf der SFIH

Diese Hypothese beruht auf der Berechnung des Sicherheitsfaktors gegen Dauerbruch in jeder einzelnen Schnittebene, womit die Einbeziehung sämtlicher isotroper als auch anisotroper Einflüsse auf das Schwingfestigkeitsverhalten (Stützwirkung, lokale Seigerungsanlage) möglich ist. Als Festigkeitskriterium wird der quadratische Mittelwert sämtlicher berechneten Sicherheiten gegen Dauerbruch der Schnittebenen betrachtet. Dieses Kriterium liefert die gleichen Ergebnisse wie die Schubspannungsintensitätshypothese nach Zenner (SIH), sofern keine Mittelspannungen oder zusätzliche, die Schwingfestigkeit verändernde Einflüsse berücksichtigt werden [34].

Eine weitere Auflistung von Festigkeitshypothesen der integralen Anstrengung erfolgt in [1].

2.4 Energiebasierte Festigkeithypothesen

Streng genommen gehört auch die klassische Gestaltänderungsenergiehypothese nach v. Mises zu den energiebasierten Kriterien. Es wird davon ausgegangen, dass Fließen eintritt, sobald ein gewisses werkstoffabhängiges Maß der Gestaltänderungsenergie erreicht wird (siehe Kapitel 2.1).

In der Literatur gibt es einige verschiedene Formulierungen von energiebasierten Ansätzen. Im folgenden Teil wird ein energiebasiertes Kriterium diskutiert, welches auf Palin Luc (siehe Abb. 2.11) zurückgeht [13] [14] [15].

Als Energiemaß wird in jedem betrachteten Punkt M die mittlere Verzerrungsenergiegedichte W_a einer Periode T berechnet.

$$W_a = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \sigma_{ij}(M, t) \varepsilon_{ij}^e(M, t) dt \quad \text{Glg. (2.28)}$$

Dabei repräsentiert σ_{ij} den Spannungstensor und ε_{ij}^e den elastischen Anteil des Dehnungstensors. Im Bereich der Dauerfestigkeit kann davon ausgegangen werden, dass makroskopisch keine plastischen Dehnungen auftreten, weshalb die Vernachlässigung der plastischen Dehnungsanteile eine zulässige Annahme ist.

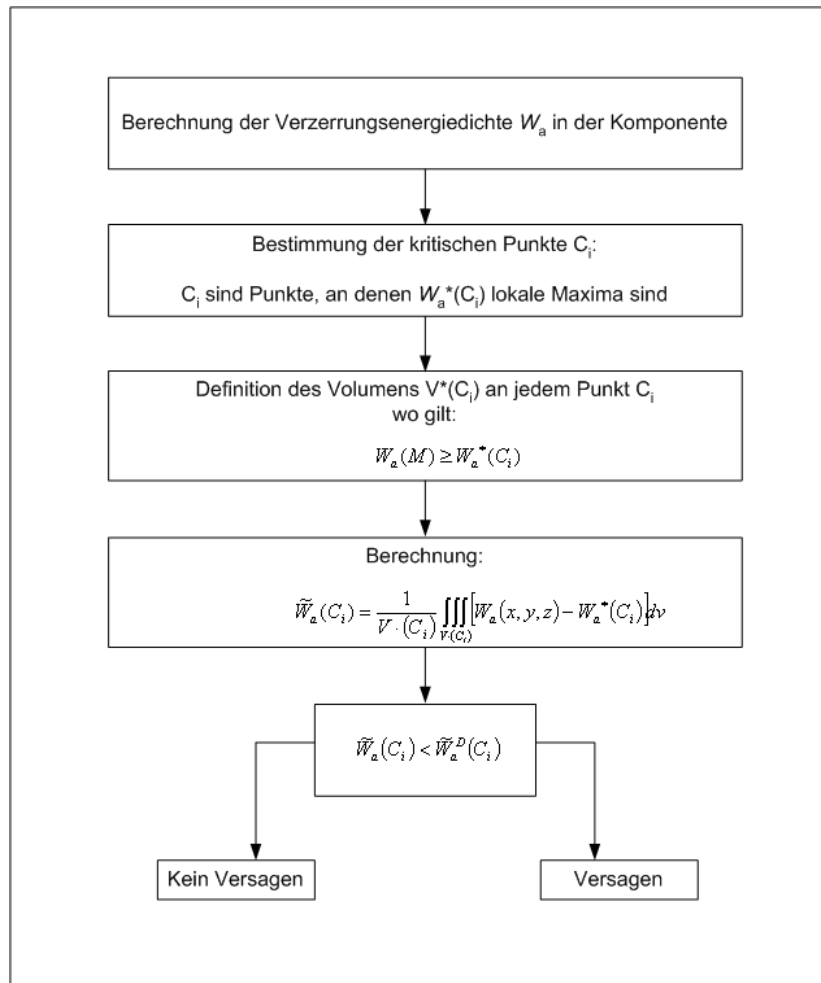


Abb. 2.11: Energiebasierte Festigkeithypothese [13]

Punkte C_i mit einem lokalen Maximum der mittleren Verzerrungsenergiedichte W_a sind die kritischen Stellen, um welche ein Volumen $V^*(C_i)$ all jener zusammenhängender Punkte berechnet wird, für die die lokale Verzerrungsenergiedichte den material- und lastabhängigen Wert W_a^* überschreitet.

$$W_a(M) \geq W_a^* \quad \text{Glg. (2.29)}$$

W_a^* beschreibt eine Grenze, unterhalb derer keine Schädigung im mikroskopischen Bereich eintritt. Über die Beziehung

$$W_a^* = \frac{\sigma^{*2}}{4E} \quad \text{Glg. (2.30)}$$

kann der zu W_a^* äquivalente Werkstofffestigkeitswert σ^* ermittelt werden. σ^* ist ein Spannungswert, welcher kleiner als die Dauerfestigkeit σ_D ist (Abb. 2.11). Wird eine

Werkstoffprobe einstufig mit einer Spannungsamplitude σ_a mit $\sigma^* \leq \sigma_a \leq \sigma_D$ zyklisch belastet, so tritt zwar kein Bruch der Probe ein. Wird sie aber anschließend mit einer Spannungsamplituden $\sigma_a > \sigma_D$ belastet, bricht sie bei niedrigeren Schwingspielzahlen [13]. Die Vorbelastung $\sigma^* \leq \sigma_a \leq \sigma_D$ führt also zu einer Vorschädigung des Werkstoffes, was sich in der Wöhlerliniendarstellung in einer flacher werdenden Zeitfestigkeitsgeraden und bzw. oder einer Verschiebung der Zeitfestigkeitsgeraden zu kleineren Schwingspielzahlen hin bemerkbar macht (Abb. 2.12).

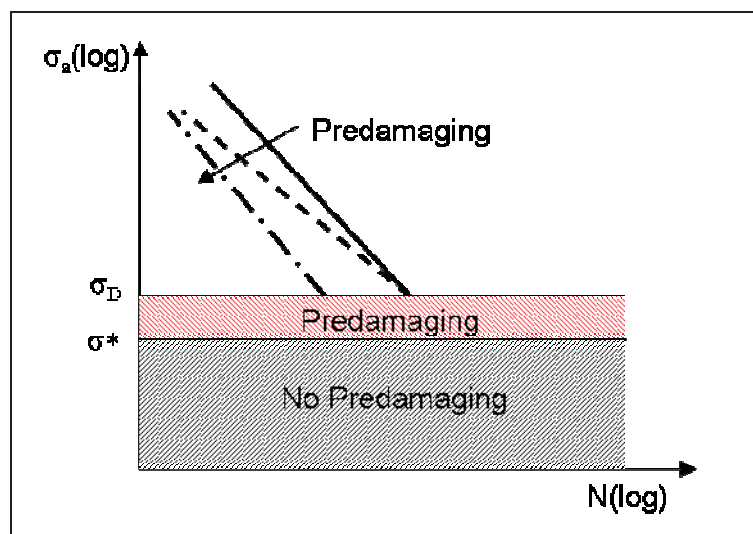


Abb. 2.12: Einfluss der Vorschädigung

Es gibt jedoch auch Werkstoffe [13], bei denen eine Vorbelastung mit $\sigma^* \leq \sigma_a \leq \sigma_D$ zu einer Erhöhung der ertragbaren Schwingspielzahlen führt, wenn sie anschließend höheren Spannungsamplituden ausgesetzt werden. Dieser Effekt, oft auch als „Hochtrainiereffekt“ bezeichnet, macht sich in der Wöhlerliniendarstellung in einer steileren Zeitfestigkeitsgeraden und bzw. oder in einer zu höheren Schwingspielzahlen hin verschobenen Zeitfestigkeitsgeraden bemerkbar (siehe Abb. 2.13). Versuche zeigen, dass dieser „Hochtrainiereffekt“ vor allem bei Umlaufbiege- oder ebenen Biegebeanspruchung auftritt. Es wird angenommen, dass die lebensdauererhöhenden Effekte durch zyklische Verfestigungseffekte bei Lastniveaus auftreten, welche bei wechselnder Torsionsbeanspruchung nicht erreicht werden.

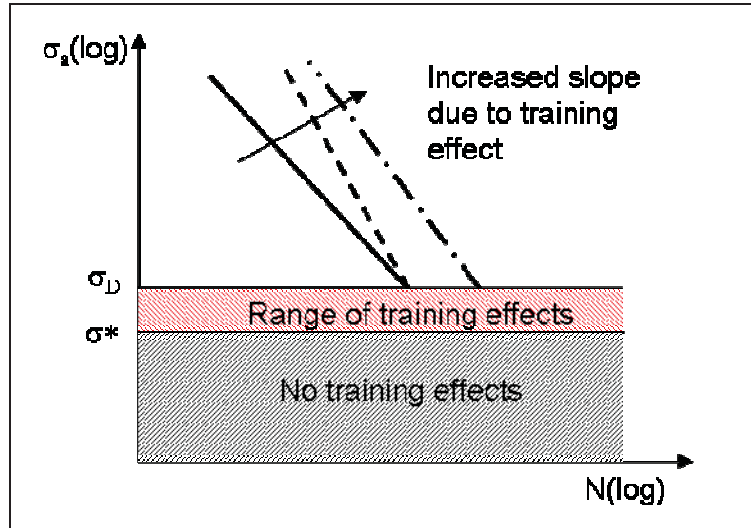


Abb. 2.13: Einfluss von Trainingseffekten

In [13] wird für die Berechnung von σ^* eine Beziehung angegeben, welche die Zug-Druck-Wechselfestigkeit $\sigma_{D,ZD}$ und die Umlaufbiegewechselfestigkeit $\sigma_{D,UB}$ einbezieht.

$$\sigma^* = \sqrt{2\sigma_{D,ZD}^2 - \sigma_{D,UB}^2} \quad \text{Glg. (2.31)}$$

In jedem Punkt des zusammenhängenden Volumens $V^*(C_i)$ werden in weiterer Folge die Differenzwerte der lokalen Verzerrungsenergiedichten ($W_a(M(V^*)) - W_a^*$) aufintegriert und der Mittelwert ϖ_a gebildet durch

$$\varpi_a = \frac{1}{V^*} \int \int \int (W_a(M(V^*)) - W_a^*) dv. \quad \text{Glg. (2.32)}$$

$V^*(C_i)$ bezeichnet das Volumen um den Punkt C_i . Es wird der Mittelwert ϖ_a^D des Verzerrungsenergieanteiles ($W_a(M(V^*)) - W_a^*$) in einem bestimmten Volumen berechnet, deren beinhalteter Punkt mit $\sigma_a > \sigma^*$ beansprucht wird. Gilt für den ermittelten Mittelwert $\varpi_a > \varpi_a^D$, so ist der betreffende Bauteil nicht dauerhaft ausgelegt. ϖ_a^D ist der lokalen Dauerfestigkeit σ_D entsprechende Wert der Verzerrungsenergie.

Im Falle des einachsigen Spannungszustandes (Zug-Druck, Umlaufbiegen bzw. ebene Biegung) errechnet sich der Wert der „dauerhaft“ ertragbaren Verzerrungsenergie aus der Bedingung

$$\varpi_a^D(\text{Zug}) = \varpi_a^D(\text{Umlaufbiegung}). \quad \text{Glg. (2.33)}$$

Daraus ergibt sich

$$\varpi_a^D(\text{einachs}) = \frac{\sigma_{D,UB}^2 - \sigma_{D,ZD}^2}{4E}. \quad \text{Glg. (2.34)}$$

Für den Fall einer multiaxialen Belastung wird in [13] vorgeschlagen, den Grad der Triaxialität dTa einzubeziehen, der sich errechnet aus

$$dTa = \frac{Wsa}{Wsa + Wda}. \quad \text{Glg. (2.35)}$$

Die Werte Wsa und Wda stellen dabei den Volumenänderungs- und den Gestaltänderungsanteil der Verzerrungsenergie dar. Sie werden folgendermaßen berechnet:

$$\begin{aligned} Wsa &= \left(\frac{1-2\nu}{6E} \right) \frac{1}{T} \int_0^T I_{1a}^2(t) dt \\ Wda &= \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \frac{1}{T} \int_0^T J_{2a}(t) dt \end{aligned} \quad \text{Glg. (2.36)}$$

Ein interessanter Aspekt dieses Konzepts ist die Betrachtung der Verzerrungsenergie in einem definierten Volumen und nicht die Betrachtung der Verzerrungsenergiedichte an lokalen Stellen. Es handelt sich also um einen nicht lokalen Ansatz. Während in lokalen Ansätzen Effekte des Spannungsgradienten durch eine Variation der lokalen Festigkeit berücksichtigt werden, kommt es bei nicht lokalen Konzepten durch die Betrachtung eines Volumens automatisch zur Einbeziehung der Effekte eines inhomogenen Spannungsfeldes.

2.5 Empirische Modelle

In den letzten Jahrzehnten haben sich zur Erfassung der Wirkung verschiedener multiaxialer Beanspruchungen zahlreiche empirische Modelle kreiert. Diese erfassen einzelne Effekte, welche in Probenversuchen ermittelt wurden über empirisch erstellte Modelle.

2.5.1 Kombinierte Biegung/Torsion

Viele Bauteile sind einer kombinierten Biege-/Torsionsbeanspruchung ausgesetzt. Aus diesem Grund wurden zahlreiche empirische Modelle entwickelt, welche die Auswirkungen auf das Ermüdungsverhalten beschreiben sollen.

Das Anstrengungsverhältnis nach Bach [16] etwa geht von einer werkstoffabhängigen Gewichtung der Schubspannung durch das Anstrengungsverhältnis

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{zul}}{\tau_{zul}} \quad \text{Glg. (2.37)}$$

aus. Das Bach'sche Anstrengungsverhältnis wird in zahlreichen Festigkeithypothesen eingesetzt wie etwa in einer der Gestaltänderungsenergiehypothese (SEH) ähnlichen Vergleichspannungshypothese

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + (\alpha_0 \tau)^2} \quad \text{Glg. (2.38)}$$

Je nachdem, ob es sich um einen statischen oder dynamischen Festigkeitsnachweis handelt, kann das Anstrengungsverhältnis aus $\alpha_0 = \frac{R_{p0,2}}{\tau_{t0,2}}$ oder aus $\alpha_0 = \frac{\sigma_{D,W}}{\tau_{D,W}}$ ermittelt werden.

Eine weitere oft eingesetzte empirische Hypothese ist das elliptische Bruchgesetz nach Gough [17], welche ebenso eine werkstoffabhängige Gewichtung der Schub- und Normalspannungen vorsieht. Durch die elliptische Beziehung

$$\left(\frac{\sigma_{xx,a}}{\sigma_W} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy,a}}{\tau_W} \right)^2 = 1 \quad \text{Glg. (2.39)}$$

werden die Versuchsergebnisse von Proben aus Stahl mit proportionaler Beanspruchung gut beschrieben (siehe Abb. 2.14). Für Proben anderer Werkstoffe wie zum Beispiel Aluminium muss der Exponent z modifiziert werden, um eine gute Korrelation mit Versuchsergebnissen zu erreichen.

$$\left(\frac{\sigma_{xx,a}}{\sigma_W} \right)^z + \left(\frac{\tau_{xy,a}}{\tau_W} \right)^z = 1 \quad \text{Glg. (2.40)}$$

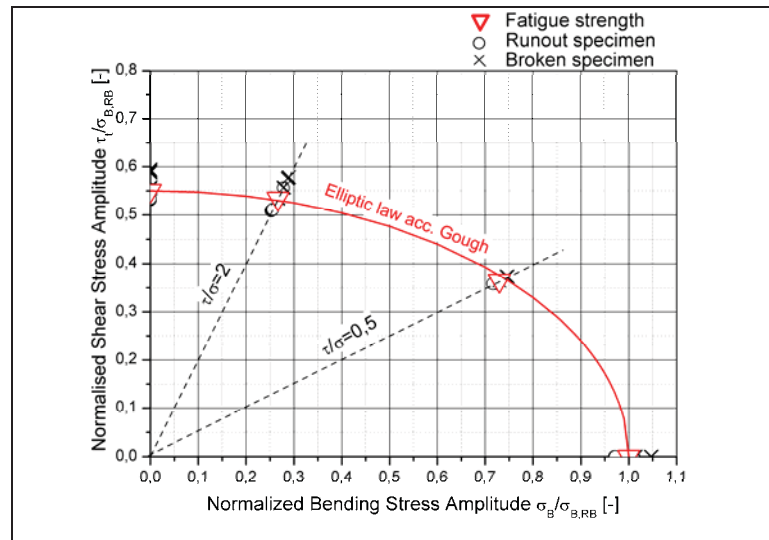


Abb. 2.14: Versuchsergebnisse für kombinierte Umlaufbiege-Torsions-Beanspruchung in Anwendung des Elliptisches Bruchgesetzes

Das Elliptische Bruchgesetz nach Gough wurde für proportionale Beanspruchungen ohne Mittelspannungen erstellt. Eine Erweiterung, die auf Naubereit und Lee [18] [19] zurückgeht, berücksichtigt den zusätzlichen Einfluss einer möglichen Phasenverschiebung zwischen Biege- und Torsionsbeanspruchung durch einen modifizierten Exponenten z :

$$z = 2(1 + \beta \sin \delta_{xy}) \quad \text{Glg. (2.41)}$$

Der werkstoffabhängige Faktor β berücksichtigt, ob der verwendete Werkstoff bei Auftreten einer Phasenverschiebung $\delta_{xy} > 0^\circ$ eine Lebensdauererlängerung ($\beta > 0$) oder eine Lebensdauerverkürzung ($\beta < 0$) aufweist.

2.5.2 Synchrone Beanspruchungen

Für den Fall der synchronen Beanspruchungen mit Mittelspannungsüberlagerungen wurden zahlreiche empirische Modelle entwickelt. Sie unterscheiden sich im Allgemeinen darin, welche Vergleichsspannungshypothese für die Berechnung der Vergleichsspannungsamplitude und der Vergleichsmittelspannung verwendet wird.

In einem Vorschlag von Marin [20] aus dem Jahr 1942 wurde zur Berechnung der Vergleichsspannungsamplitude und der Vergleichsmittelspannung das v. Mises Kriterium verwendet. Das Versagenkriterium lautete

$$\left(\frac{\sigma_{v,a}}{\sigma_W}\right)^\alpha + \left(\frac{\sigma_{v,m}}{\sigma_W}\right)^\alpha = 1 \quad \text{Glg. (2.42)}$$

Der Nachteil dieses Ansatzes ist, dass durch die Anwendung der Gestaltänderungsenergiehypothese bei der Bildung der Vergleichsmittelspannung die Information darüber verloren geht, ob es sich um eine Druck- oder Zugmittelspannung handelt. Der Einfluss der Mittelspannung kann dadurch nur bedingt berücksichtigt werden. Verfahren nach Sines [21] und Kakuno [22] verwenden beide zur Bildung der Vergleichsmittelspannung die Summe der beiden Hauptnormalmittelspannungen,

$$\sigma_{v,m} = \sigma_{1,m} + \sigma_{2,m} \quad \text{Glg. (2.43)}$$

welche vorzeichenbehaftet ist. Zur Bildung der Vergleichsspannungsamplitude ziehen beide hingegen unterschiedliche Ausdrücke heran, welche neben anderen empirischen Verfahren in [1] näher diskutiert werden.

3 Werkstoffcharakterisierung

Kapitel 2 bot einen Überblick über aktuelle Vertreter von Festigkeitshypothesen verschiedener Ansätze. Im Zuge dieser Diplomarbeit wurden die soeben beschriebenen Hypothesen mittels Vergleich von praktischen Versuchsergebnissen und Berechnungen analysiert und beurteilt. Um die in Kapitel 4 enthaltenen Resultate besser bewerten zu können, beschäftigt sich dieser Teil der Diplomarbeit mit der Charakterisierung des verwendeten Werkstoffes.

Aluminium ist mit einem Weltjahresverbrauch von ca. 42 Mio. Tonnen das wichtigste Nichteisenmetall und verzeichnete aufgrund der hervorragenden physikalischen, chemischen und mechanischen Eigenschaften besonders in den letzten Jahrzehnten einen enormen Verbrauchsanstieg.

Aluminium in reiner Form (> 99,0 %) ist ein weiches Metall und aufgrund seines kfz-Gitters sehr gut kalt- und warmumformbar (siehe Tab. 3.1). Derart reine Aluminiumqualitäten werden vor allem in der Elektro- und Halbleitertechnik eingesetzt.

Streckgrenze $R_{p0,2}$ [MPa]	9...24 (weich) 68...98 (hart)
Zugfestigkeit R_m [MPa]	39...49 (weich) 88...117 (hart)
Bruchdehnung A_{10} [%]	30...45 (weich) 1...3 (hart)
Brucheinschnürung Z [%]	97...99 (weich) 85...90 (hart)
Brinellhärte HB	15 (weich) 25 (hart)

Tab. 3.1: Mechanische Kennwerte von Reinaluminium [28]

Um Aluminium als Konstruktionswerkstoff einsetzen zu können, muss die geringe Festigkeit des reinen Metalls erhöht werden. Hierzu gibt es verschiedene Möglichkeiten, die im Laufe dieses Kapitels näher beschrieben werden [28].

3.1 Legierungselemente

Die Eigenschaften von Aluminium hängen insbesondere von absichtlich zugesetzten Legierungselementen oder zufällig vorhandenen Verunreinigungen anderer Elemente ab. Mit Ausnahme des Reinstaluminiums Al_{99,99} werden in der Technik nur Aluminiumwerkstoffe verwendet, welche weitere Elemente beinhalten, so genannte Legierungen. Aluminiumwerkstoffe enthalten meistens mehrere Legierungselemente neben dem Basismetall Aluminium:

- Hauptlegierungselemente sind Cu, Si, Mg, Zn und Mn
- In kleinen Mengen als Verunreinigungen oder Zusätze Fe, Cr und Ti
- Sonderlegierungen enthalten Zusätze von Ni, Co, Ag, Li, V, Zr, Sn, Pb und Bi
- Als Spurenzusätze können Be, B, Na, Sr und Sb eingesetzt werden

Man unterscheidet zwischen Guss- und Knetlegierungen. Technische Aluminiumwerkstoffe sind als Vielkristalle aus Körnern aufgebaut. Dieser kristalline Aufbau bildet zusammen mit den Kristallbaufehlern die Grundlage für nahezu alle Eigenschaften. Einige dieser Eigenschaften, wie zum Beispiel der E-Modul, sind nahezu unveränderlich und nur wenig von Störungen im Gitteraufbau abhängig, während andere, zum Beispiel die Festigkeit, teilweise empfindlich darauf reagieren. Beinahe alle technisch wichtigen Eigenschaften werden weitgehend von Gitterbaufehlern, Größe und Verteilung der Kristallkörner des Mischkristalls sowie Art, Größe und Verteilung weiterer Phasen beeinflusst [31].

3.2 Möglichkeiten der Festigkeitssteigerung

Eine Festigkeitssteigerung beruht auf folgender Grundüberlegung: Der Hauptmechanismus der plastischen Verformung ist in Aluminium das Gleiten von Versetzungen. Können sich diese ohne größeren Widerstand bewegen, so ist die Festigkeit des Materials gering. Wird die Bewegung von Versetzungen aber behindert, ist ein zusätzlicher Kraftaufwand nötig, damit die Versetzungen das Hindernis überwinden können. Als Konsequenz daraus steigt die Festigkeit [31].

Die Festigkeit von Aluminiumlegierungen kann mit folgenden Mechanismen gesteigert werden:

- Verformungsverfestigung (Kaltverfestigung) - Erhöhung der Versetzungsdichte durch plastische Verformung
- Kornfeinung - Einstellen eines feinkörnigen Gefüges
- Mischkristallhärtung - Einbau von Legierungsatomen in das Aluminiumatomgitter

- Teilchenhärtung - Erzeugen von feinsten Ausscheidungen mit abweichender Zusammensetzung und Struktur

3.2.1 Verformungsverfestigung

Die plastische Verformung von Metallen resultiert in einer laufenden Bildung neuer Versetzungen und deren gegenseitiger Behinderung, wie in Abb. 3.1 dargestellt. Dieser Zustand führt zu einer festigkeitssteigernden Wirkung, welche mit Hilfe von Glg. (3.1) beschrieben werden kann:

$$\Delta\sigma_{KV} = \alpha \cdot G \cdot \underline{b} \cdot \sqrt{\rho} \quad \text{Glg. (3.1)}$$

Der Beitrag zur Festigkeitssteigerung durch die Verformungsverfestigung ist demnach proportional zur Quadratwurzel der Versetzungsdichte ρ . Die Parameter α und G (Schubmodul) sind Materialkonstanten, der Burgersvektor \underline{b} beschreibt Betrag und Richtung der Abgleitung [32].

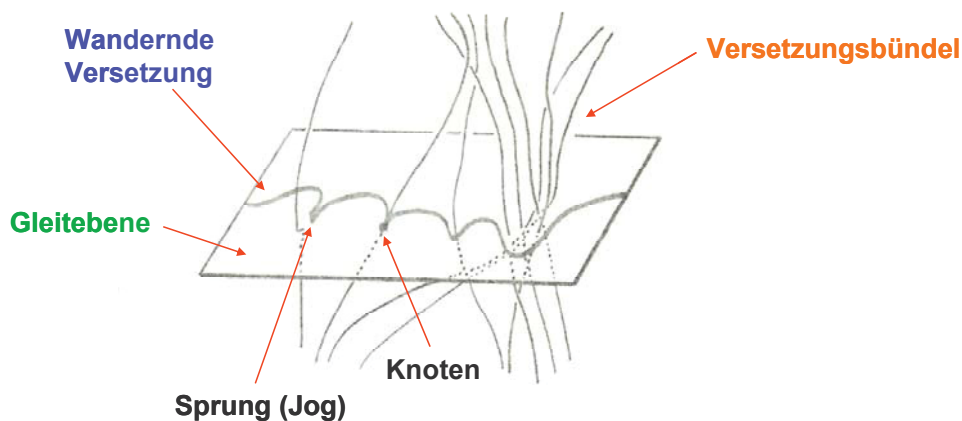


Abb. 3.1: Behinderung der Versetzungsbewegung durch hohe Versetzungsdichten [29]

3.2.2 Kornfeinung

Korngrenzen stellen Hindernisse für eine Versetzungsbewegung dar und wirken deshalb festigkeitssteigernd, da es zu einem Aufstau von Versetzungen kommt (siehe Abb. 3.2). Um ein Abgleiten im Nachbarkorn zu ermöglichen, wird eine zusätzliche Kraft benötigt, die in der Hall-Petch-Beziehung in Abhängigkeit des Korndurchmessers D ausgedrückt wird:

$$\Delta\sigma_{KG} = \frac{k}{\sqrt{D}} \quad \text{Glg. (3.2)}$$

Der Parameter k in Glg. (3.2) beschreibt den Korngrenzenwiderstand und ist eine Materialkonstante, welche in weiten Bereichen von der Temperatur, der Dehngeschwindigkeit und dem Umformgrad unabhängig ist.



Abb. 3.2: Versetzungsaufstauung an einer Korngrenze [31]

Die Kornfeinung ist die einzige festigkeitssteigernde Wirkung, welche zusätzlich zu einer Erhöhung der Duktilität führt [32].

3.2.3 Mischkristallhärtung

Befinden sich im Atomgitter eines Metalls mindestens zwei Atomsorten, so spricht man von einem Mischkristall. Dabei werden die Fremdatome im Wirtsgitter gelöst, wodurch in diesem Zusammenhang auch von einer festen Lösung gesprochen wird. Abhängig von der Verteilung der Legierungsatome liegt ein Substitutionsmischkristall oder ein Einlagerungsmischkristall vor.

Bei den Substitutionsmischkristallen werden Atome des Wirtsgitters durch Atome des Legierungselements ersetzt. Dabei können die Anordnungen der Legierungsatome statistisch verteilt, unter einer Fern- oder Nahordnung, oder als Zonen auftreten (siehe Abb. 3.3).

Ein Einlagerungsmischkristall entsteht beim Einbau von Nichtmetallatomen geringer Größe (wie C und N) in den Zwischengitterplätzen.

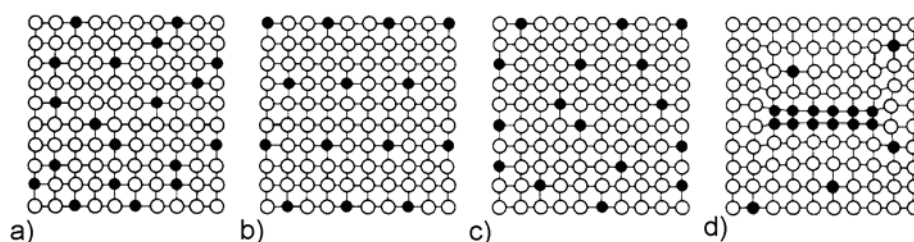


Abb. 3.3: Schematische Darstellung der möglichen Atomanordnungen in einem Substitutionsmischkristall: a) statistisch verteilt, b) Fernordnung, c) Nahordnung, d) Zonenbildung (einphasige Entmischung), nach [30]

Eine festigkeitssteigernde Wirkung wird bei der Mischkristallbildung durch Behinderung der Gleitversetzungen als Folge der gelösten Atome erzielt. Laut Theorie von Fleischer lässt sich die elastische Hinderniswirkung in die zwei Komponenten Atomgrößen- und Schubmoduleffekt aufteilen. Während der Atomgrößeneffekt (parelastische Wechselwirkung) die Behinderung der Versetzungsbewegung durch lokale Verzerrungen im Atomgitter wiedergibt, wird durch den Schubmoduleffekt (dielastische Wechselwirkung) die Auswirkung der lokalen Schwankung der Bindungsstärke auf die Versetzungsbewegung berücksichtigt:

$$\Delta\sigma_{MK} = \text{const} \cdot G \cdot \left(k \cdot \frac{d \ln a}{dc} - \frac{d \ln G}{dc} \right) \cdot \sqrt{c} \quad \text{Glg. (3.3)}$$

Der Atomgrößeneffekt wird durch die Fehlpassung $\delta = \frac{d \ln a}{dc}$ (a beschreibt die Gitterkonstante) und der Schubmoduleffekt durch den Term $\frac{d \ln G}{dc}$ beschrieben. Der Parameter c charakterisiert die atomare Konzentration des Legierungselementes.

Bezüglich der Größenordnung der erzielbaren Festigkeitssteigerung ist bei der Mischkristallhärtung zwischen Substitutions- und Einlagerungsmischkristallen zu unterscheiden. Durch die örtlich höheren Verspannungen zeigen die Einlagerungsmischkristalle einen um etwa eine Größenordnung stärkeren Anstieg der Mischkristallhärte als die Substitutionsmischkristalle, bei denen die Wirkung besonders stark vom Radius der gelösten Atome abhängt [32].

3.2.4 Teilchenhärtung

Für eine Festigkeitssteigerung wirksame Teilchen können in den aushärtbaren Legierungen über eine Aushärtungsbehandlung eingestellt werden. Voraussetzung dafür ist das Vorhandensein mindestens eines Legierungsbestandteiles, dessen Löslichkeit im Mischkristall mit sinkender Temperatur abnimmt (siehe Abb. 3.4). Ist dies der Fall, bilden sich Ausscheidungen, in denen sich diese Legierungsatome ansammeln. Die Bildung dieser Ausscheidungen hängt dabei von der Temperatur, der Zeit und der Übersättigung des Mischkristalls ab. Handelt es sich bei den Ausscheidungen um nichtmetallische Einschlüsse, spricht man von Dispersionshärtung, im Falle von metallischen Legierungsatomen, von Ausscheidungshärtung.

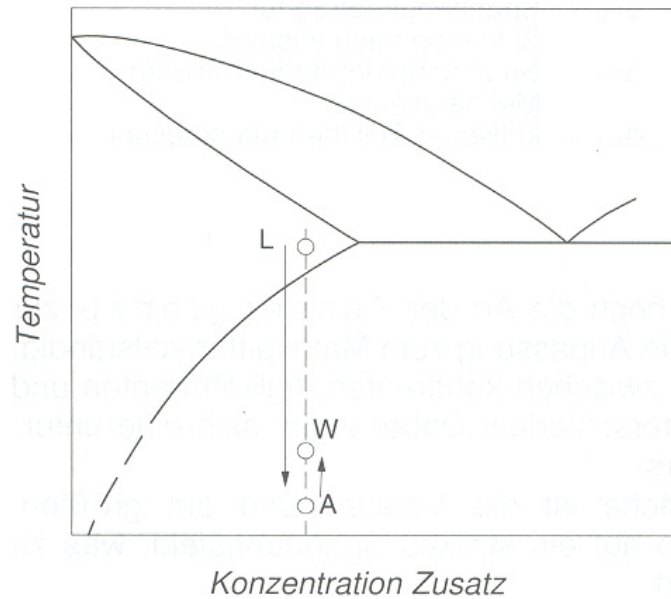


Abb. 3.4: Zur Aushärtung geeignetes Zweistoffsystem mit Schema der Aushärtung: L Lösungsglühtemperatur; A Abschrecktemperatur; W Warmauslagerungstemperatur

3.2.4.1 Dispersionshärtung

Nichtmetallische Einschlüsse, z.B. Oxide oder Boride, werden häufig zur Kornfeinung beim Vergießen, oder aber auch bewusst zur Verbesserung der mechanischen Eigenschaften der Schmelze zugegeben. Der Grund der Dispersionshärtung ist die Hinderniswirkung der Partikel für die Versetzungsbewegung. Die Versetzungen können durch diese Partikel nicht durchschneiden, vielmehr müssen sie sich zwischen den Teilchen auswölben. Es wird hierbei eine kritische Konfiguration erzielt, wenn die Spannung den Wert

$$\tau = \frac{G \cdot b}{l - 2 \cdot r} \quad \text{Glg. (3.4)}$$

erreicht, wobei $2r$ den Teilchendurchmesser und l den mittleren Abstand der Teilchen von Mittelpunkt zu Mittelpunkt beschreibt, so dass $l - 2r$ die freie Versetzungslänge angibt (siehe Abb. 3.5). Bei Weiterbewegung der Versetzung wird der Krümmungsradius wieder vergrößert, wozu keine weitere Spannungserhöhung notwendig ist. Schließlich werden sich antiparallele Versetzungsteile hinter den Teilchen berühren, und eine freie Versetzung kann sich von dem Teilchen ablösen. Allerdings bleibt ein Versetzungsring um das Teilchen zurück. Dieser Mechanismus zur Umgehung von Teilchen wird als Orowan-Mechanismus bezeichnet [30] [32].

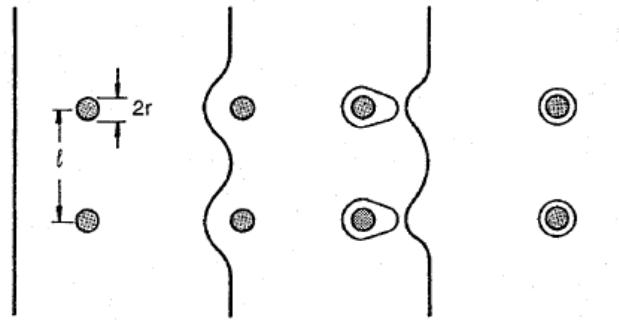


Abb. 3.5: Verschiedene Stadien des Orowan-Mechanismus zur Umgehung von Partikeln. Ein Versetzungsring bleibt um die Partikel zurück [30]

Der Beitrag der Orowan-Spannung zur Festigkeitssteigerung beträgt für Partikel, die im Verhältnis zu ihrem Abstand sehr klein sind ($r \ll l$):

$$\Delta\tau_{OR} = \frac{G \cdot b \cdot \sqrt{f}}{r} \quad \text{Glg. (3.5)}$$

Die Fließspannung hängt also entscheidend vom Dispersionsgrad f/r ab. Besonders wirksam ist eine Dispersion von sehr kleinen Teilchen [30].

3.2.4.2 Teilchenhärtung

Im Gegensatz zur Dispersionshärtung, wo es sich hauptsächlich um inkohärente Teilchen handelt, die nur mittels Orowan-Mechanismus umgangen werden können, gibt es bei der Ausscheidungshärtung drei Arten von Teilchen. Je nachdem, ob die Anpassung der Ausscheidungen zum Matrixgitter vollständig, teilweise oder gar nicht möglich ist, wird zwischen:

- kohärenten
- teilkohärenten und
- inkohärenten

Grenzflächen differenziert (siehe Abb. 3.6).

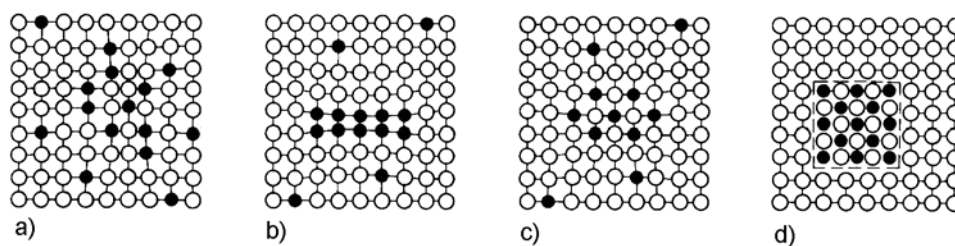


Abb. 3.6: Darstellung der Entmischungsserie: a) ungeordnete Konzentration (Cluster, einphasige Entmischung), b) geordnete Konzentration (Zone), c) kohärente Ausscheidung (zweiphasige Entmischung), d) inkohärente Ausscheidung (zweiphasige Entmischung)

Inkohärente Ausscheidungen wirken auf Versetzungen wie Korngrenzen; sie sind üblicherweise Hindernisse, aber Versetzungen können sie mit dem Orowan-Mechanismus umgehen. Durch Abschrecken aus dem Einphasengebiet und anschließender Auslagerung bei tiefen Temperaturen entstehen metastabile Phasen mit kohärenten oder teilkohärenten Phasengrenzen. In diesen setzen sich die kristallographischen Ebenen und Richtungen der Matrix in der Ausscheidung mit leichter Verzerrung fort, wodurch Versetzungen sich durch die Ausscheidung hindurch bewegen können (Durchschneiden, siehe Abb. 3.7) [32].

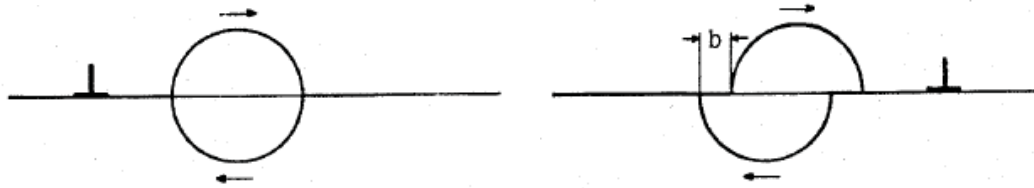


Abb. 3.7: Schematische Darstellung des Schneidevorganges von Teilchen durch Versetzungen (Teilchen schert ab) [30]

Die für den Schneidevorgang notwendige Fließspannungserhöhung (Festigkeitssteigerung) lässt sich wie folgt angeben:

$$\Delta\tau_s \cong \frac{\pi \cdot \lambda \cdot r}{2 \cdot b \cdot l} \quad \text{Glg. (3.6)}$$

Die Schneidspannung ist daher abgesehen vom Teilchenradius r auch von der Stapelfehlerenergie λ abhängig. Beim weiteren Umformen von Glg. (3.6) und Einführen des Dispersionsgrades gelangt man zu folgendem Zusammenhang:

$$\Delta\sigma_s \cong \frac{\alpha}{G \cdot b^2} \cdot \gamma_s^{3/2} \cdot \sqrt{r \cdot f} \quad \text{Glg. (3.7)}$$

Der Parameter γ_s beschreibt die Grenzflächenenergie zwischen Teilchen und Matrix. Die Spannung zum Durchschneiden von Teilchen nimmt daher mit der Quadratwurzel des Teilchenradius zu. Sie kann jedoch nicht größer als die Orowan-Spannung werden, denn dann kann die Versetzung das Hindernis leichter umgehen als schneiden (siehe Abb. 3.8), und die Natur wählt immer den leichteren Weg [30] [32].

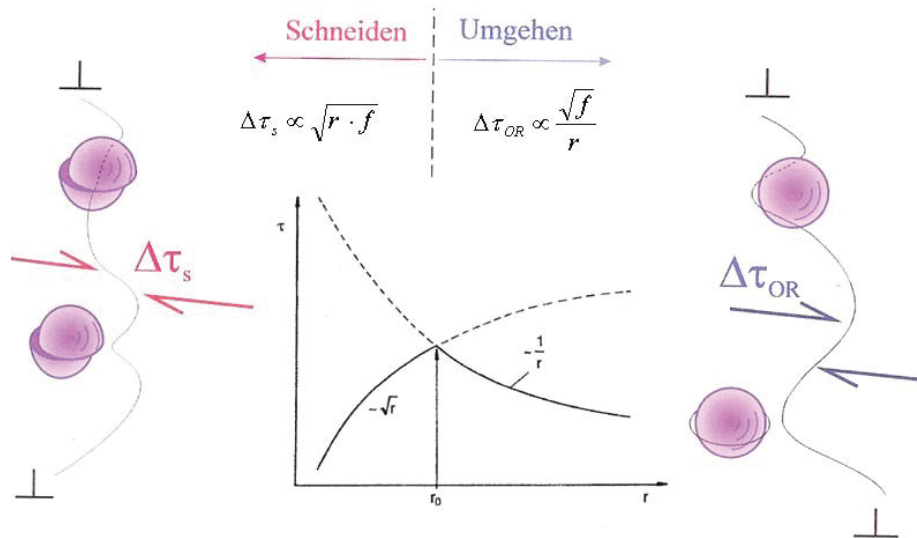


Abb. 3.8: Schematische Darstellung der Festigkeitszunahme mit der Teilchengröße [29] [30]

Daher kann das Ziel der Ausscheidungshärtung durch die Einstellung der Teilchengröße r erreicht bzw. variiert werden.

3.2.4.3 Arten der Phasengrenzfläche von Ausscheidungen

Neben der Größe der Teilchen ist auch die Art der Phasengrenzfläche von Bedeutung. Abhängig davon, ob es sich um kohärente, teilkohärente oder inkohärente Grenzflächen handelt, kommt es zu einer unterschiedlich starken Verspannung des Gitters. Im Falle der kohärenten Grenzfläche ist die Verspannung am größten. Gleitende Versetzungen treffen hier auf ein starkes Spannungsfeld, was zu einem großen Anstieg der Festigkeit führt. Bei teilkohärenten Grenzflächen ist dieses Spannungsfeld kleiner, der Festigkeitszuwachs folglich geringer. Die inkohärente Grenzfläche bringt, da sie kein Spannungsfeld erzeugt, keinen zusätzlichen Festigkeitszuwachs und ist daher für diese Festigkeitssteigerung nicht geeignet [28]. In Abb. 3.9 wird die Entstehung und die Unterschiede der einzelnen Ausscheidungsarten noch einmal dargestellt.

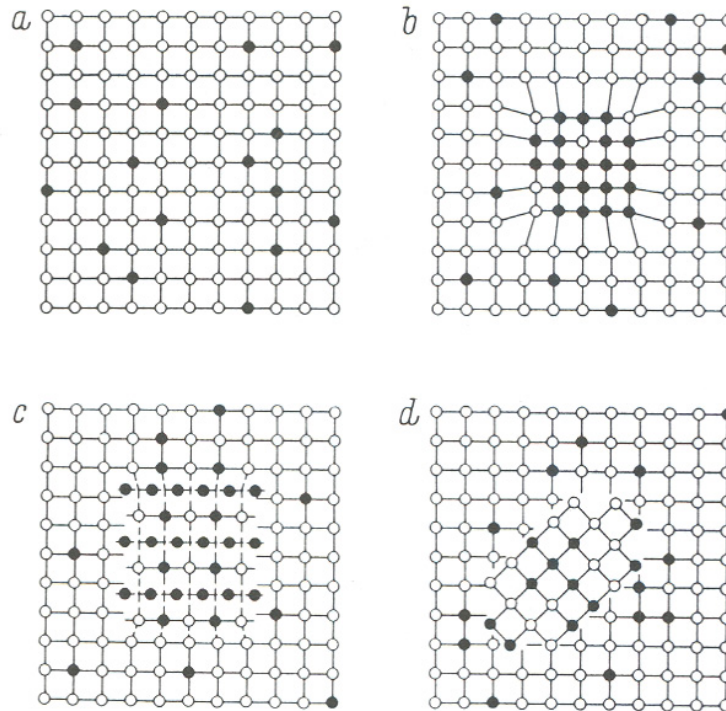


Abb. 3.9: Darstellung a) eines Mischkristalls mit statistischer Verteilung der Fremdatome, b) einer kohärenten Entmischung c) einer teilweise kohärenten Zwischenphase im Mischkristallgitter. Die senkrecht verlaufenden Netzebenen sind hohärent, die horizontal verlaufenden dagegen sind inkohärent, d) einer inkohärenten Ausscheidung (●...Fremdatom z. B. Cu, ○...Aluminiumatom) [31]

In Abb. 3.9 a wird noch einmal verdeutlicht, dass eine regellose Verteilung der Fremdatome identisch mit dem gelösten Zustand ist (auch bei Übersättigung). Bei Temperaturen unter 100 bis 150 ° C ist die Auflockerung des Gitters so gering, dass auch bei tage- oder wochenlanger Erwärmung die nach dem Gleichgewicht ausgewiesenen Fremdatome keine ausreichende Kinetik aufweisen, dass es zur Ausbildung sichtbarer Ausscheidungen kommt. Allerdings können kleinste Entmischungszonen der Fremdatome entstehen, welche die Festigkeitssteigerung der kaltaushärtbaren Legierungen bewirken.

Bei der Auslagerung des zuvor lösungsgeglühten und anschließend abgeschreckten Materials entstehen im Gefüge der aushärtbaren Legierungen bei Auslagerungstemperaturen zwischen Raumtemperaturen und 150 ° C kohärente, so genannte Guinier-Preston-Zonen, oder teilkohärente kleinste Ausscheidungen, wie sie in Abb. 3.9 b und c schematisch beschrieben sind. Diese Ausscheidungen sind kleine Ansammlungen von Fremdatomen. Das Gitter der Matrix (aluminiumreicher α -Mischkristall) behält dabei vollständig (kohärent) oder teilweise (teilkohärent) seine Kontinuität auf den Netzebenen.

Inkohärente Teilchen sind Ansammlungen von Fremdatomen in kleinen und kleinsten Kristallen, welche teilweise Aluminiumatome enthalten, wie zum Beispiel Al_2Cu , oder aber

um intermetallische Verbindungen der Fremdatome, beispielsweise $MgZn_2$ oder Mg_2Si . In jedem Fall weicht der Gitteraufbau dieser Ausscheidungen von demjenigen der Aluminiummatrix vollkommen ab (siehe Abb. 3.9 d) [30] [31].

3.2.5 Wärmebehandlung

Um Legierungen sowie Bauteilen aus Aluminium, die für ihre Anwendung notwendigen Eigenschaftsprofile im Rahmen der gewählten Legierung zu geben, werden sie meist einer Wärmebehandlung unterzogen. Dadurch kann die Festigkeit aushärtbarer Aluminiumlegierungen wesentlich erhöht werden. Im Vergleich zur Festigkeitssteigerung durch Kaltumformung ist dabei die Einbuße an Umformbarkeit gering. Das Aushärten erfolgt grundsätzlich in den drei Arbeitsgängen (siehe Abb. 3.10) [28] [32]:

- Lösungsglühen
- Abschrecken
- Auslagern

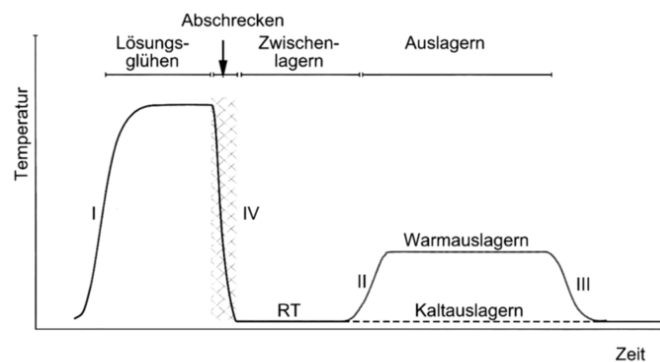


Abb. 3.10: Schematische Darstellung des Wärmebehandlungszyklus für aushärtbare Legierungen

Durch das Lösungsglühen soll ein Übersättigungszustand des Metallgitters mit homogenen α -Mischkristallen eingestellt werden. Dabei werden alle für die Aushärtung relevanten Legierungselemente durch Diffusion im Mischkristall gelöst.

Der Abschreckvorgang dient der Erhaltung des durch das Lösungsglühen erzielten homogenen Zustandes bei Raumtemperatur. Um ein vorzeitiges Ausscheiden der überschüssig gelösten Bestandteile zu vermeiden, muss das Temperaturgebiet zwischen Lösungsglühtemperatur und ca. $200\text{ }^\circ\text{C}$ möglichst rasch durchlaufen werden. Die Abschreckgeschwindigkeit ist in erster Linie von der Legierungszusammensetzung abhängig.

Beim Auslagern erfolgt die Annäherung an den Gleichgewichtszustand durch Diffusion. Dieser Prozess ist temperatur- und zeitabhängig. Es ist möglich die Bildung der gewünschten Ausscheidungen entweder über Kaltaushärtung oder Warmaushärtung vorzunehmen. In Abb. 3.11 ist der prinzipielle Ablauf des Aushärtungsvorganges noch einmal detailliert erläutert [28] [32].

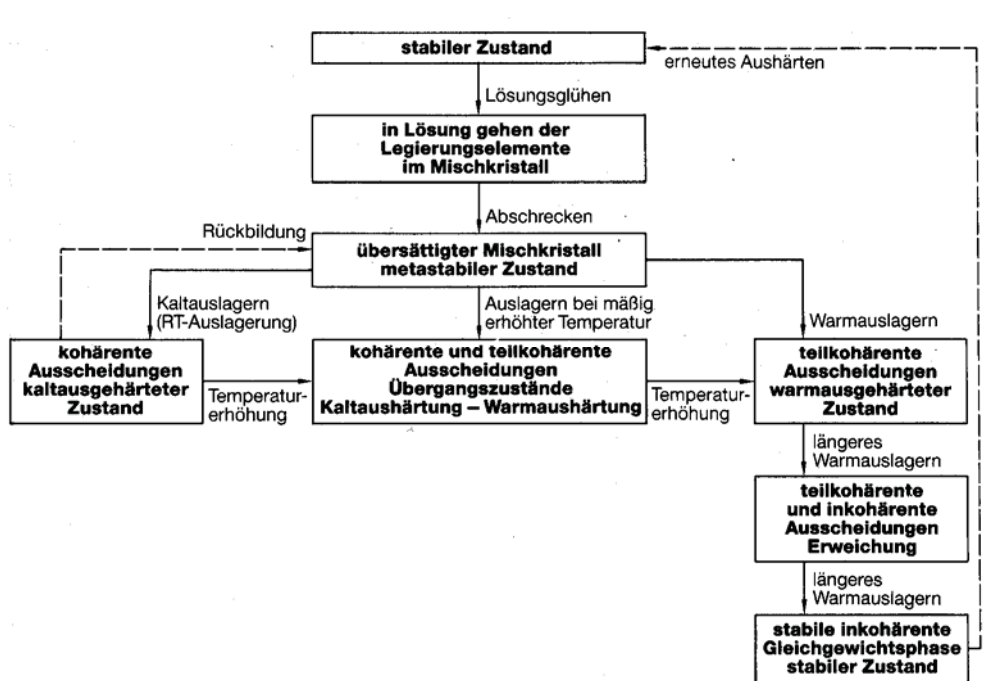


Abb. 3.11: Schema des Aushärtungsvorganges[28]

3.3 Verwendete Legierung

Die untersuchte Aluminiumlegierung ist die Knetlegierung EN-AW 2007 [AlCu4PbMgMn] mit der Werkstoffnummer 3.1645. Sie entspricht der Legierungsnummer 2030, genormt nach der European Aluminium Association (EAA).

Das chemische Anforderungsprofil dieser Legierung ist in Tab. 3.2 dargestellt und wurde mittels chemischer Analyse, dargestellt in Tab. 3.3, bestätigt.

Zusammensetzung (Höchstwerte), in % der Masse											
Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Ni	Zn	Ga	V	Sonstige	Ti
0,8	0,7	3,5 - 4,5	1,0	0,5 - 1,3	0,1	0,2	0,5	-	-	0,2 Bi 0,8 - 1,5 Pb	0,2

Tab. 3.2: chemisches Anforderungsprofil der verwendeten Al-Knetlegierung

Tatsächliche Zusammensetzung in % der Masse										
Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Ni	Zn	Pb	Sn	Ti
0,46	0,25	3,67	0,61	0,65	0,01	< 0,01	0,12	1,10	< 0,01	0,06

Tab. 3.3: Ergebnis der chemischen Analyse der verwendeten Al-Knetlegierung

3.3.1 System Al-Cu

Auf Grund der Tatsache, dass die untersuchte Knetlegierung als Hauptlegierungselement Cu enthält, wird hier kurz das Zweistoffsystem Al-Cu vorgestellt. Im Bereich von 0 % bis 53 % Cu liegt ein einfaches eutektisches System bestehend aus dem Al-reichen α -Mischkristall und der intermetallischen Verbindung Al_2Cu bei 33,2 % Cu und 547 ° C vor. Die Löslichkeit des α -Mischkristalls für Kupfer beträgt bei der eutektischen Temperatur 5,7 %, nimmt mit sinkender Temperatur schnell ab und liegt bei 20 ° C praktisch bei 0 %. Nicht gelöstes Kupfer liegt im Gleichgewichtszustand in Form der Al_2Cu Phase vor. Durch Ausscheidung aus dem übersättigten Mischkristall können sich bei mittleren Temperaturen metastabile Übergangsphasen (Guinier-Preston-Zonen, siehe Kapitel 3.2.4.3) bilden:

- Im Bereich der Raumtemperatur bis 150 ° C bildet sich die kohärente Phase GP I (siehe Abb. 3.9 b)
- Bei 80 – 200 ° C entsteht die ebenfalls kohärente, aber größere Phase GP II (siehe Abb. 3.9 b)
- Ab 150 ° C bildet sich die teilkohärente θ' -Phase (siehe Abb. 3.9 c)
- Bei Temperaturen ab etwa 300 ° C entsteht die inkohärente θ -Phase Al_2Cu , welche als Überalterung bezeichnet wird und mit einem starken Härteabfall verbunden ist

Eine sehr langsame Abkühlung aus dem homogenen α -Mischkristallgebiet ermöglicht eine Ausscheidung der inkohärenten θ -Phase Al_2Cu an den Korngrenzen (siehe Abb. 3.12), während bei der herkömmlichen Wärmebehandlung (siehe Kapitel 3.2.5) diese Phase vermieden wird [28] [33].

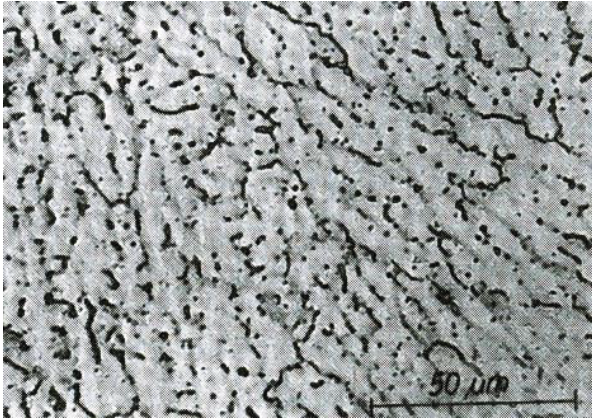


Abb. 3.12: Gefüge einer Aluminiumlegierung mit 5 % Cu nach dem langsamen Abkühlen aus dem homogenen α -Gebiet, α -Mischkristalle mit θ -Ausscheidungen an den Korngrenzen [33]

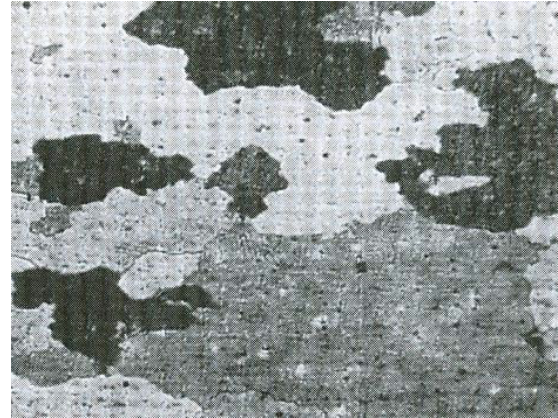


Abb. 3.13: Gefüge der Legierung AlCu4Mg nach dem Lösungsglühen, α -Mischkristalle und einzelne, nicht identifizierte Primärausscheidungen [33]

3.3.2 AlCuMg-Knetlegierungen

Kennzeichnendes Merkmal dieser Legierungsgruppe ist die Festigkeitssteigerung in Bereiche von 310 bis 440 N/mm² durch Aushärtung. Je nach Zusammensetzung sprechen die Legierungen bevorzugt auf Kalt- oder Warmaushärtung an. Den Einfluss des Cu-Gehalts in Abhängigkeit vom Zustand zeigt Abb. 3.14 am Beispiel reiner, binärer AlCu-Legierungen.

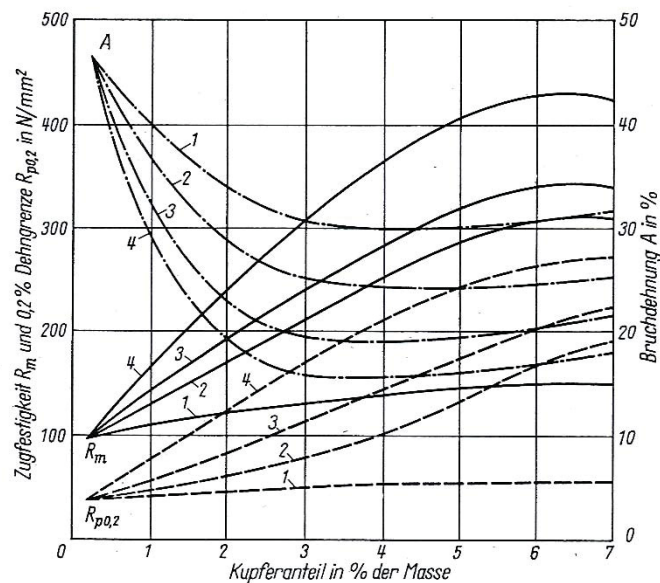


Abb. 3.14: Einfluss des Cu-Gehaltes auf die Festigkeit von binären AlCu-Legierungen (Reihe 2xxx), Basis Al99,95, Bleche 1,6 mm dick; 1 weichgeglüht; 2 Lösungsgeglüht und abgeschreckt; 3 kaltausgehärtet; 4 warmausgehärtet [28]

Die in technischen Legierungen vorhandenen Fe-Beimengungen unterbinden die Kaltaushärtung. Ein kleiner Mg-Zusatz stellt die Kaltaushärtbarkeit wieder her. Darüber

hinaus erhöhen Mg-Zusätze bis etwa 1,5 % die Festigkeit und Dehngrenze (siehe Abb. 3.15). Mn-Zusätze steigern die Festigkeit. Mit Rücksicht auf die Dehnung wird der Mn-Gehalt auf etwa 1 % beschränkt (siehe Abb. 3.16).

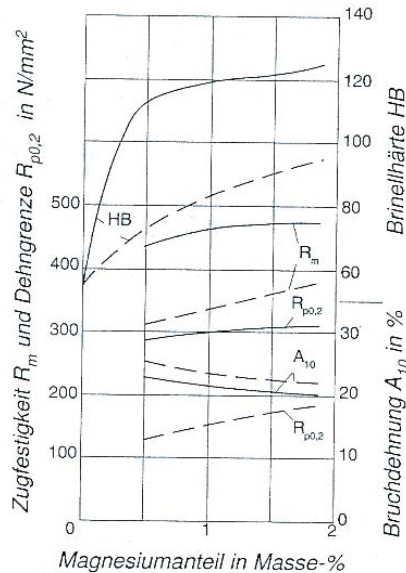


Abb. 3.15: Einfluss des Mg-Gehaltes auf die Festigkeit einer AlCuMg-Legierung mit 4,0 % Cu; ----- sofort nach Lösungsglühen bei 500 ° C und Abschrecken ——— zusätzlich noch 30 Tage bei 20 ° C kaltausgelagert [28]

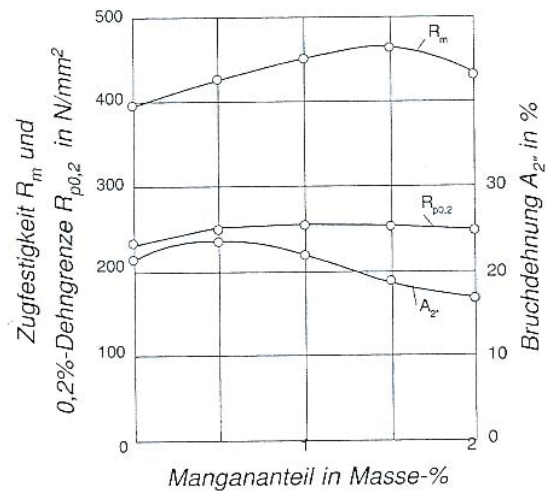


Abb. 3.16: Einfluss des Mn-Gehaltes auf die Festigkeit einer AlCuMg-Legierung, etwa 4 % Cu; 0,5 % Mg, kaltausgehärtet [28]

Si-Zusätze von 0,5 – 1,2 % erhöhen Geschwindigkeit und Betrag der Warmaushärtung, wahrscheinlich durch Bildung von Mg_2Si . Dabei ist der Mg-Gehalt auf 1 % zu begrenzen. Kleinere Si-Zusätze dienen dazu, Fe-Beimengungen zu binden. Auf diese Weise wird die Ausscheidung der ternären Phase Al_7Cu_2Fe verhindert, die dem Mischkristall entsprechende Mengen an Cu entziehen würde.

AlCuMg-Legierungen werden üblicherweise in kaltem Wasser abgeschreckt. Das Abschrecken muss sofort nach dem Lösungsglühen erfolgen, um eine unkontrollierte Ausscheidungsbildung, besonders an den Korngrenzen, zu vermeiden. Dies würde eine Neigung zu interkristalliner Korrosion hervorrufen (siehe Abb. 3.17). Kaltumformen zwischen Abschrecken und Auslagern verringert den Aushärtungseffekt (siehe Abb. 3.18) [28].

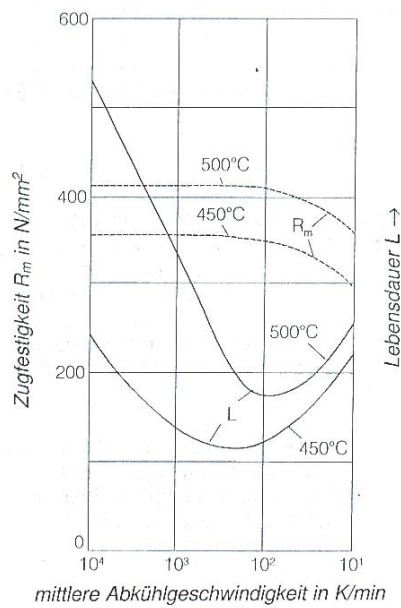


Abb. 3.17: Einfluss der Abschreckgeschwindigkeit auf die Zugfestigkeit und das Spannungsrisskorrosionsverhalten der Knetlegierung AlCuMg1; Lösungsglühtemp. 450 ° C, kaltausgelagert [28]

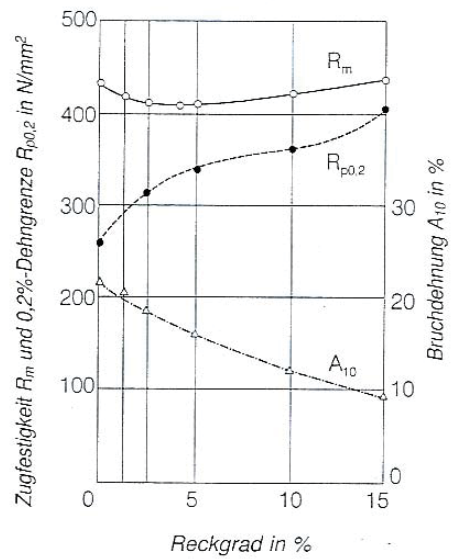


Abb. 3.18: Einfluss der Kaltumformung nach dem Abschrecken auf die Kaltaushärtung der Knetleg. AlCuMg1; Lösungsglühtemp. 500 ° C, Kaltauslagerung 8 Tage bei RT [28]

Abb. 3.19 zeigt die Zugfestigkeit, Dehngrenze und Bruchdehnung in Abhängigkeit der Auslagerungszeit und -temperatur.

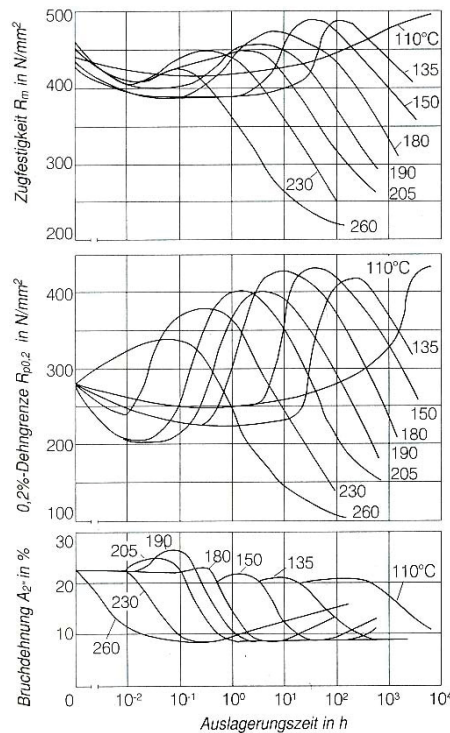


Abb. 3.19: Verlauf der Warmaushärtung bei der Knetlegierung AlCuSiMn; Zahlenwerte = Auslagerungstemperatur [28]

4 Vergleich d. Festigkeitshypothesen – LifeCal

Dieser Abschnitt der Arbeit befasst sich mit dem Vergleich von praktischen Versuchsergebnissen der Al-Knetlegierung mit Berechnungsergebnissen der Software für Lebensdauernachweise LifeCal. Die einzelnen Festigkeitshypothesen werden bezüglich Genauigkeit und ihrer Eignung zum Dauerfestigkeitsnachweis untersucht und bewertet.

Konzepte der Lebensdauerberechnung

Es gibt verschiedene Verfahren der Lebensdauerberechnung. Das Nennspannungskonzept gibt im Betriebsfestigkeitsnachweis Nennspannungen als Beanspruchungen vor. Die tatsächliche Spannungsverteilung in Abhängigkeit der Bauteilgestalt weicht vom Nennspannungsverlauf ab, weshalb die Festigkeits- und Betriebsdauerwerte gestaltabhängig angegeben werden (Gestaltfestigkeitswerte). Mit diesem Konzept ist eine relative Aussage über die Lebensdauer von ähnlichen Bauteilen sehr gut möglich. Ein Vorteil ist der geringe Aufwand dieser Methode. Nachteil ist die begrenzte Anwendbarkeit, da in geometrisch komplexen Bauteilen es nicht realisierbar ist, den nachzuweisenden Konstruktionsquerschnitt festzulegen, wodurch auch die Vorgabe von Nennspannungen nicht möglich ist.

Im Gegensatz zum Nennspannungskonzept geht man beim örtlichen Konzept (auch Kerbgrundkonzept) von der an der kritischen Stelle eines Bauteils herrschenden Beanspruchung aus. Grundlage für die Lebensdauerrechnung ist die örtliche elastisch-plastische Verformung. Dieses Konzept erfordert einen wesentlich höheren Rechenaufwand. Für geometrisch komplexe Bauteile wurden örtliche Spannungskonzepte entwickelt. Mit Hilfe der Finite-Elemente-Berechnung (FEM) oder anderer Verfahren werden die Spannungsverteilungen am Bauteil bestimmt. Bei der Spannungsermittlung liegt besonderes Augenmerk darauf, möglichst alle geometrischen Parameter, die den Spannungsverlauf beeinflussen, exakt zu erfassen.

Das Strukturspannungskonzept ist eine Synthese der beiden bisher erläuterten Konzepte und benutzt die Methoden der Spannungsermittlung aus dem örtlichen Konzept und die Gestaltfestigkeitswerte aus dem Nennspannungskonzept.

Ein weiterer Ansatz ist das bruchmechanische Konzept. Im Gegensatz zur herkömmlichen Festigkeitsberechnung geht man in der Bruchmechanik von fehlerbehafteten Bauteilen mit

realen oder fiktiven Anrissen aus und versucht einen Zusammenhang zwischen der Länge des Anrisses und der kritischen Spannung herzustellen, bei der Bruch eintritt [41].

Diese Arbeit ist auf das lokale Spannungskonzept und dessen Umsetzung in eine Software fokussiert.

4.1 Lokales Spannungskonzept

Ein vorherrschender Last-Zeit-Verlauf wird mittels Rainflow Klassierung in ein Lastkollektiv umgerechnet. In Kombination mit der Geometrie des untersuchten Bauteils ergibt sich eine charakteristische Spannungsverteilung.

Mit Hilfe von Basis-Wöhlerlinien, welche einaxiale Werkstoffkennwerte repräsentieren und Informationen über die Herstellung des Werkstoffs, wie zum Beispiel die Seigerungslage oder den Wärmebehandlungszustand, wird nach dem Spannungsgradientenmodell nach Eichlseder [40] unter Berücksichtigung diverser Einflüsse wie Mittelspannungen, Wärmebehandlung, Größe oder vorherrschendem Spannungsgradient, die lokale Wöhlerlinie errechnet.

An Hand der Kenntnisse des Lastkollektivs, der Spannungsverteilung und der lokalen Wöhlerlinie, berechnet sich die Schadensakkumulation und lässt sich eine Lebensdauervorhersage treffen (siehe Abb. 4.1).

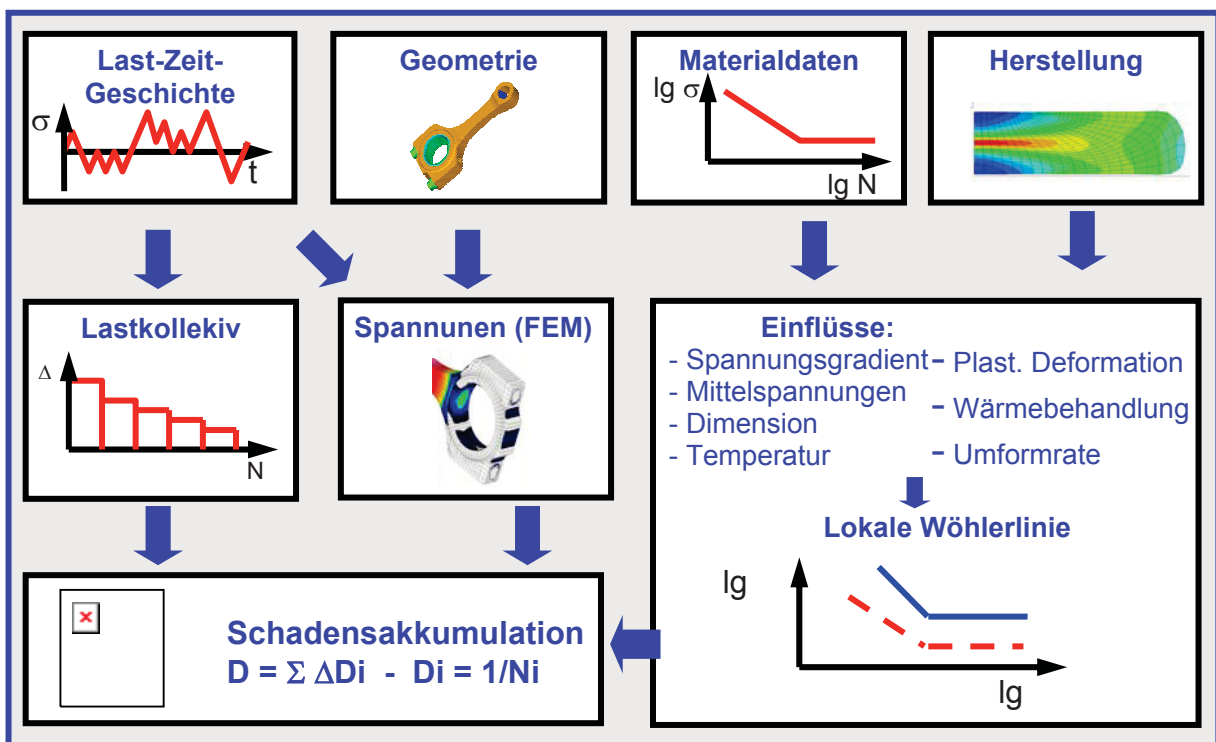


Abb. 4.1: Schema des lokalen Spannungskonzepts

4.2 Software für Dauerfestigkeitsnachweis: LifeCal

LifeCal repräsentiert die Umsetzung des lokalen Spannungskonzepts in ein Rechenprogramm für einen auf verschiedenste Werkstoffgruppen anwendbaren Dauerfestigkeitsnachweis.

Die Software LifeCal ist in der Lage einen vorgegebenen Spannungstensor unter Berücksichtigung von Phasenverschiebungen und Frequenzverhältnissen in einen zeitlich veränderlichen Spannungstensor in den einzelnen Schnittebenen umzuwandeln. Anschließend werden daraus Normal- und Schubspannungskomponenten in den Schnittebenen berechnet und Vergleichsspannungsamplituden nach diversen Hypothesen gebildet. Diese errechneten Vergleichsspannungsamplituden werden mit der berechneten Dauerfestigkeit nach dem Spannungsgradientenmodell nach Eichlseder [40] verglichen und Sicherheitsfaktoren gegen Dauerbruch ermittelt. Bei der Berechnung der Dauerfestigkeit können weiters technologische Einflüsse wie Seigerungslagen oder Schmiedefaktoren berücksichtigt werden. Mehrere Konzepte um den Einfluss von auftretenden Mittelspannungen abzubilden, wurden in LifeCal in der Berechnung der Sicherheitsfaktoren nach der SFIH implementiert, wobei die Auswahl über eine Benutzeroberfläche erfolgt. Die zur Durchführung der Berechnungen erforderlichen Daten werden über eine Eingabemaske eingegeben, die Resultate exportiert LifeCal in eine vom Benutzer definierte Datei. Abb. 4.2 zeigt den schematischen Ablauf der Software.

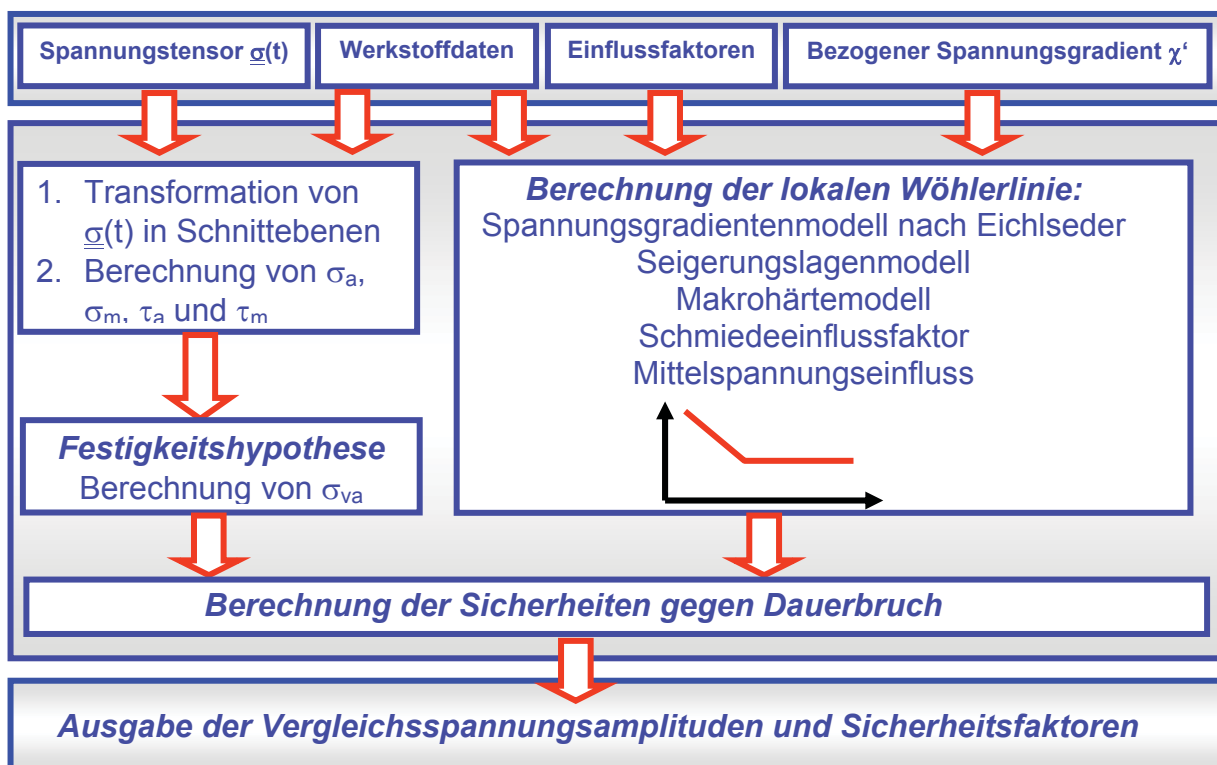


Abb. 4.2: Konzept von LifeCal

Ziel war es, eine Benutzeroberfläche zu entwerfen, welche übersichtlich und leicht handhabbar ist, um ein problemloses Aufrufen bzw. Starten der Rechnung zu gewährleisten. Diese Eingabemaske ist in Abb. 4.3 dargestellt.

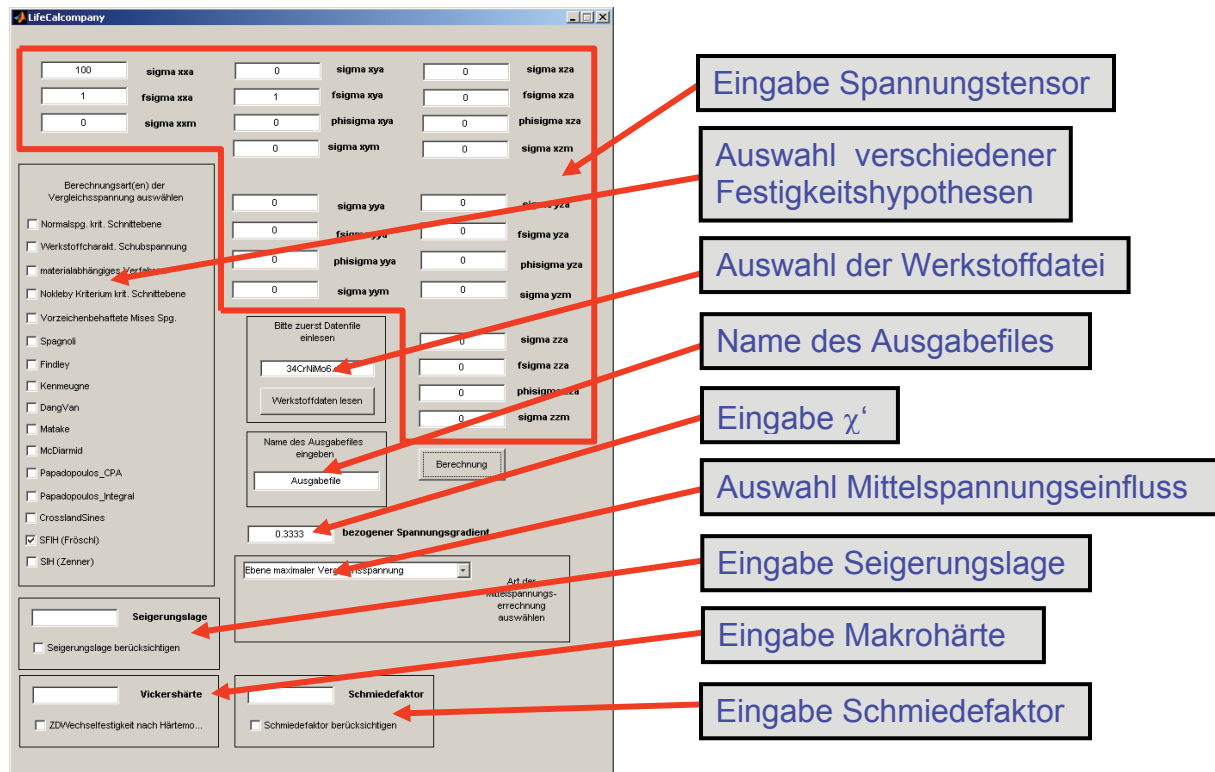


Abb. 4.3: Eingabemaske (Benutzeroberfläche) von LifeCal

4.2.1 Input

Es folgen die für die Durchführung der Berechnungen notwendigen Daten, welche entweder in die Benutzeroberfläche eingegeben, oder vom Programm eingelesen werden.

4.2.1.1 Spannungstensor

Die Eingabe eines sinusförmigen Spannungstensors erfolgt durch seine sechs unabhängigen Komponenten. Zusätzlich kann Phasenverschiebung und Frequenzverhältnis zwischen den Komponenten des Tensors vorgegeben werden. Hinsichtlich Phasenverschiebung und Frequenzverhältnis beziehen sich alle Komponenten auf die Normalspannung in x-Richtung, hier bezeichnet als σ_{xxa} (siehe Abb. 4.3).

4.2.1.2 Werkstoffdaten

Die Berechnungen erfordern statische und dynamische Festigkeitswerte, welche in Form einer Werkstoffdatei bestimmten Formats vorliegen müssen. Der Name dieser Datei wird in das dafür vorgesehene Textfeld eingegeben und durch Knopfdruck eingelesen. Somit verfügt

LifeCal über alle erforderlichen Werkstoffkennwerte. Die zur Durchführung der Rechnungen notwendigen Werkstoffparameter wurden mittels diverser Versuchsreihen bestimmt (siehe Kapitel 5).

Abb. 4.4 zeigt eine solche Werkstoffdatei.

```

ipem\Diplomarbeit\EPA_Frisch\aktuell\LifeCalcompany\test
Format: Column Macro Advanced Window Help
-----
Werkstoff: 34CrNiMo6
chemische Analyse:
Wärmebehandlung: HT 860° C, Öl 70° C, AT 620° C
Rohteildurchmesser: 20
Prüfdurchmesser:
6
Statische Festigkeitseigenschaften:
                Zug      Torsion
Dehngrenze bzw. Streckgrenze (Rp02) (Taup02)
900, 736
Zugfestigkeit                (Rm)  (Tm)
1100, 900
Bruchdehnung                  (A)
15
Dynamische Festigkeitseigenschaften:
Zug-Druck:
nd, k, 500000, 10
Formzahl kt (ktZ)
1
Prüfdurchmesser (durchmesserZug)
6
R=-1 (sigma2DR-1), R=0 (sigma2DR0), R=0.5 (sigma2DR05), R=-unendlich (sigma2DRunendlich)
558, 425, 266, 687
Umlaufbiegung:
nd, k, 360000, 8
Formzahl kt (ktUB)
1
Prüfdurchmesser (durchmesserUB)
6
R=-1 (sigmaUB)
660
Axialbiegung:
nd, k, 360000, 8
Formzahl kt (ktAB)
1

```

Abb. 4.4: Werkstoffdatei, welche alle nötigen Parameter enthält und über Knopfdruck eingelesen wird

4.2.1.3 Einflussfaktoren

Diese Software ist für verschiedenste Werkstoffgruppen konzipiert. Im Zuge einer Dissertation wurde der Einfluss der Fertigungsart, Temperaturbehandlung und eventuell vorhandener Seigerungen auf die Lebensdauer von bestimmten Stahlsorten experimentell bestimmt und die gewonnenen empirischen Faktoren in LifeCal implementiert. Dies sei hier der Vollständigkeit halber erwähnt, die Bestimmung dieser Einflüsse bei der untersuchten Aluminium Knetlegierung ist aber nicht Teil dieser Diplomarbeit.

Das Makrohärtemodell ermöglicht die Berechnung der Dauerfestigkeit über den Makrohärtewert. Dieser Werkstoffparameter ist leicht bestimmbar und benötigt keine aufwändigen Versuchsreihen, um die im Spannungsgradientenmodell verwendeten Werkstoffkennwerte zu ermitteln.

4.2.1.4 Bezogener Spannungsgradient χ'

Der im Bauteil vorherrschende bezogene Spannungsgradient χ' , welcher bei der Berechnung der Dauerfestigkeit im Spannungsgradientenmodell nach Eichlseder Verwendung findet, muss über ein Textfeld eingegeben werden.

4.2.2 Output

Die Resultate befinden sich nach Beendigung der Berechnungen in einer vom Benutzer benennbaren Datei (Abb. 4.5).

Die eingelesenen Werkstoffdaten des Datenfiles 34CrNiMo6.dat sind:	
durchmesser	6.00
Rp02	900.00
Taup02	736.00
Rm	1100.00
Taum	900.00
A	15.00
ndZug	500000.00
kZug	10.00
ktZ	1.00
durchmesserZug	6.00
sigmaZDR_1	558.00
sigmaZDR0	425.00
sigmaZDR05	266.00
sigmaZDRunendlich	607.00
ndUB	360000.00
kUB	8.00
ktUB	1.00
durchmesserUB	6.00
sigmaUB	660.00
ndAB	360000.00
kAB	0.00
ktAB	1.00
durchmesserAB	6.00
sigmaABR_1	660.00
ndT	360000.00
kt	0.00
ktT	1.00
durchmesserT	6.00
TauTR_1	370.00
TauTR0	307.00
KDN	0.20
KaH	13.00
KkH	9.00
KDE	0.20
KoT	13.00
KkT	9.00
sigmaUBL	432.00
sigmaZDR_1L	375.00

Die Sicherheit nach SFIH ist:	
6.730244	
Die Vergleichsspannung nach SIH (Zenner) ist:	
97.99096	
Die Sicherheit ist:	
6.735295	

Abb. 4.5: Ausgabedatei mit den Eingabedaten, den Vergleichsspannungsamplituden und den Sicherheitsfaktoren gegen Dauerbruch der gewählten Hypothesen

4.2.3 Diskretisierungseinfluss

Die Anzahl der Schnittebenen im betrachteten Punkt ist abhängig von der Inkrementgröße der beiden Schnittebenenwinkel φ und θ . Der Winkel φ steigt kontinuierlich von 0 auf 2π , θ von 0 auf π , um sämtliche Orientierungen der Schnittebenen in einer infinitesimalen kleinen Kugel zu erfassen (siehe Abb. 4.6).

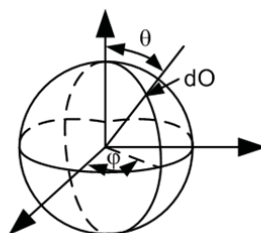


Abb. 4.6: Definition von Schnittebenen durch die Eulerwinkel φ und θ in einem Punkt

Eine Anforderung an die Software LifeCal war unter anderem eine kurze Rechenzeit, um möglichst schnell Lebensdauerabschätzungen durchführen zu können. Dies würde große Inkremente, sprich eine grobe Diskretisierung erfordern. Gleichzeitig sollte aber eine möglichst hohe Genauigkeit bei den Berechnungen erzielt werden, was durch eine feine Diskretisierung gewährleistet wird. Es galt also einen Kompromiss zwischen ausreichender Genauigkeit und minimaler Rechenzeit zu finden.

Hierfür wurden Berechnungen mit verschiedenen Diskretisierungsfeinheiten, also unterschiedlich großen Winkelinkrementen von φ und θ durchgeführt und die Resultate verglichen. Abhängig vom verwendeten Werkstoff nimmt das Verhältnis von Torsionswechselfestigkeit zu Zug/Druck-Wechselfestigkeit einen bestimmten Wert an. Über diesen Wert wird das Verhältnis der beiden Linearfaktoren a und b der SFIH bestimmt. Abb. 4.7 zeigt die Ergebnisse der Berechnungen für drei unterschiedliche Diskretisierungen.

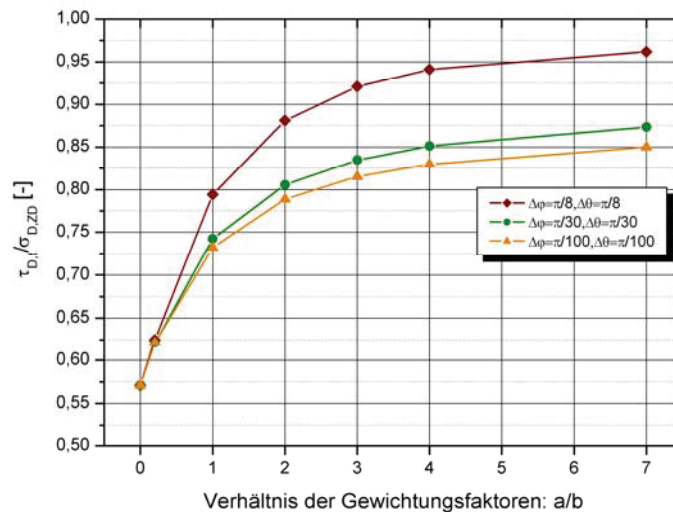


Abb. 4.7: Einfluss der Diskretisierungsfeinheit auf die Genauigkeit der Resultate

Es ist ersichtlich, dass die Abweichung zwischen $\frac{\pi}{8}$ und $\frac{\pi}{30}$ signifikant ist (siehe Abb. 4.8), während sich das Resultat bei Erhöhung der Feinheit von $\frac{\pi}{30}$ auf $\frac{\pi}{100}$ nur mehr vernachlässigbar verändert. Die Rechenzeit steigt bei Änderung von $\frac{\pi}{30}$ auf $\frac{\pi}{100}$ aber auf das Dreifache (siehe Abb. 4.8). Deshalb wurde eine Inkrementgröße für φ und θ von $\frac{\pi}{60}$ gewählt, um eine ausreichende Genauigkeit bei moderater Rechendauer zu gewährleisten.

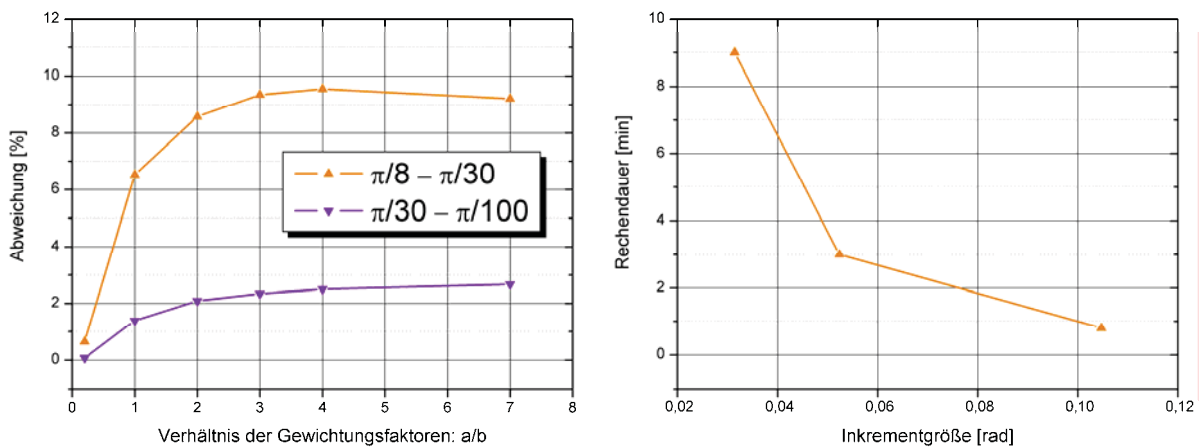


Abb. 4.8: Unterschied der Resultate bei verschiedenen Diskretisierungseinheiten in % (links); Abhängigkeit der Rechendauer von der Inkrementgröße (rechts)

4.2.4 Berechnungen

Im folgenden Kapitel werden nach den in Kapitel 1.2 beschriebenen Hypothesen Berechnungen durchgeführt und die Resultate mit Versuchsergebnissen verglichen.

4.2.4.1 Stützwirkungsmodell nach Eichlseder

Mit Hilfe der zur Verfügung gestellten Werkstoffparameter und dem eingegebenen relativen Spannungsgradienten χ' erfolgt die Berechnung der Wechselfestigkeit nach dem Spannungsgradientenmodell nach Eichlseder. Dieses Konzept prognostiziert eine Steigerung der Dauerfestigkeit mit steigendem bezogenen Spannungsgradient (Abb. 4.9). Bei einer ungekerbten Probe unter Biegebelastung nimmt der relative Spannungsgradient den Wert

$$\chi' = \frac{2}{d} \text{ an.}$$

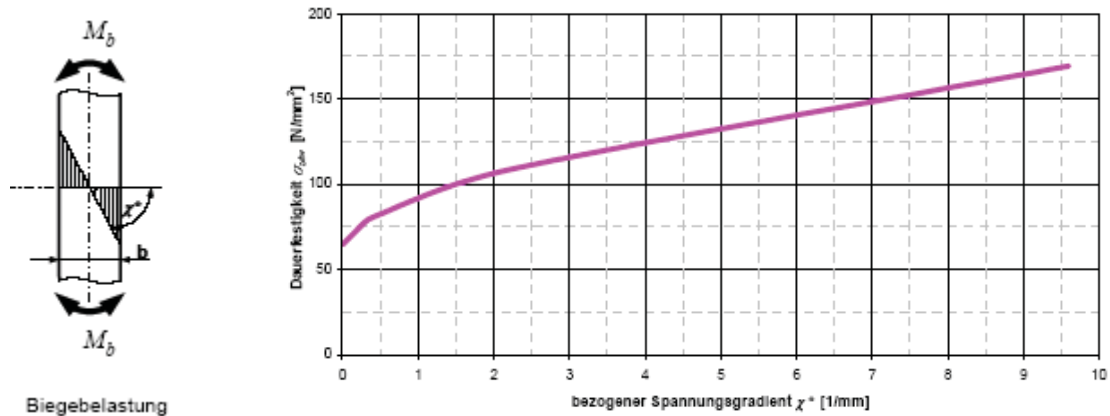


Abb. 4.9: Spannungsgradient in Biegeproben (links); Dauerfestigkeit in Abhängigkeit des Spannungsgradienten (rechts)

4.2.4.2 Proportionale Beanspruchung

An der Aluminium Knetlegierung AlCu4PbMgMn wurden separat Schwingfestigkeitsversuche unter Umlaufbiege- und Torsionsbeanspruchung durchgeführt. Die aus diesen Versuchen statistisch ermittelten Dauerfestigkeiten bei einer Überlebenswahrscheinlichkeit von 50 % werden den einzelnen Festigkeitshypothesen gegenübergestellt. Daraus ergeben sich für die einzelnen Festigkeitshypothesen Sicherheiten gegen Dauerbruch bei unterschiedlichen Amplitudenverhältnissen von $\frac{\tau}{\sigma}$.

Anschließend erfolgt die Skalierung der Spannungszustände mit den ermittelten Sicherheiten, sodass die in den Diagrammen eingezeichneten Punkte der einzelnen Festigkeitshypothesen den Spannungszuständen für eine berechnete Sicherheit gegen Dauerbruch von „eins“ entsprechen. Alle Spannungswerte werden dabei mit der experimentell ermittelten Umlaufbiegewechselfestigkeit verglichen (siehe Abb. 4.10 - Abb. 4.12).

Aufgrund der Vielzahl der gegenübergestellten kritischen Schnittebenenverfahren erfolgt bei diesen Kriterien eine Aufteilung in zwei Diagramme.

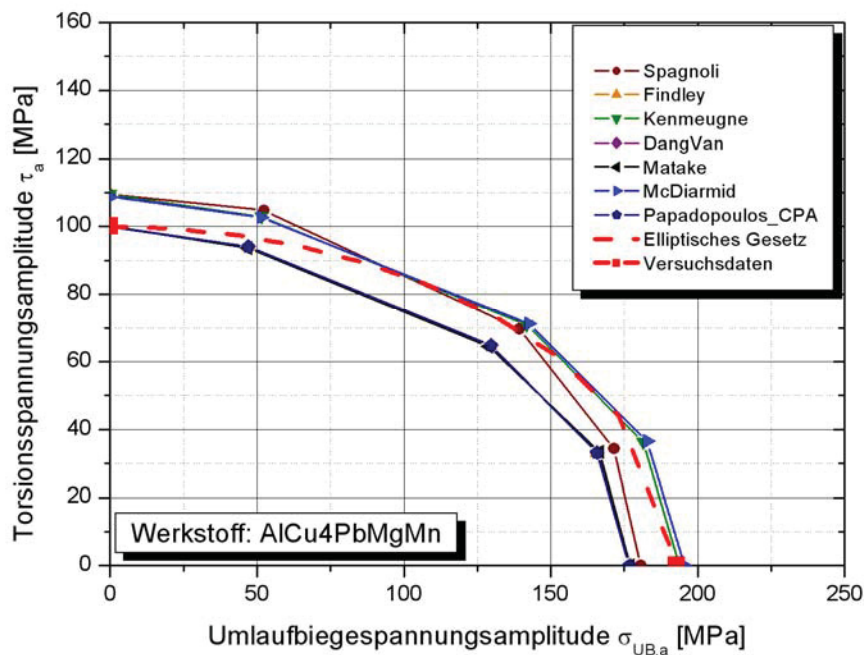


Abb. 4.10: Versuchsergebnisse AlCu4PbMgMn vs. kritische Schnittebenenverfahren Teil 1

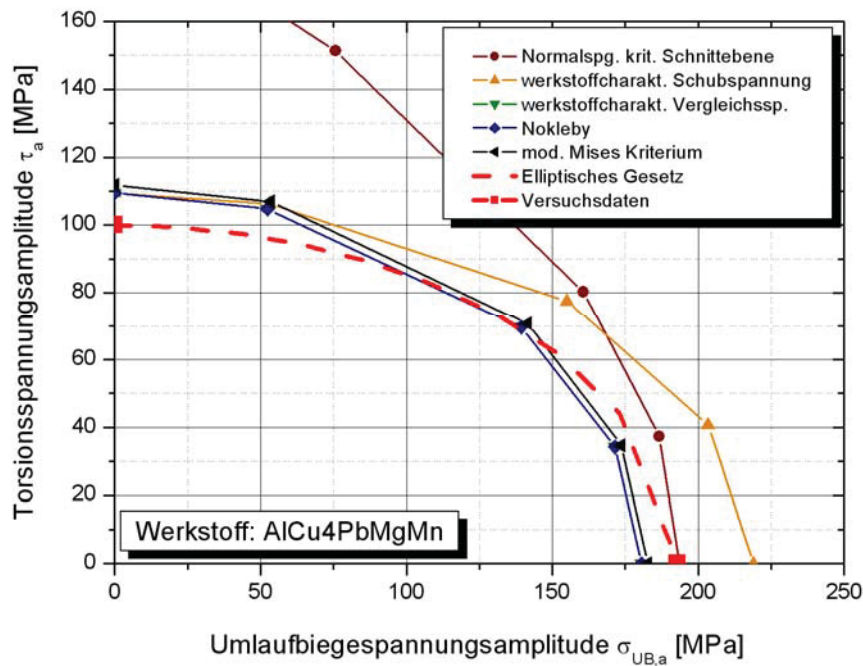


Abb. 4.11: Versuchsergebnisse AlCu4PbMgMn vs. kritische Schnittebenenverfahren Teil 2

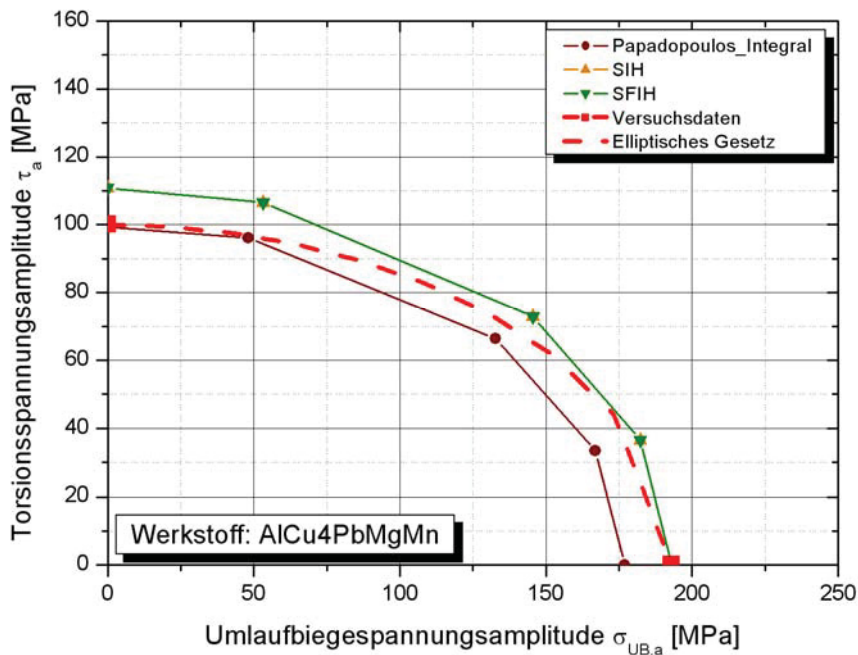


Abb. 4.12: Versuchsergebnisse AlCu4PbMgMn vs. integrale Verfahren

Keine der aufgelisteten Hypothesen, weder ein kritisches Schnittebenenverfahren noch ein integraler Ansatz, ist in der Lage sowohl die Umlaufbiegewechselfestigkeit als auch die Torsionswechselfestigkeit exakt abzubilden. Einige Ansätze wie

- Kenneugne

- McDiarmid
- SFIH, SIH

geben die Umlaufbiegewechselfestigkeit mit großer Genauigkeit wieder und zeigen steigende Abweichungen mit zunehmendem Schubspannungsanteil (siehe Abb. 4.10 und Abb. 4.12).

Andere, wie zum Beispiel

- Dang Van
- Papadopoulos_CPA
- Papadopoulos_Integral
- Mataka
- Findley

treffen die Torsionswechselfestigkeit exakter und weisen höhere Abweichungen mit zunehmendem Normalspannungsanteil auf (siehe Abb. 4.10 und Abb. 4.12). Besonders signifikant sind die Abweichungen für folgende Hypothesen (Abb. 4.10 und Abb. 4.11):

- Spagnoli
- Normalspannung in der kritischen Schnittebene
- Werkstoffcharakteristische Schubspannung

Eine Festigkeitshypothese sollte genaue Resultate bei beliebigem vorliegenden Lastfall liefern. Dazu ist ein in die Hypothese integriertes Gradientenmodell notwendig. Von den untersuchten Ansätzen beinhaltet nur die SFIH ein solches Modell, welches es ermöglicht, unterschiedliche Lastfälle abzubilden. Alle anderen Hypothesen führen sowohl beim Lastfall Umlaufbiegung – Torsion als auch bei Zug/Druck – Torsion zu gleichen Resultaten.

Abb. 4.13 verdeutlicht durch einen Vergleich der SFIH mit dem integralen Ansatz nach Papadopoulos diesen Unterschied bei der Aluminium Knetlegierung (siehe Abb. 4.13). Dieser Effekt ist auch beim untersuchten Stahl 34CrNiMo6 zu erkennen (siehe Abb. 4.14).

Es ist deutlich zu sehen, dass durch die Berücksichtigung des Spannungsgradienten bei der SFIH exaktere Prognosen unabhängig vom gewählten Lastfall gemacht werden können. Bei reiner Normal- bzw. Schubspannung ist der Gradient bekannt, während bei verschiedenen

Amplitudenverhältnissen $\frac{\tau}{\sigma}$ noch ein Berechnungsmodell entwickelt werden muss, weshalb

hier größere Abweichungen als bei Einheitslastfällen vorliegen (siehe Kapitel 1).

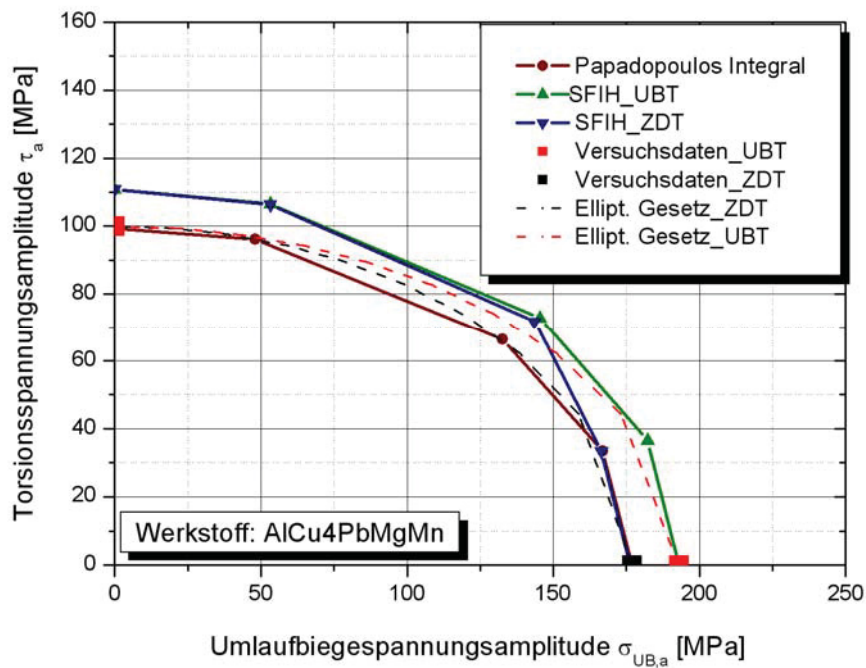


Abb. 4.13: SFIH mit Gradientenmodell zur Abbildung verschiedener Lastfälle und Papadopoulos Integral ohne Gradientenmodell für AlCu4PbMgMn

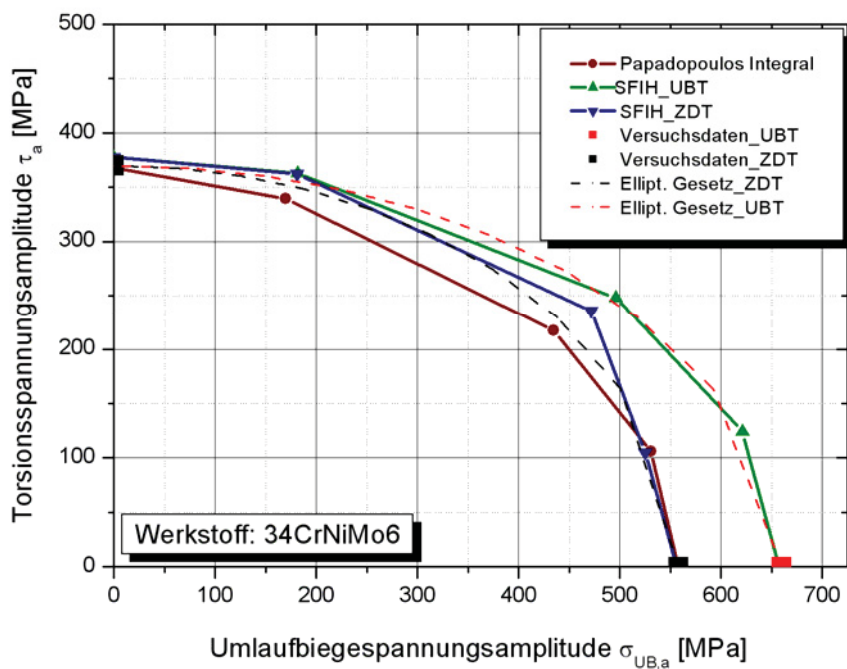


Abb. 4.14: SFIH mit Gradientenmodell zur Abbildung verschiedener Lastfälle und Papadopoulos Integral ohne Gradientenmodell für 34CrNiMo6

5 Ermittlung von Werkstoffdaten

Dieses Kapitel gibt einerseits Auskunft über verwendete Prüfmaschinen sowie Probengeometrien, und beinhaltet weiters die Auswertungen der aufgenommenen Versuchsreihen.

5.1 Prüfstände

Um die Berechnungen mit der Software LifeCal durchführen zu können, sind bestimmte Werkstoffkennwerte erforderlich. Diese Kennwerte wurden an verschiedenen Prüfständen, welche ein- bzw. mehraxiale Belastungen aufbringen können, durch diverse Testreihen ermittelt.

5.1.1 Einachsige Belastungen

Um das statische und dynamische Materialverhalten bei reinem Zug bzw. Zug/Druck und reiner Biegung zu charakterisieren, wurden eine Zugprüfmaschine und eine Umlaufbiegemaschine verwendet. Zur Feststellung der Torsionsfestigkeit diente der multiaxiale Prüfstand, welcher in 5.1.2 beschrieben wird.

5.1.1.1 Servo-hydraulische Zugprüfmaschine

Zugversuche und weiters Ermüdungsversuche bei wechselnder und schwellender Zugbeanspruchung wurden an einer 100 kN Instron Maschine (siehe Abb. 5.1) bei einem Öldruck von 210 bar verrichtet. Die Prüffrequenz für Ermüdungsversuche im HCF Bereich betrug 35 Hz und erfolgte unter sinusförmiger Belastung bis zum Bruch oder einer bestimmten Lastwechselanzahl. Die Zugversuche wurden mit Hilfe eines Extensometers dehnungsgesteuert durchgeführt [36].



Abb. 5.1: 100 kN Instron Zugprüfmaschine

5.1.1.2 Umlaufbiegemaschine [37]

Bei der verwendeten Umlaufbiegemaschine wird eine Probe beidseitig eingespannt, über Gewichte mit einem Biegemoment belastet und durch einen Motor angetrieben. Daraus ergibt sich eine umlaufende Biegebelastung. Das Prinzip der verwendeten Maschine ist in Abb. 5.2 dargestellt.

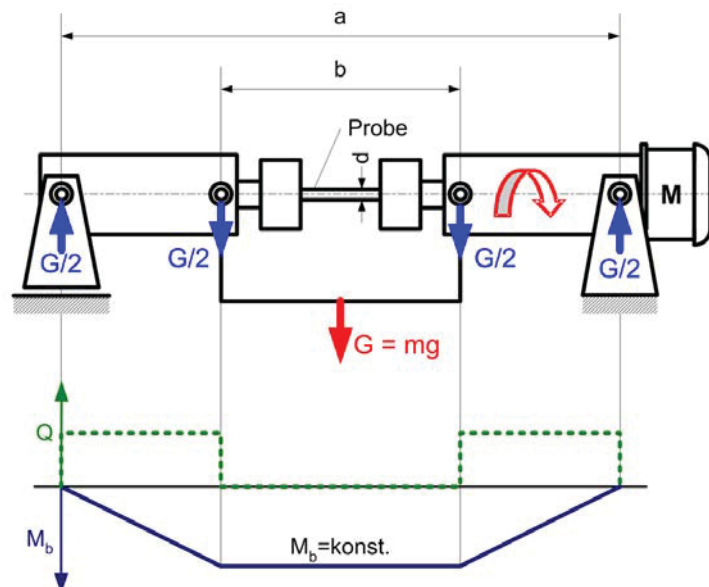


Abb. 5.2: Prinzip der verwendeten 4 Punkt-Umlaufbiegemaschine

Die verwendete 4 Punkt-Umlaufbiegemaschine bringt ein konstantes Biegemoment über die gesamte Prüflänge auf.

$$M_B = G \frac{(a-b)}{4} \quad \text{Glg. (5.1)}$$

Daraus lässt sich über das Widerstandsmoment die Nennspannung errechnen.

$$\sigma_B = mg \frac{(a-b)}{4} \frac{32}{d^3 \pi} \quad \text{Glg. (5.2)}$$

Der Prüfstand ist in Abb. 5.3 dargestellt.

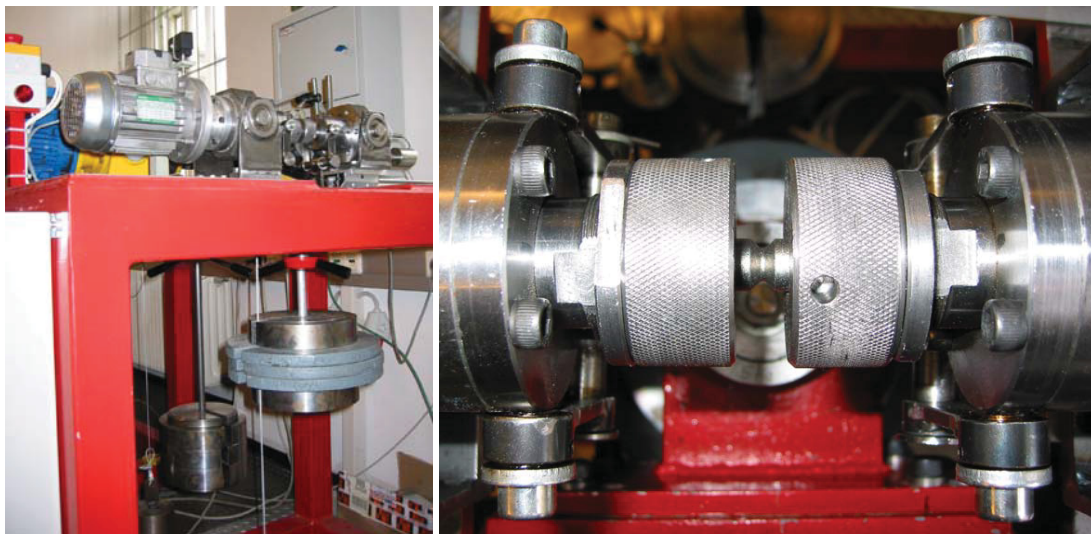


Abb. 5.3: Für Versuche eingesetzte 4-Punkt-Umlaufbiegemaschine (links); Probeneinspannung (rechts)

5.1.2 Mehraxiale Belastungen

Die bei den statischen und dynamischen Versuchen unter mehraxialer Beanspruchung verwendeten Prüfmaschinen werden im folgenden Kapitel näher erklärt.

5.1.2.1 Kombinierte Umlaufbiegung/Torsion Prüfmaschine

Komponenten wie zum Beispiel rotierende Wellen erfahren oft kombinierte Belastungen von Biegung und Torsion. Um diese Belastungen realitätsnahe abbilden zu können, wurde am AMB im Zuge einer Dissertation [36] ein Prüfstand konstruiert und entwickelt. An dieser Maschine sind sowohl einaxiale Versuche bei reiner Umlaufbiegung und reiner Torsion, als auch mehraxiale Versuche für kombinierte Belastungen von Umlaufbiegung und Torsion bei einer Prüffrequenz von bis zu 60 Hz durchführbar. Abb. 5.4 und Abb. 5.5 zeigen den schematischen Aufbau des Prüfstands [36].

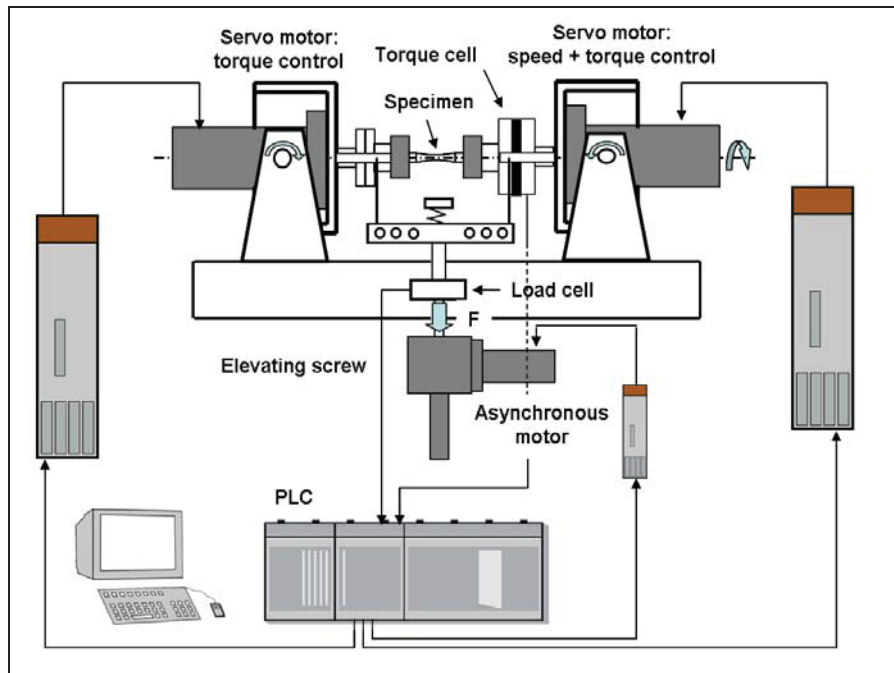


Abb. 5.4: Schematischer Aufbau des Umlaufbiegung-Torsion Prüfstands [36]

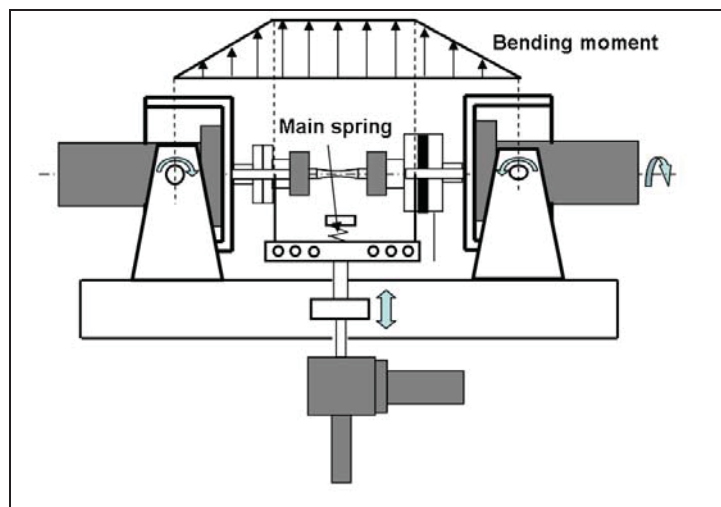


Abb. 5.5: Aufbringung eines konstanten Biegemoments durch Zusammenpressen einer Feder über eine Gewindespindel, angetrieben durch einen Asynchronmotor [36]

5.1.2.2 Kombinierte Zug/Torsion Prüfmaschine

Versuche unter kombinierter Belastung von Zug und Torsion erfolgten an einer servo-hydraulischen Instron Prüfmaschine (siehe Abb. 5.6) mit einer maximalen Zugkraft von 250 kN und maximalem Drehmoment von 2000 Nm.



Abb. 5.6: Prüfmaschine für kombinierte Belastung von Zug und Torsion [36]

Mit einem multiaxialen Extensometer werden die Normal- und Schubdehnungen (siehe Abb. 5.7) gemessen.

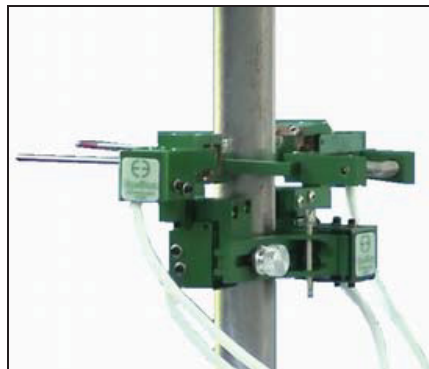


Abb. 5.7: Multiaxialer Extensometer [36]

5.2 Probengeometrien

Bei den statischen und dynamischen Versuchen wurden unterschiedliche Probengeometrien verwendet, welche in weiterer Folge dargestellt sind.

5.2.1 Statische Versuche

Für den statischen Zug- und Torsionsversuch sowie für den kombinierten Versuch aus Torsion und Zug wurden Proben mit einem Durchmesser von 7,5 mm und einer zylindrischen Länge von 40 mm eingesetzt (siehe Abb. 5.8).

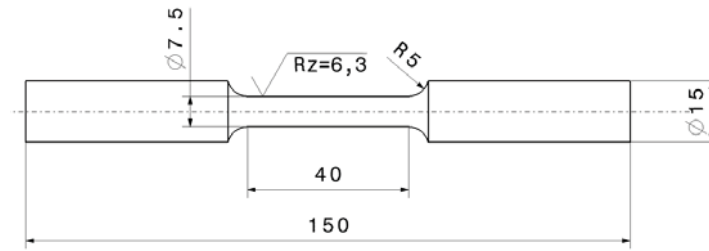


Abb. 5.8: Eingesetzte Probengeometrie bei den statischen Versuchen

5.2.2 Ermüdungsversuche

Um das Materialverhalten zu charakterisieren, wurden Zugwechsel-, Zugschwellversuche, Torsionswechsel-, Torsionsschwellversuche und Umlaufbiegeversuche durchgeführt. Die Geometrie der Proben ist in Abb. 5.9 dargestellt. Es ist anzumerken, dass die Querbohrungen nur bei den Umlaufbiegeproben nötig waren.

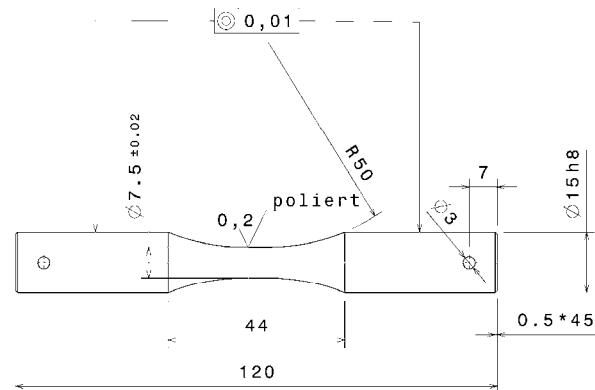


Abb. 5.9: Eingesetzte Probengeometrie bei den Ermüdungsversuchen

5.3 Ergebnisse

Nachfolgend werden die Resultate der diversen statischen und dynamischen Versuchsreihen präsentiert. Für die einzelnen Messwerte sei auf den Anhang verwiesen.

5.3.1 Statische Versuche

Zur Ermittlung der benötigten Werkstoffdaten wurden ein reiner Zug- und Torsionsversuch, sowie ein kombinierter Torsions-/Zugversuch durchgeführt.

5.3.1.1 Zugversuch

Das Material hatte bei der Anlieferung die Form von Stangen mit 3 Meter Länge und einem Durchmesser von 16 mm. Um einerseits die Homogenität des Werkstoffs zu überprüfen und weiters statische Festigkeitswerte zu ermitteln, wurde ein dehnungsgesteuerter Zugversuch

durchgeführt. Die bestimmten Werte sind in Tab. 5.1 aufgelistet, Abb. 5.10 zeigt das resultierende Spannungs-Dehnungs-Diagramm, wobei jede Kurve einer Stange entspricht.

Elastizitätsmodul	E	75370	N/mm ²
Zugfestigkeit	R _m	440	N/mm ²
0,2%-Dehngrenze	R _{p0,2}	374	N/mm ²
0,01%-Dehngrenze	R _{p0,01}	314	N/mm ²
Gleichmaßdehnung	A _g	5,35	%
Bruchdehnung	A	10,08	%

Tab. 5.1: Im Zugversuch ermittelte Werkstoffdaten

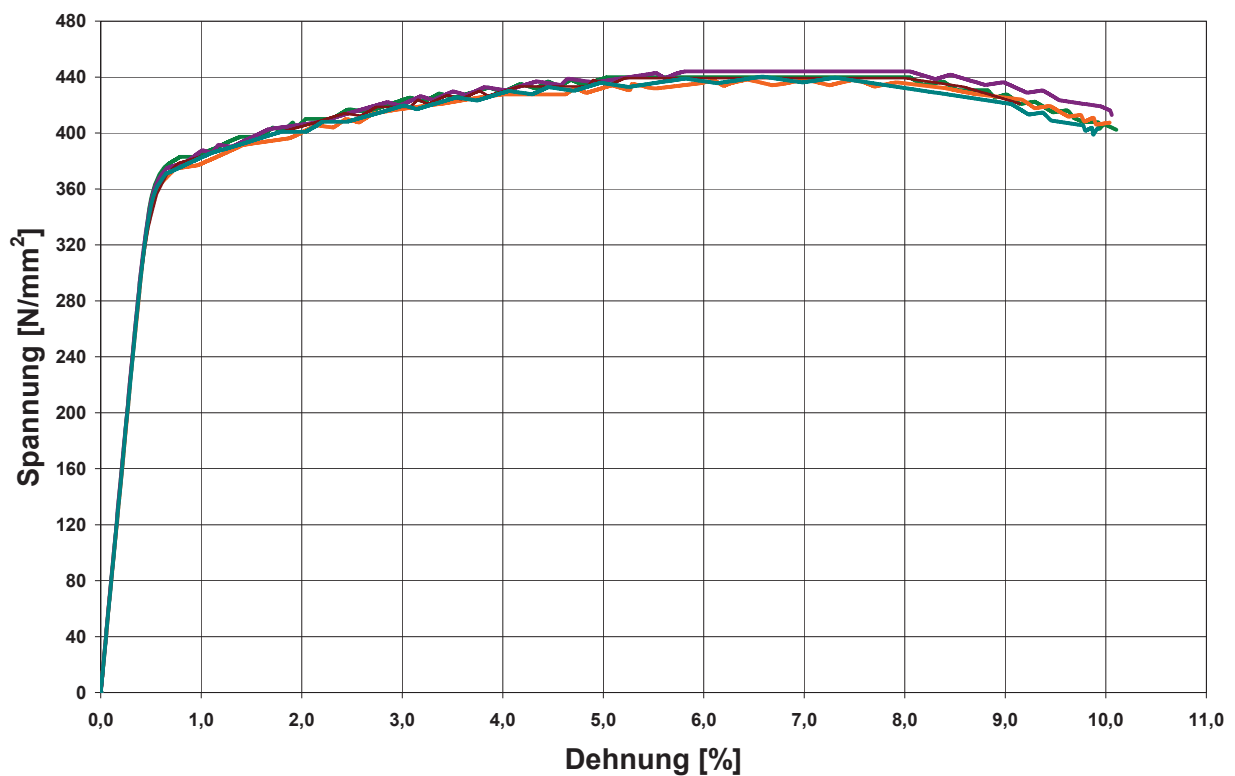


Abb. 5.10: Mittels Zugversuchen aufgenommenes Spannungs-Dehnungs-Diagramm

5.3.1.2 Torsionsversuch

Im Zuge dieser Diplomarbeit wurden reine statische Torsionsversuche sowie kombinierte statische Zug/Torsions-Versuche an der in Kapitel 5.1.2.2 beschriebenen Prüfmaschine durchgeführt.

In Tab. 5.2 sind die beim statischen Torsionsversuch ermittelten Daten aufgelistet.

Schubmodul	G	30430	N/mm ²
0,2%-Dehngrenze	$\tau_{p0,2}$	184	N/mm ²

Tab. 5.2: Im Torsionsversuch ermittelte Werkstoffdaten

Abb. 5.11 zeigt die beim Torsionsversuch aufgenommene Spannungs-Verzerrungs-Kurve.

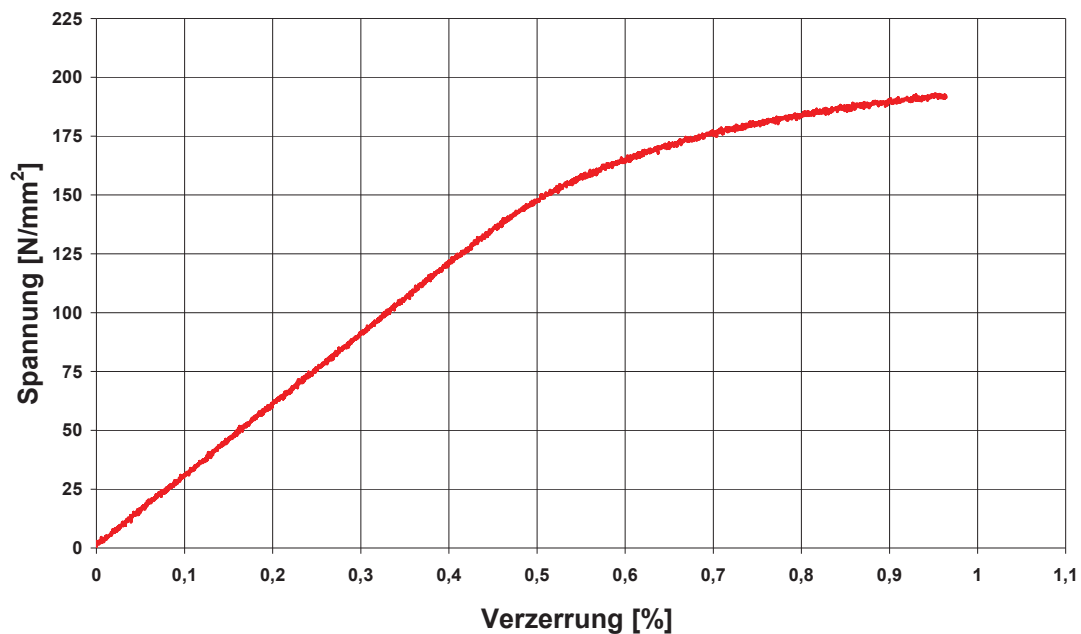


Abb. 5.11: Durch statischen Torsionsversuch aufgenommenes Spannungs-Verzerrungs-Diagramm

5.3.1.3 Kombiniertes Torsions-/Zugversuch

Beim kombinierten statischen Torsions-/Zugversuch ist zu erwarten, dass sowohl bei der Spannungs-Dehnungs-Kurve als auch bei der Spannungs-Verzerrungs-Kurve bereits bei geringeren Spannungsamplituden plastisches Fließen eintritt. Die Werkstoffdaten enthält Tab. 5.3.

Elastizitätsmodul	E	67564	N/mm ²
Schubmodul	G	25366	N/mm ²
0,2%-Dehngrenze	R _{p0,2}	243	N/mm ²
0,2%-Dehngrenze	τ _{p0,2}	130	N/mm ²

Tab. 5.3: Im Torsions-/Zugversuch ermittelte Werkstoffdaten

Abb. 5.12 und Tab. 5.3 bestätigen die Erwartungen, dass bei kombiniert auftretender Torsions- und Normalbelastung die Festigkeitswerte kleinere Werte annehmen.

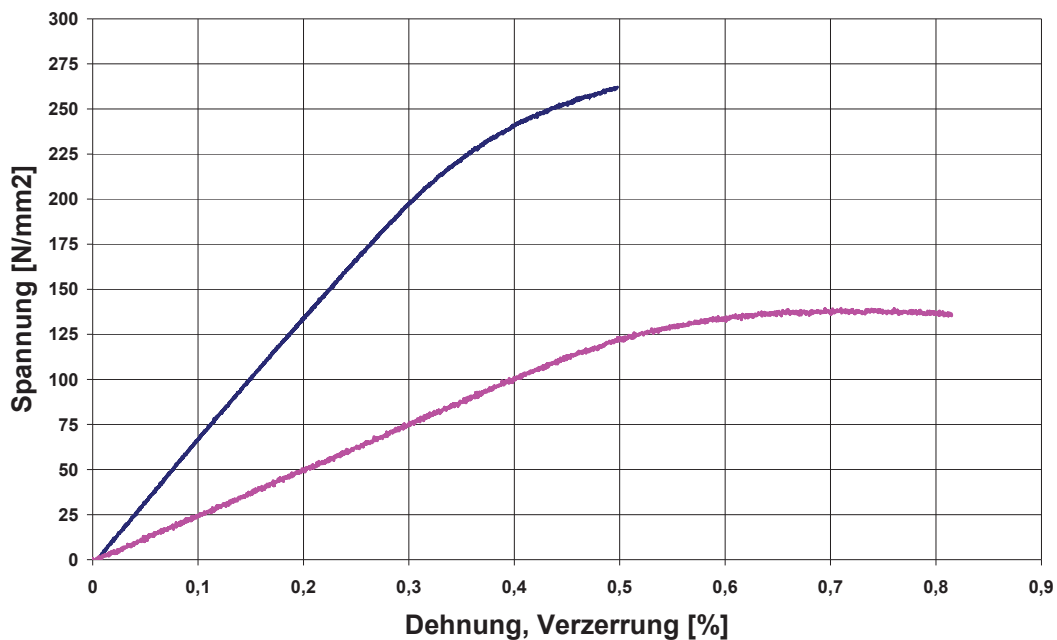


Abb. 5.12: Durch statischen Torsions-/Zugversuch aufgenommene Spannungs-Dehnungs- und Spannungs-Verzerrungs-Kurve

5.3.2 Ermüdungsversuche

Es ist bekannt, dass Aluminium keine ausgeprägte Dauerfestigkeit besitzt. Dies führt zu dem Problem, dass bis zu Schwingspielzahlen von 10^8 oder höher geprüft werden müsste, um Aussagen über das Spannungsniveau treffen zu können, welches Aluminium dauerhaft ertragen kann. Aus Zeitgründen ist dies unmöglich. Deshalb wurden die dynamischen Werkstoffparameter Umlaufbiegewechselfestigkeit, Zug/Druck-Wechsel-, Zug/Druck-Schwellfestigkeit sowie Torsionswechsel-, und Torsionsschwellfestigkeit bei einer Lastwechselanzahl von 5 Mio. ausgewertet. Nur so ist es möglich bei moderater Prüfdauer einen direkten Vergleich von Werkstoffkennwerten unterschiedlicher Lastfälle vorzunehmen.

5.3.2.1 Umlaufbiegeversuch

An der in Kapitel 5.1.1.2 beschriebenen Umlaufbiegemaschine wurden Versuche durchgeführt. Die daraus ermittelte Wöhlerlinie ist in Abb. 5.13 dargestellt.

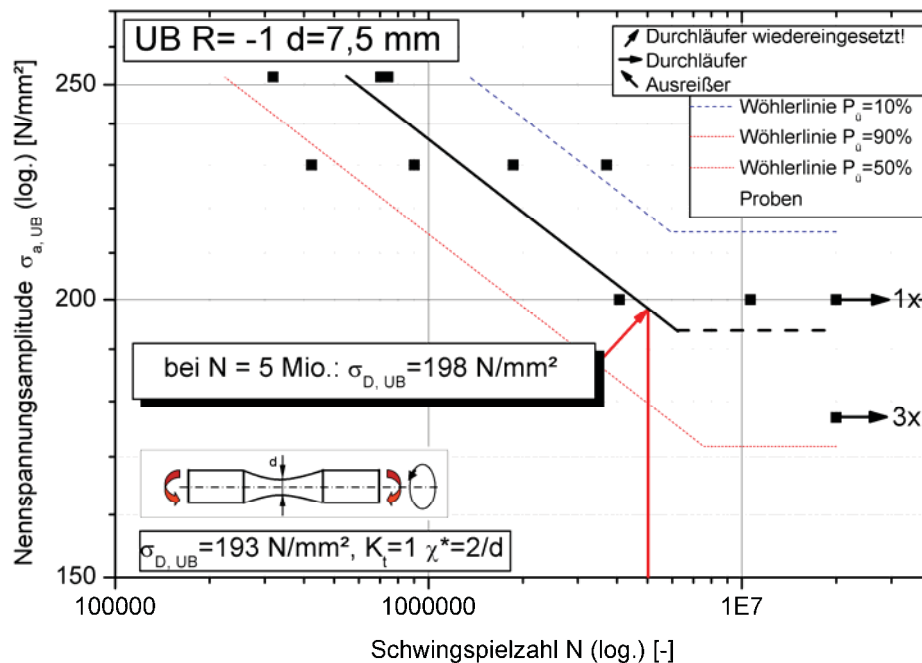


Abb. 5.13: Wöhlerlinie für Umlaufbiegung und Auswertung bei 5 Mio. Lastwechsel, mit roter Linie gekennzeichnet

5.3.2.2 Dynamischer Zugversuch – wechselnd/schwellend

Aus zeitlichen und wirtschaftlichen Gründen wurden nur Zug/Druck-Wechselversuche bewerkstelligt. Die Zug-Schwellfestigkeit wurde aus der Wechselfestigkeit mit Hilfe von FEMFAT Werkstoffmodellen errechnet. Es ergab sich ein Wert von 135 MPa.

Aus der in Abb. 5.14 dargestellten Wöhlerlinie ist ersichtlich, dass aufgrund der hohen Ecklastspielzahl von ca. 4,5 Mio. keine exakte Auswertung der Dauerfestigkeit möglich ist. Auch in diesem Fall wurde eine Auswertung bei 5 Mio. Lastwechsel vorgenommen.

Die Resultate der an der in Kapitel 5.3.2.2 beschriebenen Zugprüfmaschine sind in Abb. 5.14 dargestellt.

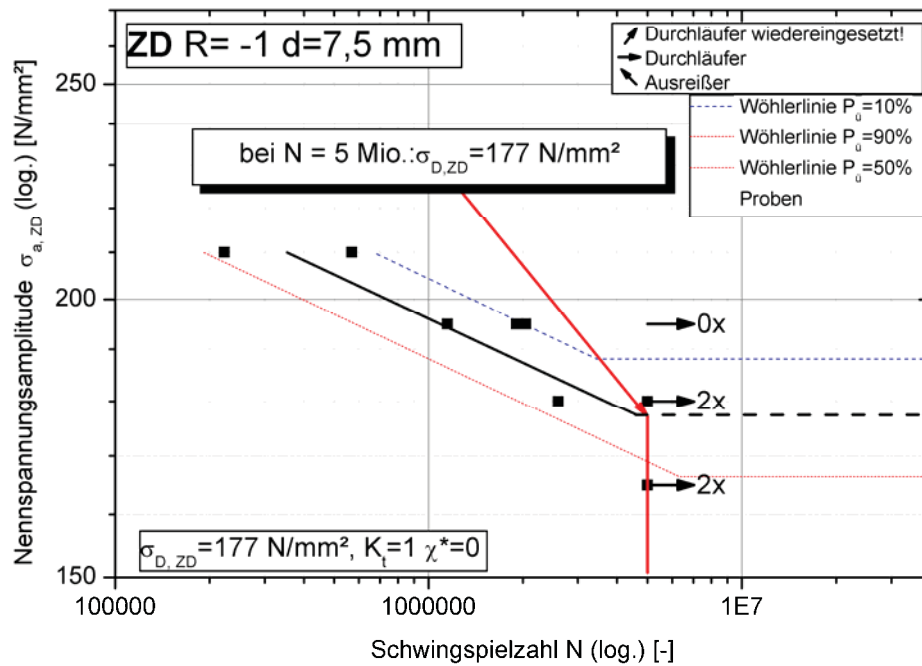


Abb. 5.14: Wöhlerlinie für wechselnde Zug/Druck-Beanspruchung und Auswertung bei 5 Mio. Lastwechsel, mit roter Linie gekennzeichnet

5.3.2.3 Torsionsversuch – wechselnd/schwellend

Zur Ermittlung der Torsionswechsel- und Torsionsschwellfestigkeit wurden Versuchsreihen an der in Kapitel 5.1.2.1 beschriebenen Prüfmaschine verrichtet. Die ermittelten Wöhlerlinien sind in Abb. 5.15 und Abb. 5.16 dargestellt.

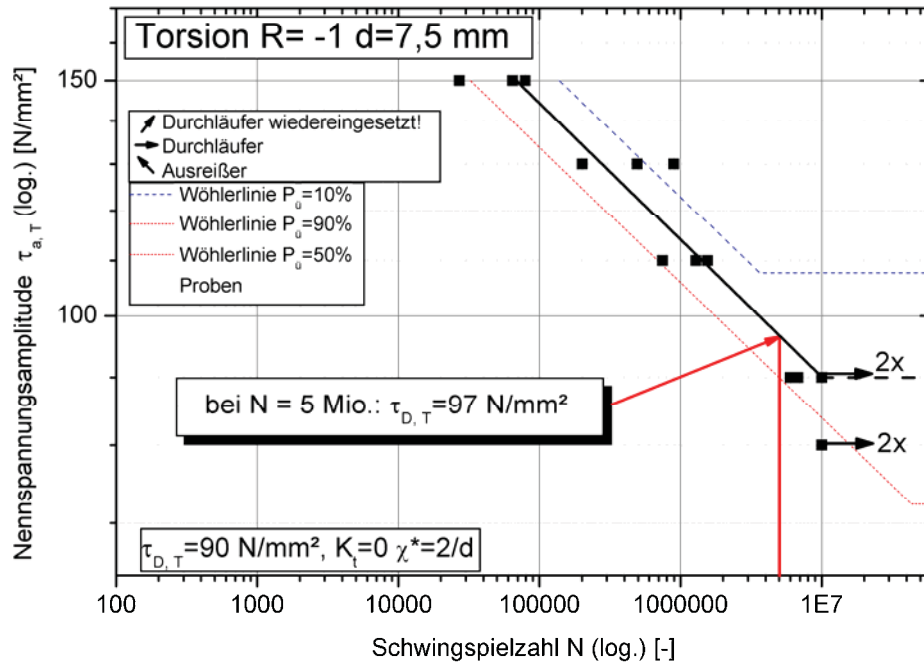


Abb. 5.15: Wöhlerlinie für wechselnde Torsionsbelastung und Auswertung bei 5 Mio. Lastwechsel, mit roter Linie gekennzeichnet

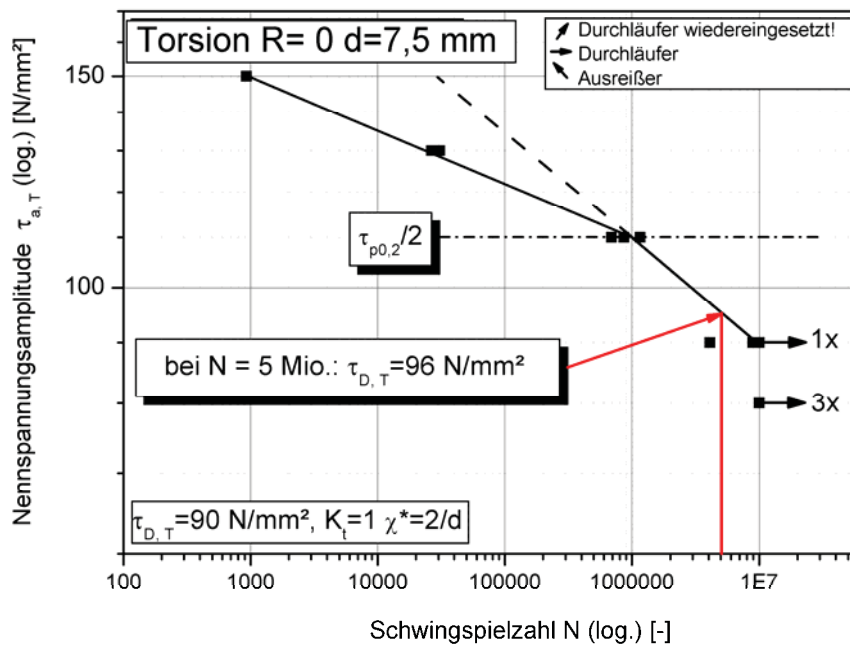


Abb. 5.16: Wöhlerlinie für schwellende Torsionsbelastung und Auswertung bei 5 Mio. Lastwechsel, mit roter Linie gekennzeichnet

Es ist anzunehmen, dass aufgrund der stark abnehmenden Schwingspielzahlen ab einer Nennspannungsamplitude von 110 MPa eine Grenze überschritten wird, ab welcher der

Werkstoff zyklisch entfestigt. Es könnte sein, dass diese Grenze der Schubfließspannung, in diesem Fall aufgrund schwellender Beanspruchung, der halben Schubfließspannung entspricht.

Beim Vergleich der beiden Wöhlerlinien fällt auf, dass im schwellenden Lastfall die Schwingspielzahlen bei höheren Lastniveaus im Vergleich zum wechselnden Lastfall abnehmen und beinahe keine Streuung aufweisen.

Der Grund dafür könnte sein, dass die Torsionsoberspannung bei Anhebung der Torsionsamplitude relativ schnell die Torsionsdehngrenze überschreitet und plastische Deformation bzw. in weiterer Folge Versagen der Probe verursacht.

Bei niedrigeren Lastniveaus ist nur mehr eine statistische Abweichung der Resultate zwischen wechselnder und schwellender Belastung detektierbar. Dies lässt den Schluss zu, dass bei dieser Al-Knetlegierung der Einfluss von Schubmittelspannungen vernachlässigbar gering ist. In weiterer Folge wird deshalb für Torsionswechsel- und Torsionsschwellfestigkeit ein einheitlicher Wert verwendet.

6 Entwicklung einer Methode zur Erfassung von Mittelspannungen in der SFIH

In Kapitel 4.2.4 wurden die einzelnen Festigkeitshypothesen bezüglich ihrer Fähigkeit untersucht, Beanspruchungsfälle ohne Mittelspannungen korrekt abzubilden. Dieser Abschnitt befasst sich mit der Entwicklung einer Strategie, um auftretende Mittelspannungen richtig zu berücksichtigen. Zunächst wird die Schwierigkeit demonstriert, Mittelspannungseinflüsse richtig zu prognostizieren und in weiterer Folge die Unzulänglichkeiten diverser bestehender Hypothesen mittels Vergleichen von Berechnungsergebnaten der Festigkeitshypothesen mit Versuchsergebnissen aufgezeigt. Abb. 6.1 zeigt, dass die Einflüsse von Mittelspannungen in die Berechnung der Vergleichsspannungsamplitude eingehen.

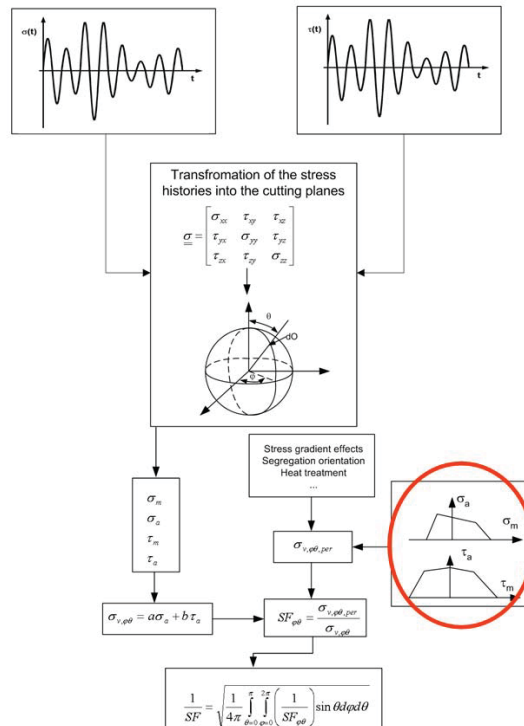


Abb. 6.1: Einfluss von Normal- und Schubmittelspannungen in der SFIH

Wie bereits in Kapitel 1.1.3 hergeleitet und mathematisch hinterlegt, herrscht am Anrissort ein allgemeiner, zeitlich veränderlicher räumlicher Spannungszustand. Dieser Spannungstensor kann in einzelne Schnittebenen transformiert, sowie in Normalspannungskomponenten (Normalspannungsamplitude und Normalmittelspannung) und Schubspannungskomponenten (Schubspannungsamplitude und Schubmittelspannung) zerlegt werden. Die Normalspannungen sind in Betrag und Richtung durch den Normalvektor \underline{n} definiert, während die Schubspannungen in der Ebene liegen und innerhalb eines Zyklus ihre Richtung verändern können. Um die sich verändernden Schubspannungen beschreiben zu

können, wird ein neues Koordinatensystem kreiert, beschrieben durch die beiden Winkel φ sowie θ , dessen Achse w dem Normalvektor \underline{n} entspricht (siehe Abb. 6.2) und dessen Achsen u sowie v in der Schnittebene liegen. Die Einheitsvektoren der Achsen u , v und w lassen sich wie folgt beschreiben (Abb. 6.2):

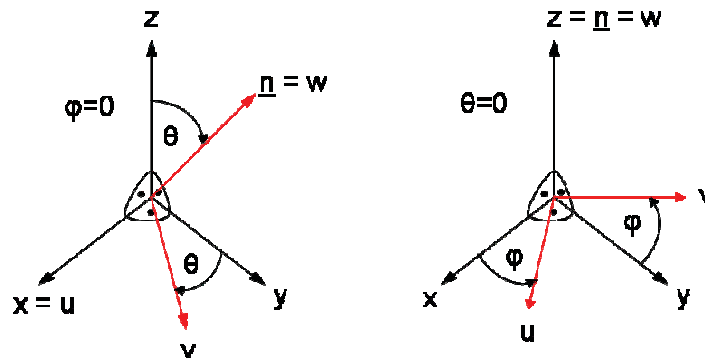


Abb. 6.2: Drehung des Koordinatensystems um die Eulerwinkel φ und θ in das Koordinatensystem aufgespannt durch u , v , und w

In der durch u und v aufgespannten Ebene ist es möglich, den durch den Schubspannungsvektor beschriebenen Schubspannungspfad hinsichtlich Vorzeichen und Betrag auszuwerten (siehe Abb. 6.3).

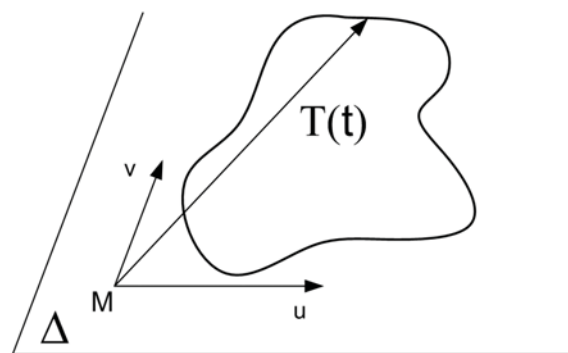


Abb. 6.3: Schubspannungspfad $T(t)$, beschrieben durch die Spitze des Schubspannungsvektors in der Schnittebene Δ , aufgespannt durch die beiden Achsen u und v

Abhängig von der Art der Belastung nimmt der Schubspannungspfad unterschiedliche Gestalt an. Bei proportionaler Beanspruchung beschreibt die Spitze des Schubspannungsvektors eine Linie, welche abhängig von den Vorzeichen der Spannungskomponenten eine bestimmte Lage einnimmt (siehe Abb. 6.4).

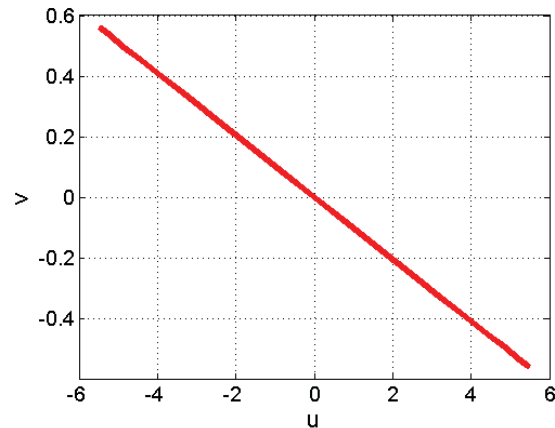


Abb. 6.4: Schubspannungspfad in der Schnittebene (aufgespannt durch u und v) bei proportionaler Beanspruchung

Tritt eine Phasenverschiebung zwischen Normal- und Schubspannungskomponenten auf, ändert sich die Hauptrichtung des Schubspannungsvektors während einer Periode und die Linie weitet sich zu einem Gebilde auf (siehe Abb. 6.3).

6.1 Ermittlung der Schubspannungskomponenten aus dem Schubspannungspfad

Aus diesem Schubspannungspfad werden nun die Schubspannungsamplitude und die Schubmittelspannung errechnet. Dazu stehen unterschiedliche Methoden zur Verfügung, welche anschließend näher erläutert werden.

6.1.1 Methode des längsten Gürtels

Es wird die maximale Distanz zwischen zwei Punkten des Schubspannungspfades ermittelt. Die halbe Strecke dieser Distanz entspricht der Schubspannungsamplitude, der Abstand vom Punkt M zum Mittelpunkt des Pfades der Schubmittelspannung. Es kann der Fall auftreten, dass zwei maximale Abstände gleicher Länge existieren wodurch die Lösung nicht eindeutig ist. Dann wird jener Abstand als Schubspannungsamplitude herangezogen, welcher die höhere Schubmittelspannung aufweist.

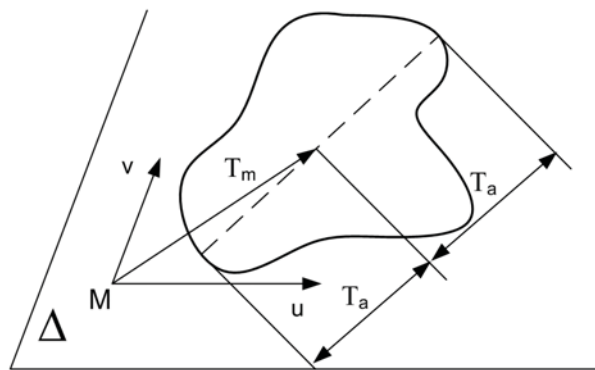


Abb. 6.5: Methode des längsten Gürtels

Zur Ermittlung der Schubspannungskomponenten erfolgte die Implementierung dieser Methode in LifeCal (siehe Kapitel 4.2).

6.1.2 Methode des kleinsten umschreibenden Kreises

Diese Methode wurde zuerst von Papadopoulos in [35] vorgestellt. Der halbe Durchmesser des kleinsten umschreibenden Kreises des Schubspannungspfades entspricht der Schubspannungsamplitude, während der Abstand vom Punkt M zum Mittelpunkt des Kreises die Schubmittelspannung repräsentiert (siehe Abb. 6.6). Vorteil dieser Auswertungsart ist die eindeutige Bestimmung der Schubmittelspannung.

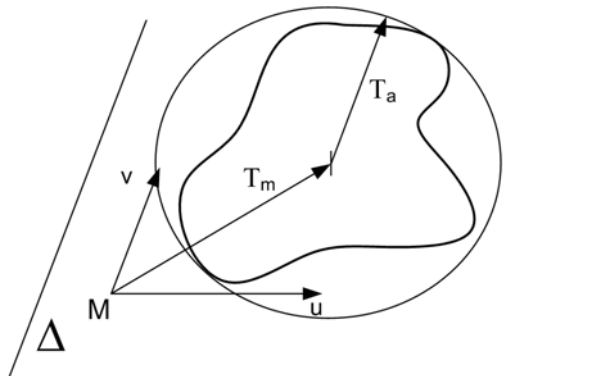


Abb. 6.6: Methode des kleinsten umschreibenden Kreises

6.1.3 Methode der längsten Projektionslinie

Hier wird die längste Projektionslinie über alle Richtungen vom Punkt M aus ermittelt. Daraus leitet sich wiederum die Schubspannungsamplitude als halbe Länge der längsten Projektionslinie, und die Schubmittelspannung als Abstand vom Punkt M zum Mittelpunkt der im Pfad liegenden Projektionslinie ab (siehe Abb. 6.7).

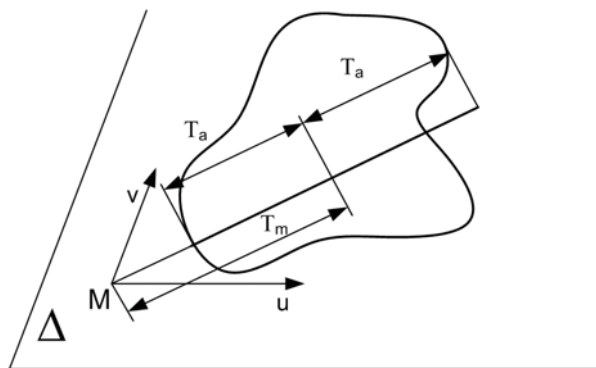


Abb. 6.7: Methode der längsten Projektionslinie

6.1.4 „Resolved shear stress method“

Die letzte Methode setzt die Orientierung der Körner und Kenntnis der Gleitrichtungen der einzelnen Körner voraus, wodurch sich diese Auswertungsart für mesoskopische Hypothesen eignen würde. Ermittelt wird die Schubmittelspannung und Schubspannungsamplitude wieder durch Feststellung der Länge der Projektionslinie, diesmal aber entlang der ausgezeichneten Gleitrichtung. Somit entspricht diese Methode jener der längsten Projektionslinie entlang einer bestimmten Richtung, beschrieben durch den Winkel Ψ , und verkleinert den Rechenaufwand. Diese ausgezeichneten Richtungen sind aber in der Regel nicht bekannt, da die Orientierung jedes Kornes festgestellt werden müsste, was einen nicht vertretbaren Aufwand bedeutet.

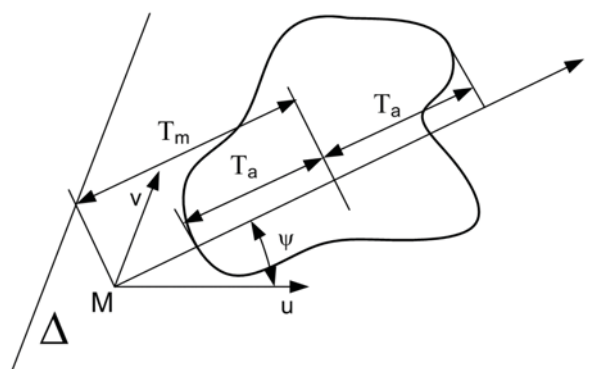


Abb. 6.8: "Resolved shear stress method"

Deshalb setzen die makroskopischen Hypothesen einen isotropen Werkstoff voraus, in welchem die Körner einer regellosen statistischen Verteilung unterliegen. Als Konsequenz

daraus muss die Länge der Projektionslinie wieder über alle Richtungen ermittelt werden, was exakt der Methode der längsten Projektionslinie entspricht.

6.2 Einfluss von Mittelspannungen

Wie im vorigen Kapitel beschrieben, wurden die Schubspannungsamplitude und die Schubmittelspannung mit Hilfe diverser Methoden aus dem Schubspannungspfad bestimmt. Hierbei stellt sich die Frage, ob bzw. wie diese in den einzelnen Schnittebenen vorherrschenden Mittelspannungen beim Dauerfestigkeitsnachweis berücksichtigt werden sollen.

Papadopoulos vertritt in [23] [24] die Ansicht, dass Schubmittelspannungen keinen Einfluss auf die Dauerfestigkeit haben und somit nicht beachtet werden müssen. Diese Meinung vertreten auch zahlreiche andere Wissenschaftler, in deren Hypothesen Schubmittelspannungen bei der Berechnung der Vergleichsspannungsamplitude nicht auftreten. Der Einfluss von Normalmittelspannungen steht jedoch außer Frage, weshalb viele Hypothesen die Normalüberspannungen bzw. die Normalmittelspannungen beinhalten. Dies wirft die Frage nach der Erklärung auf, warum Normalmittelspannungen bewertet, Schubmittelspannungen aber nicht bedacht werden?

Folgende Erläuterungen verhärten die Zweifel an der Richtigkeit dieser Behauptung.

In einer kürzlich durchgeführten Dissertation [36] wurden am Stahl 34CrNiMo6 Untersuchungen bezüglich Normalmittel- und Schubmittelspannungen durchgeführt und folgende Resultate erarbeitet, welche in Abb. 6.9 ersichtlich sind:

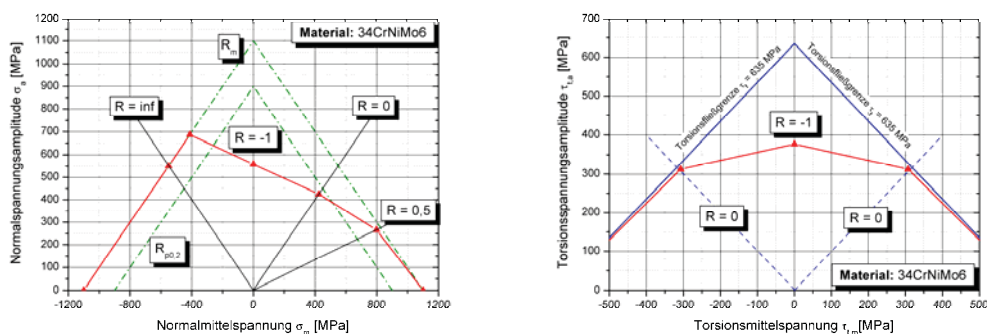


Abb. 6.9: Normalspannungs-Haigh-Diagramm (links); Schubspannungs-Haigh-Diagramm mit erkennbarem Abfall der ertragbaren Schubspannungsamplitude bei vorherrschender Schubmittelspannung (rechts) für den Stahl 34CrNiMo6

Anhand der Haigh-Diagramme ist ersichtlich, dass Schubmittelspannungen für diesen Werkstoff durchaus einen Einfluss auf die ertragbare Schubspannungsamplitude besitzen. Die Aluminium Knetlegierung AlCu4PbMgMn zeigt das in Abb. 6.10 dargestellte Verhalten:

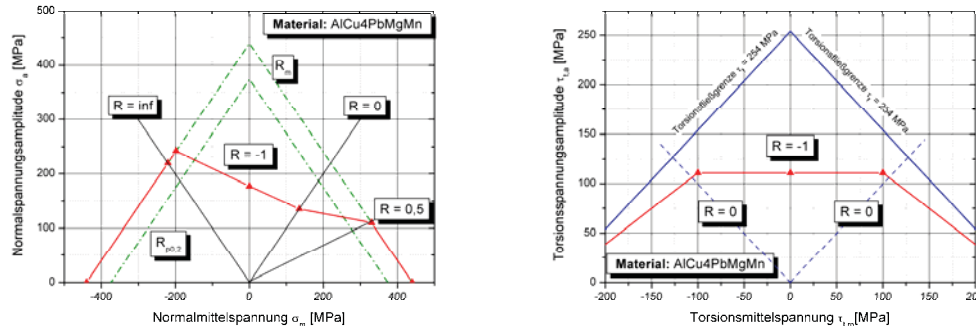


Abb. 6.10: Normalspannungs-Haigh-Diagramm (links); Schubspannungs-Haigh-Diagramm ohne Einfluss von Schubmittelspannungen (rechts) für die Al-Knetlegierung AlCu4PbMgMn

Dies bedeutet, dass die generelle Behauptung, Schubmittelspannungen müssen nicht berücksichtigt werden, nicht richtig sein kann. Nun stellt sich die Frage wann und wie Schubmittelspannungen bedacht werden sollen, um deren tatsächlichen Einfluss abzubilden?

6.3 Überlegungen zur Berücksichtigung von Mittelspannungen

Die Versuchsergebnisse zeigen, dass bei der untersuchten Al-Knetlegierung mit steigender Schubmittelspannung die ertragbare Schubspannungsamplitude konstant bleibt. Der Stahl 34CrNiMo6 besitzt im Gegensatz dazu die Eigenschaft, dass mit steigender Schubmittelspannung die Torsionsschwingfestigkeit sinkt. Zahlreiche Hypothesen berücksichtigen keine Schubmittelspannungen in den Schnittebenen und gewichten den Mittelspannungseinfluss nur über Normalmittelspannungen.

Für duktile schubspannungsempfindliche Werkstoffe stellt die Ebene maximaler Vergleichsspannungsamplitude jene mit maximaler Schubspannungsamplitude dar. In Abb. 6.11 ist der für den Lastfall der reinen Torsion zugehörige Mohr'sche Spannungskreis dargestellt und die Ebene maximaler Schubspannungsamplitude durch den Punkt 1 gekennzeichnet. Betrachtet man die Mittelspannungen in dieser Ebene, herrschen keine Normalmittelspannungen vor, sondern nur Schubmittelspannungen. Berücksichtigt man diese wie in einigen Festigkeitshypothesen nicht, so führt dies im Fall der Al-Knetlegierung zum richtigen Resultat. Das Verhalten des Vergütungsstahls kann aber dadurch nicht dargestellt werden und nicht konservative Prognosen der Schwingfestigkeit mit steigender Schubmittelspannung wären die Folge. Prüft man die Mittelspannungen in der Ebene

maximaler Normalspannungen, gekennzeichnet durch den Punkt 2, herrschen keine Schubmittelspannungen vor. Die auftretenden Normalmittelspannungen bewirken einen Abfall der Schwingfestigkeit. Dadurch kann das Verhalten des Vergütungsstahls besser beschrieben werden, bei der Al-Knetlegierung führt dies aber zu konservativen Prognosen der Torsionsschwingfestigkeit.

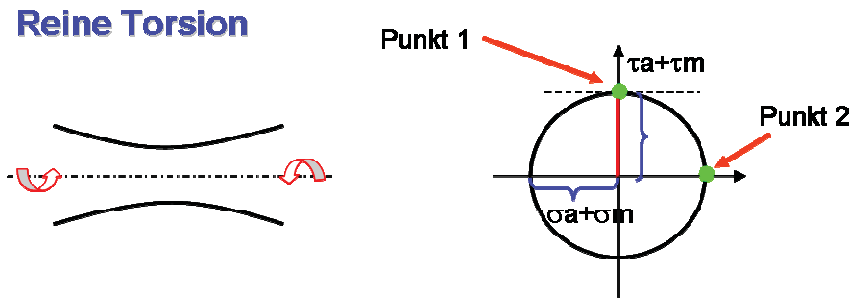


Abb. 6.11: Mohr'scher Spannungskreis für den Lastfall der reinen Torsion und Kennzeichnung der unterschiedlichen Ebenen, in welchen die Mittelspannungen betrachtet werden können, durch die Punkte 1 und 2

Für den Fall von reinem Zug, ist der Mohr'sche Spannungskreis in Abb. 6.12 dargestellt. Berechnet man die Mittelspannungen in der Ebene maximaler Vergleichsspannungsamplitude (Punkt 1) bzw. maximaler Schubspannungsamplitude, so herrschen Normal- und Schubmittelspannungen vor. Werden wiederum nur die Normalmittelspannungen mittels Haigh-Diagramm wie bei reiner Torsion berücksichtigt, zeigt das Ergebnis eine Festigkeitsüberschätzung. Grund dafür ist, dass bei Vorgabe einer bestimmten Mittelspannung die ermittelte Normalmittelspannung in der Ebene maximaler Vergleichsspannung, in diesem Fall ist dies jene maximaler Schubspannungsamplitude, nur der halben vorgegebenen Mittelspannung des Spannungstensors entspricht. Allein die Berücksichtigung der Einflüsse von Normalmittel- als auch Schubmittelspannung führt über weite Bereiche zum richtigen Resultat.

In der Ebene maximaler Normalspannungen (Punkt 2) treten höhere Normal- und keine Schubmittelspannungen auf (siehe Abb. 6.12).

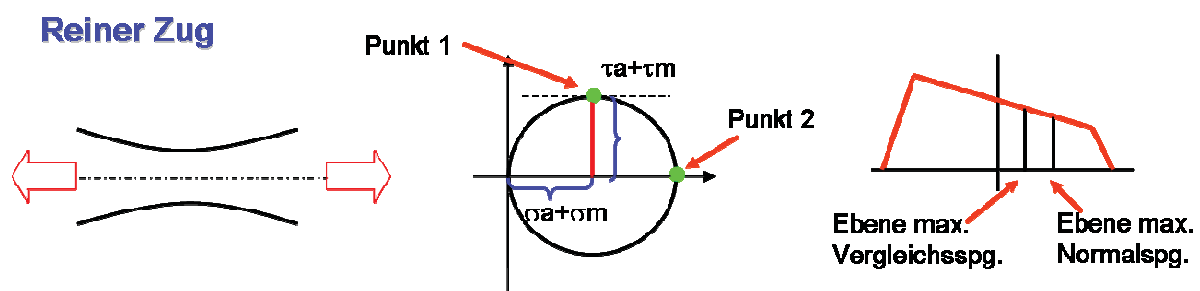


Abb. 6.12: Mohr'scher Spannungskreis für den Lastfall von reinem Zug (Mitte); Auswirkung von unterschiedlichen in den Schnittebenen ermittelten Normalmittelspannungen auf die prognostizierte ertragbare Normalspannungsamplitude im Haigh-Diagramm (rechts)

Die Schwierigkeit bei der Berücksichtigung der Mittelspannungen ist, dass das unterschiedliche, durch Versuchsreihen bestimmte, Materialverhalten verschiedener Werkstoffe durch geeignete Methoden in den einzelnen Schnittebenen bzw. in der kritischen Schnittebene wiedergegeben werden muss.

6.4 Methoden zur Bewertung des Mittelspannungseinflusses für die SFIH

Die in Kapitel 6.2 beschriebenen Probleme fordern eine generell gültige Methode, mit welcher die Auswirkungen der Mittelspannungskomponenten in den einzelnen Schnittebenen beschrieben werden können. Die Entwicklung einer solchen Methode ist für eine integrale Hypothese schwieriger als für ein kritisches Schnittebenenverfahren, da hierbei alle Schnittebenen in die Betrachtung einfließen.

Im Zuge dieser Diplomarbeit wurden vier verschiedene Methoden zur Bewertung der Mittelspannungseinflüsse entwickelt und in die Software LifeCal implementiert, um deren Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen zu bestimmen sowie deren Gültigkeit zu bewerten. Diese vier Methoden sind:

- Ebene der maximalen Vergleichsspannungsamplitude
- Ebene der maximalen Normalmittelspannung
- Ebene der maximalen Schubmittelspannung
- Mittelspannungen in jeder Schnittebene – integraler Ansatz (siehe Kapitel 2.3.3)

und unterscheiden sich in der Schnittebene, in welcher die Mittelspannungen betrachtet werden.

6.4.1 Methode 1: Ebene der maximalen Vergleichsspannungsamplitude

Diese Methode bestimmt die Mittelspannungen in der Ebene der maximalen Vergleichsspannungsamplitude. Bei duktilen schubspannungsempfindlichen Werkstoffen wie der untersuchten Al-Knetlegierung entspricht dies der Ebene der maximalen Schubspannungsamplitude. Die Ebene der maximalen Vergleichsspannungsamplitude nimmt abhängig vom vorherrschenden Lastfall eine bestimmte Lage in der untersuchten Probe ein (siehe Abb. 6.13).

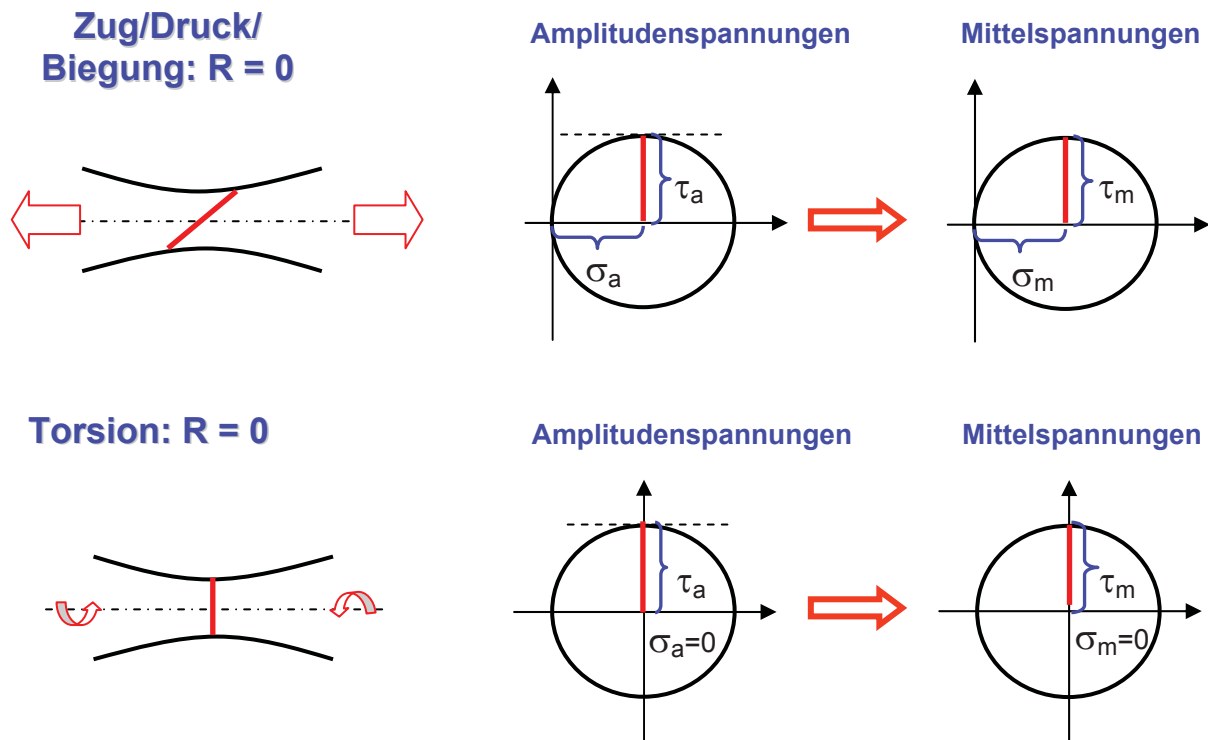


Abb. 6.13: Auftretenden Amplituden- und Mittelspannungen in der Ebene maximaler Vergleichsspannungsamplitude bei schwelliger Normal- und Schubbeanspruchung

Die Ebene der maximalen Vergleichs- bzw. Schubspannungsamplitude ist durch die roten Linien in der Probe und den Mohr'schen Spannungskreisen gekennzeichnet. Im Falle von Normalspannungen (Zug/Druck/Biegung) herrschen sowohl Normal- als auch Schubmittelspannungen vor, während bei reiner Torsion nur Schubmittelspannungen auftreten.

6.4.2 Methode 2: Ebene der maximalen Normalmittelspannung

In der Ebene der maximalen Normalmittelspannung erscheinen nur Normalmittelspannungen und keine Schubmittelspannungen, welche aber im Vergleich zur Methode 1 bei Zug/Druck/Biegung doppelt so groß sind. Die Größenverhältnisse der Mittelspannungen in den unterschiedlichen Ebenen sind an Hand der Mohr'schen Spannungskreise in Abb. 6.14 ersichtlich.

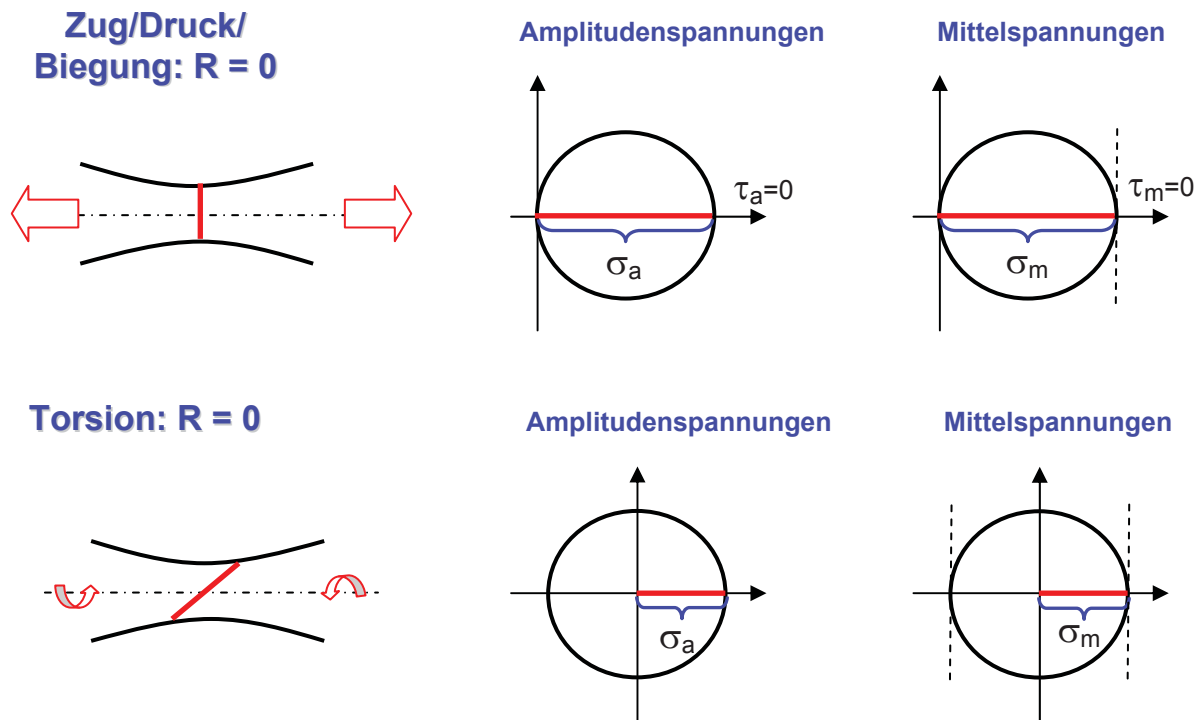


Abb. 6.14: Auftretenden Amplituden- und Mittelspannungen in der Ebene maximaler Normalmittelspannung bei schwelliger Normal- und Schubbeanspruchung

6.4.3 Methode 3: Ebene der maximalen Schubmittelspannung

Hier wird die Ebene mit der maximalen Schubmittelspannung untersucht. Für duktile Werkstoffe liefert diese Methode gleiche Ergebnisse wie die Methode 1. Bei schwelliger Normalspannungsbeanspruchung ist die auftretende Normalmittelspannung betragsmäßig gleich der Schubmittelspannung. Im Falle reiner Torsion existiert nur eine Schubmittelspannung, die Normalmittelspannung ist null. Diese Überlegungen sind mit Hilfe der Mohr'schen Spannungskreise in Abb. 6.15 nach zu vollziehen.

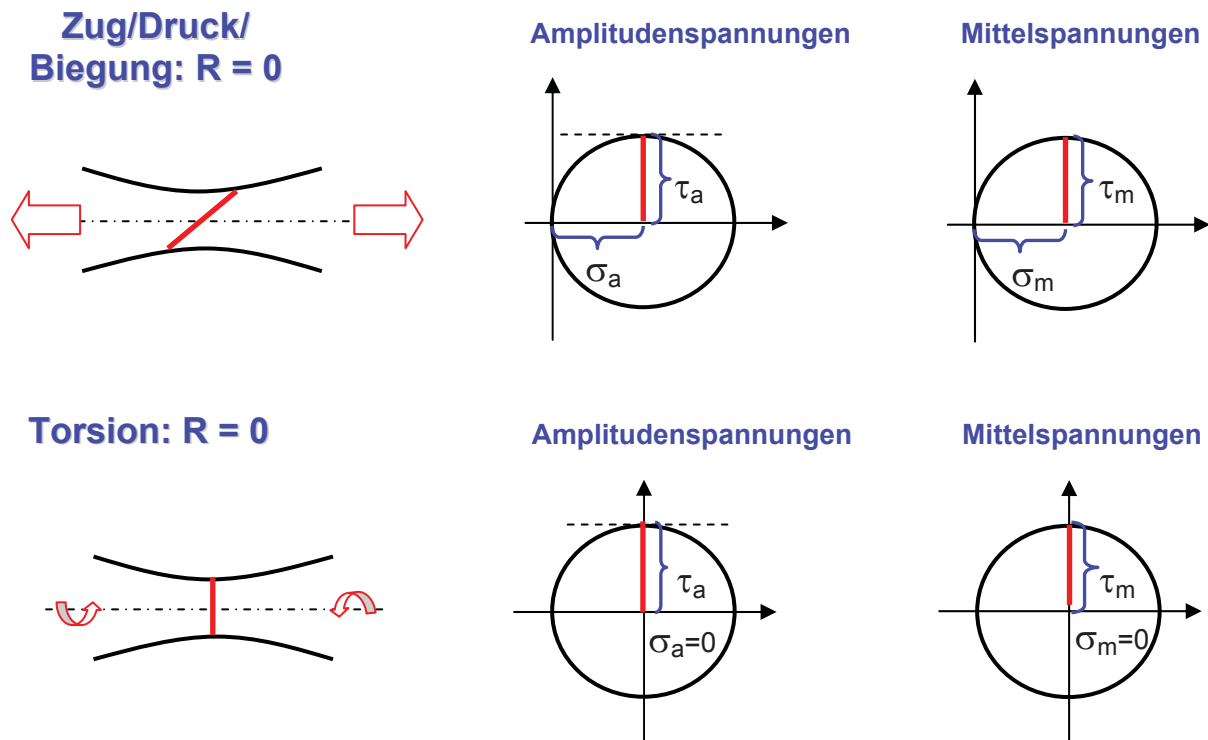


Abb. 6.15: Auftretenden Amplituden- und Mittelspannungen in der Ebene maximaler Schubmittelspannung bei schwelliger Normal- und Schubbeanspruchung

6.4.4 Methode 4: Mittelspannungen in jeder Schnittebene – integraler Ansatz

Bei diesem Ansatz werden die Mittelspannungen in allen Schnittebenen berücksichtigt, separat bewertet und anschließend daraus eine lokale Dauerfestigkeit bzw. ein lokaler Sicherheitsfaktor in jeder Schnittebene berechnet. In weiterer Folge werden diese Sicherheitswerte quadratisch gemittelt. Aufgrund der Einbeziehung aller Schnittebenen in den Dauerfestigkeitsnachweis entspricht diese Methode, im Gegensatz zu den vorher beschriebenen, einem integralen Ansatz. Die Berücksichtigung sämtlicher Schnittebenen ist in Abb. 6.16 durch die roten Spannungskreise angedeutet.

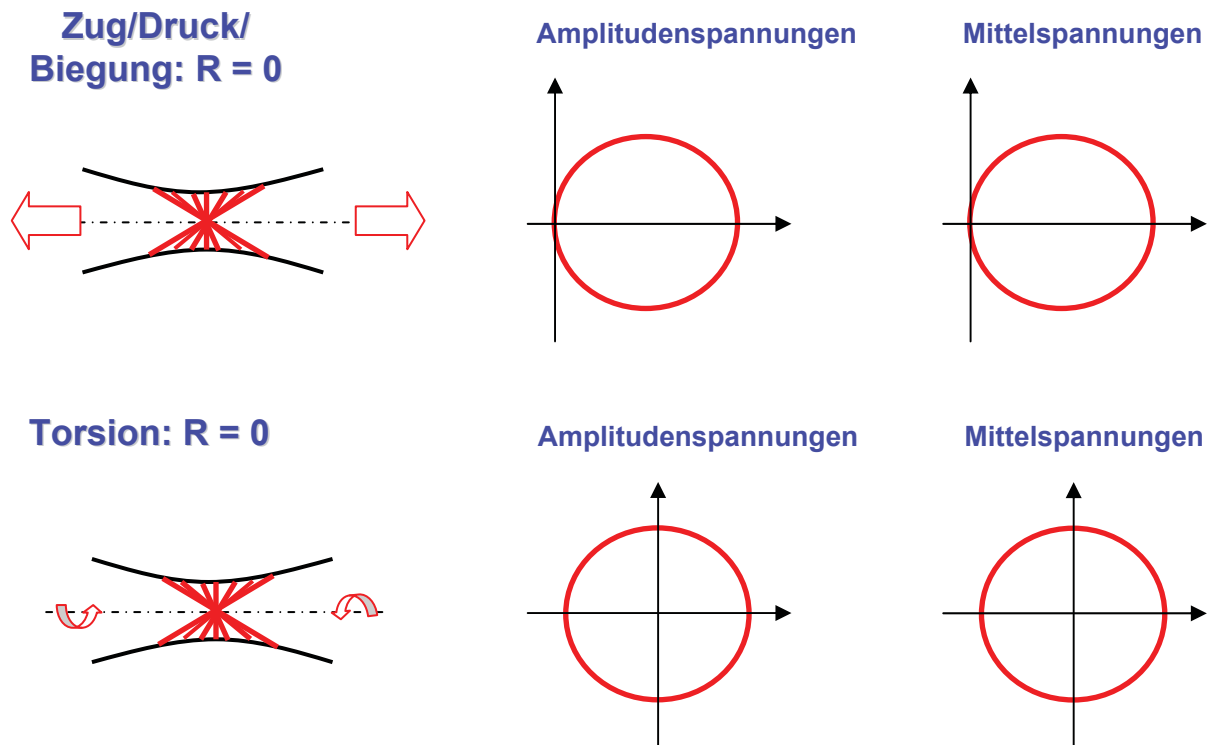


Abb. 6.16: Auftretenden Amplituden- und Mittelspannungen in allen Schnittebenen bei schwelender Normal- und Schubbeanspruchung

6.5 Spannungsverteilungen

In LifeCal wurden Berechnungen für die Lastfälle Zug/Druck/Biegung und Torsion für wechselnde und schwelende Beanspruchung durchgeführt und die Spannungsverteilungen von Normal- und Schubspannungsamplitude bzw. Normal- und Schubmittelspannung über die Schnittebenen dargestellt. An Hand dieser Diagramme können die Überlegungen in Kapitel 6.4 bezüglich der Mohr'schen Spannungskreise, sowie die Unterschiede in den Mittelspannungsverteilungen zwischen den einzelnen Methoden, illustriert und überprüft werden.

6.5.1 Methode 1: Ebene der maximalen Vergleichsspannungsamplitude

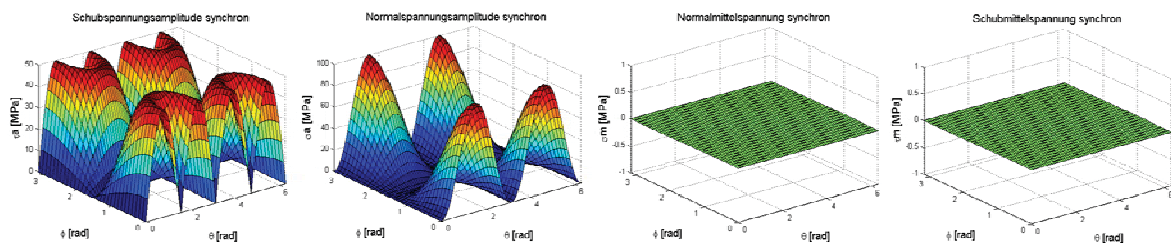
Bei Anwendung der Methode 1 werden die vorliegenden Mittelspannungen in den Ebenen der maximalen Vergleichsspannungsamplitude als maßgeblich erachtet. In den Abb. 6.17 und Abb. 6.18 sind die Spannungsverteilungen für zwei unterschiedliche Lastfälle bei wechselnder und schwelender Beanspruchung dargestellt.

6.5.1.1 Zug/Druck/Biegung:

Auf der x- und y-Achse sind die beiden Schnittebenenwinkel φ und θ aufgetragen, auf der z-Achse die Spannung. Die vier Diagramme der beiden Lastfälle repräsentieren die Schub- und Normalspannungsamplitude sowie die Schub- und Normalmittelspannung.

Wie zu erwarten, treten bei wechselnder Beanspruchung keine Mittelspannungen auf. Gemäß dem Mohr'schen Spannungskreis herrscht in den Ebenen maximaler Vergleichsspannungsamplitude eine betragsmäßig gleich große Normalspannungsamplitude vor. Es existieren zwei geschlossene Linienzüge von Ebenen maximaler Vergleichsspannungsamplitude. Die roten Pfeile in Abb. 6.17 kennzeichnen die vier Hälften der beiden Linienzüge.

R = -1



R = 0

Ebenen max. Vergleichsspannungsamplitude

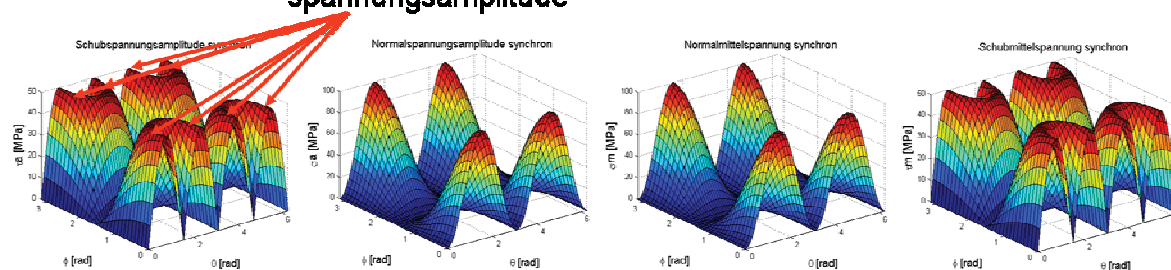
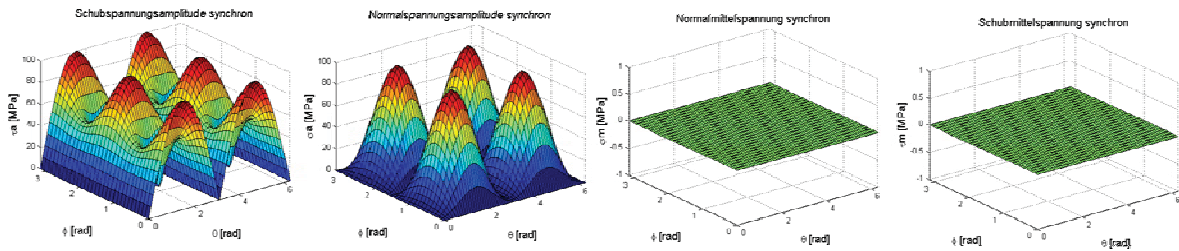


Abb. 6.17: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schwellender Beanspruchung durch Normalspannungen

6.5.1.2 Torsion:

Im Lastfall der reinen Torsion tritt die maximale Vergleichsspannungsamplitude an vier Punkten auf, abermals markiert mit roten Pfeilen. Laut Mohr'schem Spannungskreis herrschen in der Ebene maximaler Vergleichsspannungsamplitude nur Schubspannungen, aber keine Normalspannungen vor. Dies wird durch die Diagramme in Abb. 6.18 bestätigt.

R = -1



**Ebenen max. Vergleichs-
spannungsamplitude**

R = 0

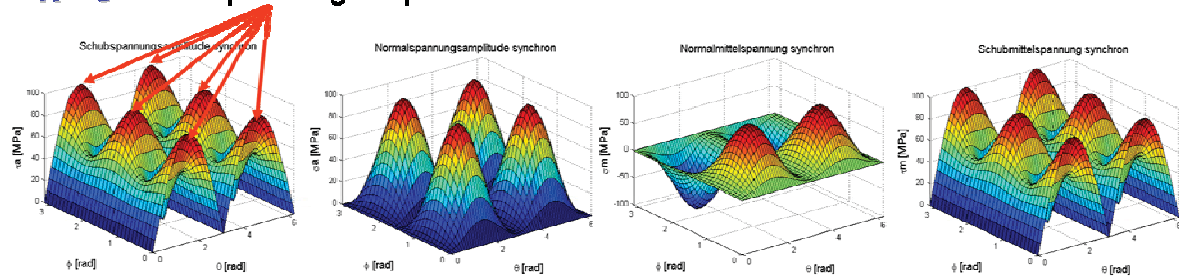


Abb. 6.18: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schwellender Beanspruchung durch Schubspannungen

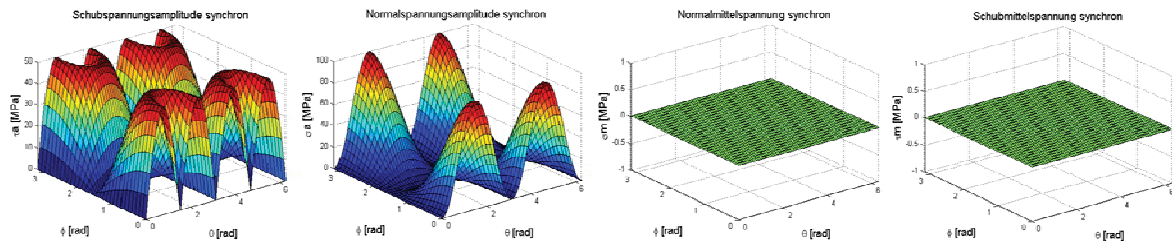
6.5.2 Methode 2: Ebene maximaler Normalmittelspannung

Die Methode 2 identifiziert alle Schnittebenen maximaler Normalmittelspannung und wertet in diesen Ebenen die vorherrschenden Mittelspannungen aus. Diese Schnittebenen sind in den Abb. 6.19 und Abb. 6.20 mit roten Pfeilen gekennzeichnet.

6.5.2.1 Zug/Druck/Biegung:

Aus Abb. 6.19 geht hervor, dass die Normalmittelspannung an vier Punkten ein Maximum erreicht. Der Mohr'sche Spannungskreis prognostiziert an diesen Punkten keine Schubspannungen. Diese Überlegungen werden bei Betrachtung der Spannungsverläufe von Schubmittelspannung und Schubspannungsamplitude bestätigt.

R = -1



R = 0

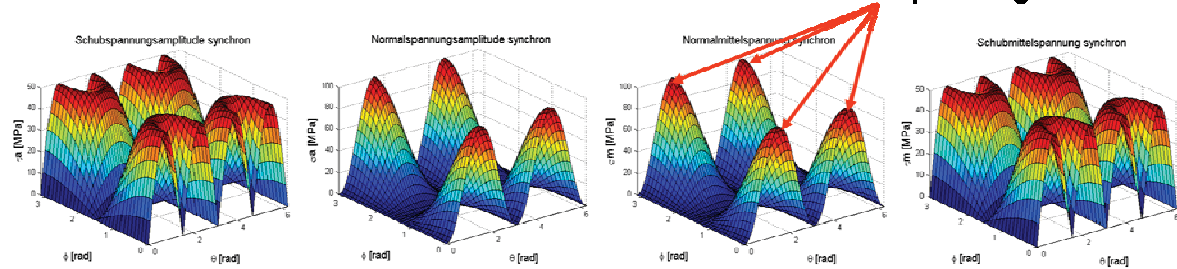
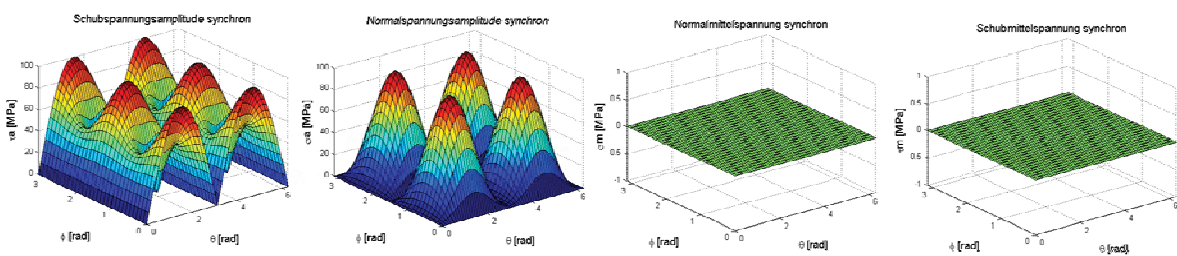


Abb. 6.19: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schwellender Beanspruchung durch Normalspannungen

6.5.2.2 Torsion:

Es gibt insgesamt vier Maxima der Normalmittelspannungsverteilung, wobei an zwei Punkten diese Normalmittelspannung als Druckspannung auftritt und deshalb nicht als versagensrelevant erachtet wird (siehe Abb. 6.20). Bezüglich Schubspannungen gelten die gleichen Überlegungen wie beim Lastfall Zug/Druck/Biegung.

R = -1



R = 0

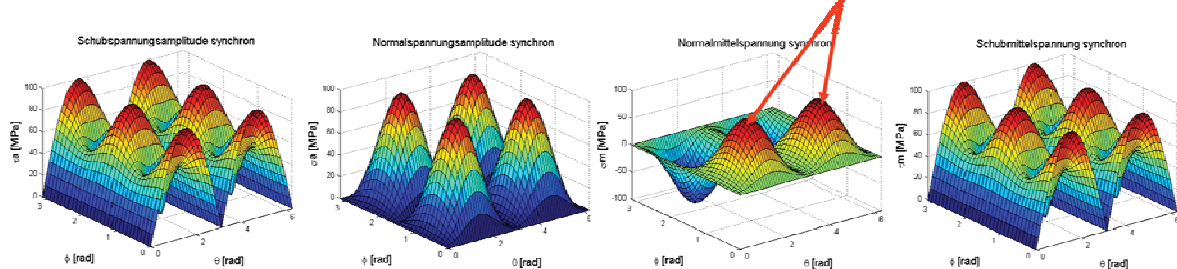


Abb. 6.20: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schwellender Beanspruchung durch Schubspannungen

6.5.3 Methode 3: Ebene maximaler Schubmittelspannung

Die Methode der maximalen Schubmittelspannung liefert für einen duktilen Werkstoff, wie zum Beispiel die verwendete Al-Knetlegierung, die gleichen Resultate wie die Methode der maximalen Vergleichsspannungsamplitude. Abb. 6.21 und Abb. 6.22 zeigen die Spannungsverläufe der vier Spannungskomponenten über die Schnittebenen.

6.5.3.1 Zug/Druck/Biegung:

Genau wie bei der Methode der maximalen Vergleichsspannungsebene existieren zwei geschlossene Linienzüge maximaler Schubmittelspannung (siehe Abb. 6.21). In diesen Ebenen werden die Schubmittel- und Normalmittelspannungen errechnet und deren Einfluss in weiterer Folge bei der Berechnung der Wechselfestigkeit berücksichtigt.

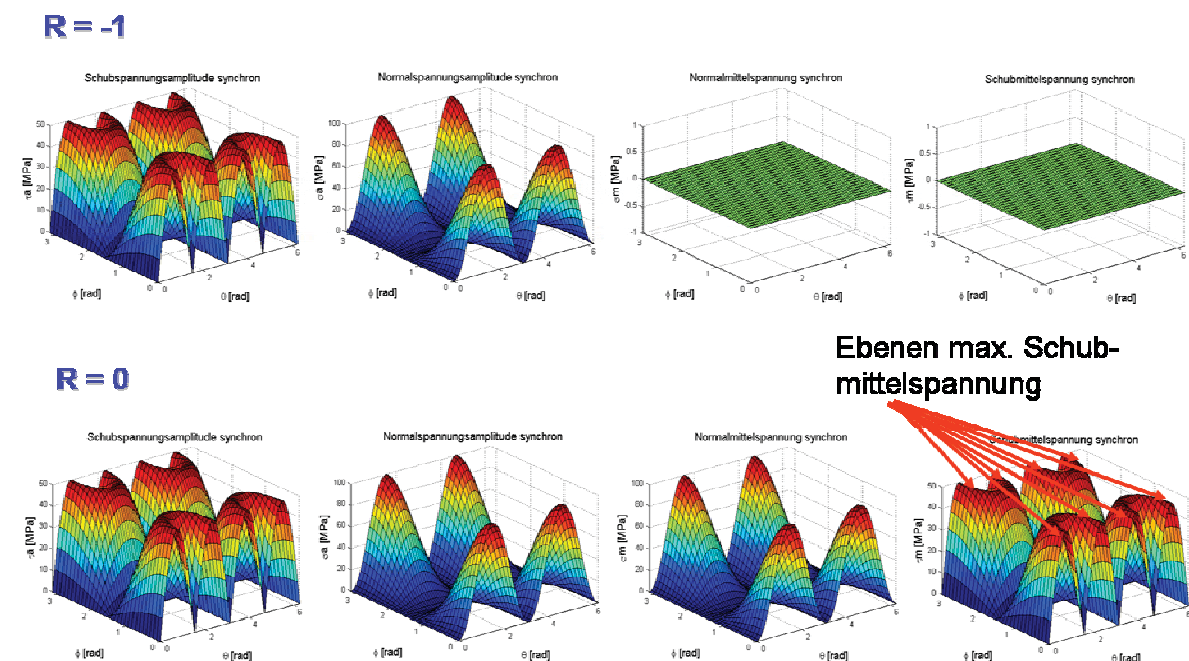
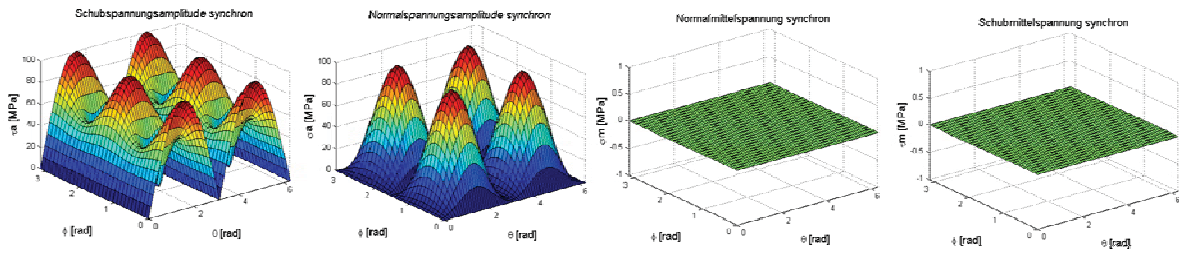


Abb. 6.21: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schweller Beanspruchung durch Normalspannungen

6.5.3.2 Torsion:

An den vier Punkten maximaler Schubmittelspannung herrschen konform mit den Überlegungen am Mohr'schen Spannungskreis keine Normalmittelspannungen vor (siehe Abb. 6.22).

R = -1



R = 0

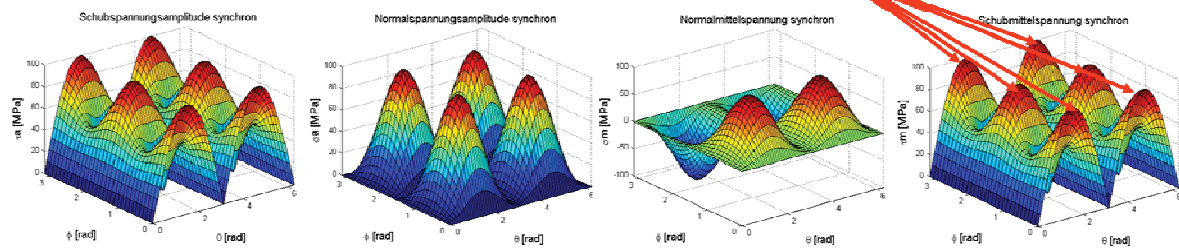


Abb. 6.22: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schwellender Beanspruchung durch Schubspannungen

Zu den Spannungsverteilungen ist allgemein zu bemerken, dass übereinstimmend mit den Betrachtungen am Mohr'schen Spannungskreis im Lastfall Zug/Druck/Biegung in den Ebenen maximaler Normalspannungen keine Schubspannungen auftreten, bzw. in den Ebenen maximaler Schubspannungen, Normalspannungen des gleichen Betrags vorherrschen. Bei reiner Torsion erscheinen in den Ebenen maximaler Normalspannungen wiederum keine Schubspannungen. Die Ebenen maximaler Schubspannungen sind bei diesem Lastfall normalspannungsfrei.

6.6 Implementierung der Methoden in die SFIH

Nach der quantitativen Bestimmung der Normal- und Schubmittelspannungen in der spezifischen Schnittebene, wird die Wirkung dieser Mittelspannungen mit Hilfe von zwei Haigh-Diagrammen eruiert (siehe Abb. 6.1). Diese Haigh-Diagramme wurden durch diverse Versuchsreihen aufgenommen. Über das Normalspannungs- und das Schubspannungs-Haigh-Diagramm werden zwei Minderungsfaktoren determiniert und anschließend das minimale Faktorenprodukt der Minderungsfaktoren aller Ebenen mit maximaler Spannung ermittelt. Nach Multiplikation der nach Eichlseder ermittelten Dauerfestigkeit mit dem minimalen Minderungsfaktor, erhält man die veränderte, den Mittelspannungseinfluss enthaltende, Dauerfestigkeit, welche in weiterer Folge zur Berechnung der Sicherheitsfaktoren

herangezogen wird. Die Auswahl der Methode erfolgt über die Eingabemaske von LifeCal (siehe Abb. 4.3).

Ein kritischer Punkt dieser Vorgehensweise ist, dass die Auswertung der Schnittebenengrößen (Normal- und Schubmittelspannung) mittels globalen Haigh-Diagrammen erfolgt. Global deshalb, weil die Aufnahme der Haigh-Diagramme mittels Versuchsreihen einem integralen Ansatz entspricht, da alle Schnittebenen letztendlich zum Versagen beitragen. Dies sollte bei der Bewertung der Resultate bedacht werden.

6.7 Vergleich von Versuchsergebnissen mit den Methoden zur Mittelspannungsbeurteilung

An Hand von Berechnungen mit LifeCal konnten die einzelnen Methoden bezüglich ihrer Eignung zur Beschreibung des Normal- bzw. Schubmittelspannungseinflusses untersucht werden. Um die Anwendbarkeit der Methoden auf diverse Werkstoffgruppen zu demonstrieren, sind neben Resultaten der Aluminium Knetlegierung auch Ergebnisse von Stahl dargestellt.

Abb. 6.23 zeigt, dass die Methode der Ebene der maximalen Normalmittelspannung den Einfluss von auftretenden Normalmittelspannungen sowohl im Zug- als auch im Druckbereich genau beschreibt. Die übrigen Methoden können im Druckbereich aufgrund der geringeren detektierten Normalmittelspannungen den positiven Effekt der Druckmittelspannungen nicht ausreichend abbilden, während dadurch im Zugbereich eine Überschätzung der Schwellfestigkeit erfolgt.

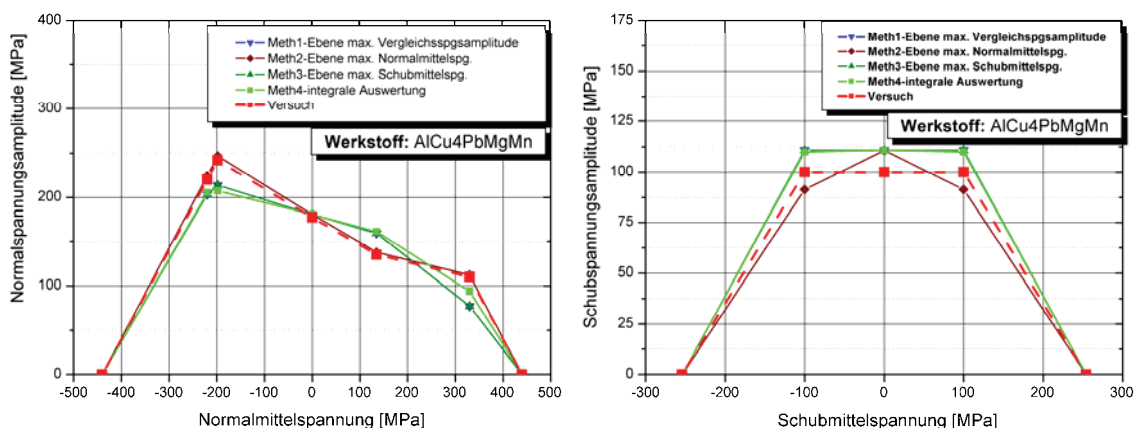


Abb. 6.23: Vergleich der Methoden zur Berücksichtigung der Mittelspannungen mit Versuchswerten der Al-Knetlegierung AlCu4PbMgMn

Der Punkt bei $R = 0,5$ wurde rein rechnerisch ermittelt und kann aus diesem Grund nicht für eine repräsentative Interpretation herangezogen werden.

Bei der Berechnung der Torsionswechselfestigkeit weist die SFIH eine Überschätzung von ca. 10 % auf. Herrschen Schubmittelspannungen vor, so detektiert nur Methode 2 zusätzlich Normalmittelspannungen, welche in weiterer Folge zu einem Abfall der ertragbaren Schubspannungsamplitude führen. Als Konsequenz daraus ist diese Methode ab einem gewissen Schubmittelspannungsbetrag als einzige konservativ, weshalb auch im Fall von Schubmittelspannungen die Ebene der maximalen Normalmittelspannungen die besten Resultate liefert.

Beim untersuchten Stahl beschreibt wiederum die Methode der größten Normalmittelspannungen deren Einfluss am exaktesten. Die Abweichungen der anderen Methoden im Druck- als auch Zugspannungsbereich entstehen aus den gleichen Gründen wie bei Aluminium, sind aber geringer. Ein markanter Unterschied besteht bei Schubspannungen. Die SFIH ist hier in der Lage die Torsionswechselfestigkeit genau abzubilden. Der Grund dafür ist, dass die Bestimmung der Linearfaktoren a und b der SFIH ab einem Verhältnis

$$\frac{\tau_{D,t}}{\sigma_{D,ZD}} = 0,57 \text{ genau erfolgt (siehe Abb. 6.25).}$$

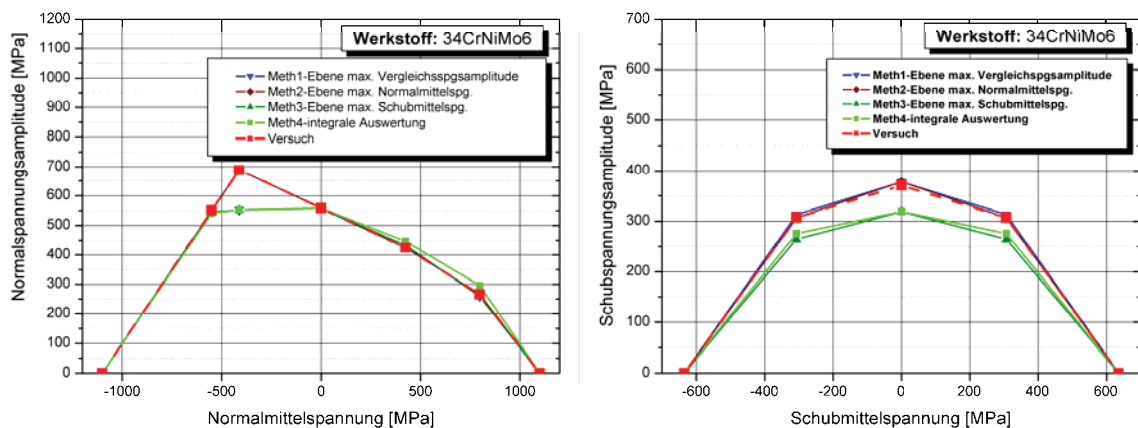


Abb. 6.24: Vergleich der Methoden zur Berücksichtigung der Mittelspannungen mit Versuchswerten des Stahles 34CrNiMo6

Die Al-Knetlegierung weist ein Verhältnis von 0,5 auf, wodurch sich die Abweichungen erklären, während der Stahl genau ein Verhältnis von 0,57 besitzt (siehe Abb. 6.25). Weiters können sowohl mit der Methode der maximalen Vergleichsspannungsamplitude als auch mit der Methode der maximalen Normalmittelspannung die Einflüsse von

Schubmittelspannungen genau abgebildet werden. Die übrigen Methoden führen zu einer Unterschätzung der ertragbaren Schubspannungsamplitude und sind somit konservativ.

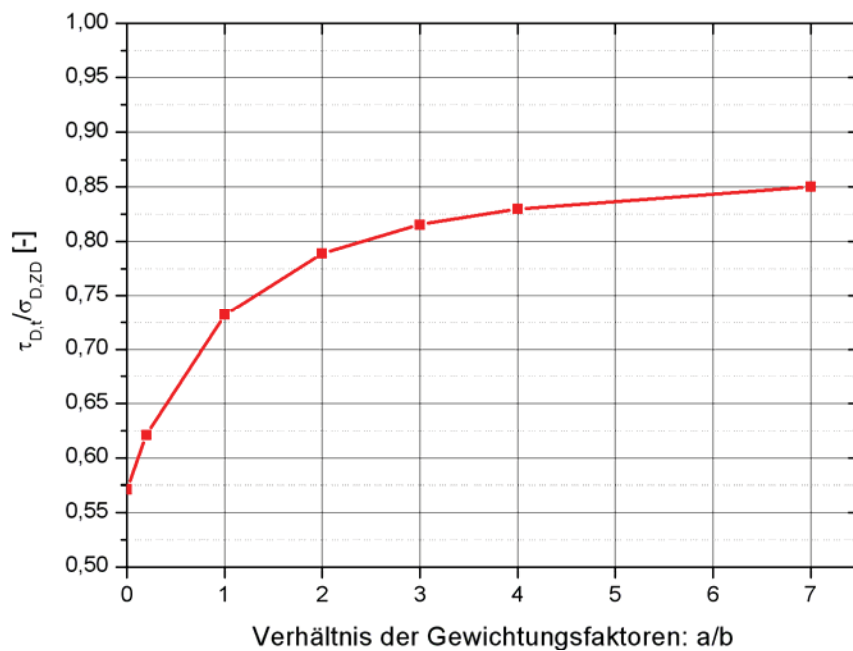


Abb. 6.25: Bestimmung der Linearfaktoren a und b über das Verhältnis von Torsionswechselfestigkeit zu Zug/Druck-Wechselfestigkeit

Um die Abweichungen von den Versuchswerten bei der Berechnung mittels der SFIH quantitativ besser bewerten zu können, wurden Referenzrechnungen mit einer anderen führenden integralen Hypothese, jener nach Papadopoulos durchgeführt (siehe Abb. 6.26).

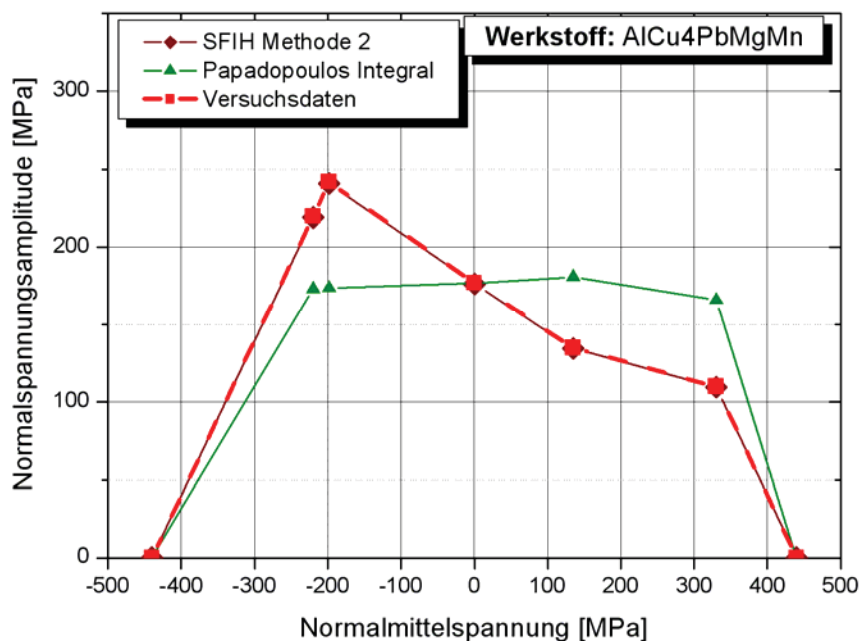


Abb. 6.26: Vergleich zwischen SFIH und Papadopoulos Integral bei Abbildung von Normalmittelspannungen

Es ist klar erkennbar, dass die integrale Hypothese nach Papadopoulos nicht für eine Bewertung von Normalmittelspannungen geeignet ist. Im Druckbereich erfolgt eine deutliche Unterschätzung der ertragbaren Normalspannungsamplitude, während im Zugbereich keine Minderung prognostiziert wird.

Die SFIH ist die einzige Hypothese, welche über geeignete Methoden verfügt, Mittelspannungen unabhängig von Vorzeichen und Orientierung für unterschiedliche Werkstoffe mit vertretbaren Abweichungen vorherzusagen. Abschließend ist noch zu betonen, dass sowohl für die Aluminium Knetlegierung AlCu4PbMgMn, als auch für den Stahl 34CrNiMo6, die Berücksichtigung der Wirkung der vorherrschenden Normalmittelspannungen in der Ebene der maximalen Normalmittelspannung die besten Resultate liefert. Bei Schubmittelspannungen haben sich beim Stahl die Methoden 1 und 2 bewährt, während bei der Aluminium-Knetlegierung aufgrund der generellen Überschätzung der Torsionswechselfestigkeit nur Methode 2 als Bewertungsgrundlage dienen kann.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Kapitel werden einerseits die Ergebnisse dieser Diplomarbeit zusammengefasst, und weiters Ausblicke in potentielle zukünftige Forschungsschwerpunkte gegeben.

7.1 Zusammenfassung

Versuchsergebnisse

Die praktischen Versuchsreihen zur Charakterisierung des Werkstoffverhaltens der Al-Knetlegierung AlCu4PbMgMn legten ein Verhältnis von Torsions- zu Umlaufbiegewechselfestigkeit von 0,5 dar. Die Aufnahme zweier Haigh-Diagramme zeigte bei der Al-Knetlegierung keinen Einfluss von Schubmittelspannungen auf die Torsionsschwingfestigkeit. Im Gegensatz dazu zeigte der, im Zuge einer Dissertation untersuchte Vergütungsstahl 34CrNiMo6, einen deutlichen Abfall der ertragbaren Schubspannungsamplitude bei ansteigenden Schubmittelspannungen.

Software für Lebensdauernachweis: LifeCal

Die vorliegende Arbeit befasste sich mit der Analyse und Gegenüberstellung verschiedener bestehender Festigkeitshypothesen. Sowohl integrale Ansätze, als auch kritische Schnittebenenverfahren wurden hinsichtlich ihrer Fähigkeit zur Abbildung von Versuchsergebnissen der Al-Knetlegierung AlCu4PbMgMn für proportionale multiaxiale Beanspruchungszustände untersucht und bewertet. Die Erstellung der Software LifeCal und die Implementierung sämtlicher untersuchter Festigkeitshypothesen ermöglichte die Bewertung der diversen Ansätze. Die Untersuchungen haben gezeigt, dass die integrale Hypothese SFIH sowohl bei der untersuchten Al-Knetlegierung, als auch bei dem Vergütungsstahl 34CrNiMo6, die Versuchsergebnisse eines proportionalen multiaxialen Beanspruchungszustandes ohne Mittelspannungen am genauesten abbilden kann.

Mittelspannungseinfluss

Als wissenschaftlicher Fortschritt stand die Entwicklung von Methoden zur Berücksichtigung von Mittelspannungseinflüssen für die SFIH im Mittelpunkt. Es wurden diverse Methoden entwickelt, die sich in der betrachteten Schnittebene der Mittelspannungen unterscheiden, und in die SFIH implementiert. Bei der Bewertung lieferte jenes Verfahren, welches die Mittelspannungen in der Ebene maximaler Normalmittelspannungen bestimmt, die beste Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen bei beiden Werkstoffgruppen.

Um in weiterer Folge die Qualität von Lebensdauervorhersagen kontinuierlich zu verbessern, sollten noch folgende kritische Punkte im Zentrum zukünftiger Forschungstätigkeiten stehen:

7.2 Ausblick

Bezogener Spannungsgradient χ'

Der bezogene Spannungsgradient beeinflusst über das Stützwirkungsmodell nach Eichlseder die Dauerfestigkeit und in weiterer Folge die ermittelte Sicherheit gegen Dauerbruch. Bei kombinierter proportionaler Beanspruchung von Umlaufbiegung und Torsion herrscht während der gesamten Dauer der Belastung ein Spannungsgradient von 0,33 vor.

Für kombinierte Beanspruchung von Zug/Druck mit Biegung tritt ein Spannungsgradient zwischen 0 und 0,33 auf, abhängig vom wirkenden Amplitudenverhältnis. Die genaue Berechnung des momentanen lokalen Spannungsgradienten an Hand adäquater Methoden ist noch nicht geklärt. Auch eine Strategie zur Berechnung des Spannungsgradienten bei nicht proportionaler Beanspruchung sollte im Zuge zukünftiger Arbeiten entwickelt werden. Abb. 7.1 verdeutlicht dieses Problem.

Es ist ersichtlich, dass es ausgewählte Zeitpunkte reiner Torsion ($\chi' = 0,33$) sowie Zeitpunkte reiner Zugbeanspruchung gibt ($\chi' = 0$). Die Berechnung des Gradienten bei Kombination dieser beiden Beanspruchungsarten mit beliebigem, zufälligem lokalem Amplitudenverhältnis ist jedoch ungeklärt. Es ist davon auszugehen, dass eine genaue Bestimmung die Genauigkeit der Lebensdauervorhersage empfindlich verbessert.

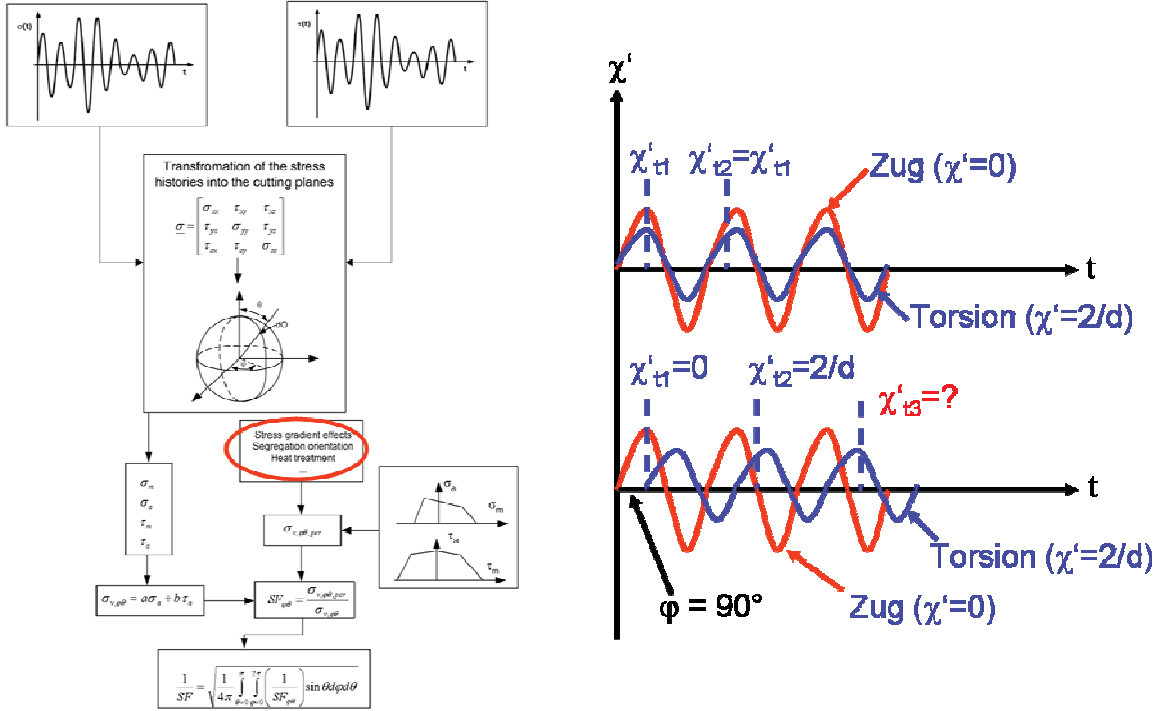


Abb. 7.1: Einfluss des Spannungsgradienten bei der SFIH (links); Gradientenverlauf bei proportionaler und nicht proportionaler Beanspruchung

Volumetrische Betrachtungen

Praktisch durchgeführte Versuche zeigen, dass es trotz gleichem Spannungsgradient von 0,33, Unterschiede in der Lebensdauer zwischen Axialbiegung und Umlaufbiegung gibt.

Dies beweist, dass neben dem Spannungsgradienten offensichtlich auch andere Einflussfaktoren auf die Lebensdauer wirken. Eine mögliche Erklärung könnte in der Entwicklung eines volumetrischen Modells gefunden werden, welches neben den maximal beanspruchten Punkten auch jene Nachbarpunkte beachtet, die ein bestimmtes Beanspruchungsniveau überschreiten. Dadurch entsteht ein Volumen, dessen Größe als Interpretationsgrundlage herangezogen werden könnte. Folgende Resultate untermauern diese Überlegungen. Abb. 7.2 zeigt eine kombinierte Belastung von Umlaufbiegung und Torsion bei unterschiedlichen Frequenzverhältnissen. Bei Erhöhung des Frequenzverhältnisses von

$\frac{f_\tau}{f_\sigma} = 1$ auf $\frac{f_\tau}{f_\sigma} = 3$ ist ein Abfall der Schwingfestigkeit zu erkennen. Für den kombinierten

Lastfall von Zug/Druck und Torsion ist diese Verminderung nicht ersichtlich. Es wird davon ausgegangen, dass sich die Anzahl der höchst beanspruchten Punkte in einem Lastzyklus bei Umlaufbiegung/Torsion mit steigendem Frequenzverhältnis erhöht, da bei Umlaufbiegung in jedem Zeitpunkt ein höchst beanspruchter Punkt vorliegt. Im Fall von Zug/Druck/Torsion bleibt die Anzahl der höchstbeanspruchten Punkte gleich, da in einem Lastzyklus nur in einem einzigen Zeitpunkt die Beanspruchung auf Zug/Druck maximal ist.

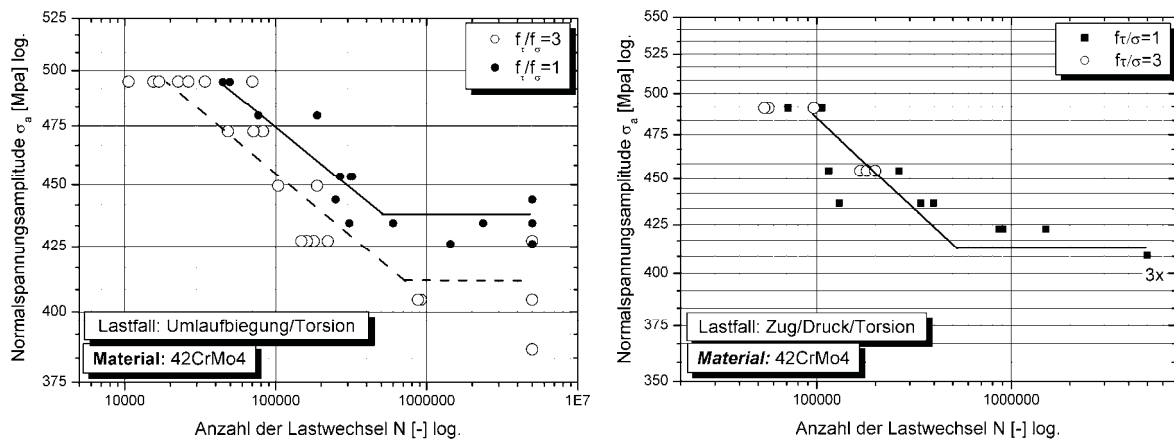


Abb. 7.2: Gegenüberstellung der Auswirkungen auf die Schwingfestigkeit einer Frequenzerhöhung bei unterschiedlichen Lastfällen

8 Literaturverzeichnis

- [1] Liu: Beitrag zur Festigkeitssteigerung; Dissertation; TU Clausthal, 1992
- [2] H. Parkus: Mechanik der festen Körper; 2. Auflage, Nachdruck 1995; Springer Verlag; 63
- [3] Lebensdauerberechnung Mehraxial; Abschlussbericht; Forschungskuratorium Maschinenbau, Heft 271; 2002
- [4] C. M. Sonsino; V. Grubisic: Mechanik von Schwingbrüchen an gegossenen und gesinterten Konstruktionswerkstoffen unter mehrachsiger Beanspruchung; Konstruktion 37; 1985, Heft 7; 261-269
- [5] Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen; 4., erweiterte Ausgabe 2002
- [6] D. Van; I. V. Papadopoulos: High-Cycle Metal Fatigue, From Theory to Applications; ISBN 3-211-83144-4; Springer Verlag New York; 1990
- [7] H. Zenner; I. Richter: eine Festigkeitshypothese für die Dauerfestigkeit bei beliebigen Beanspruchungskombinationen; Konstruktion 29; 1977; 11 - 18
- [8] J. Liu; H. Zenner: Berechnung der Dauerfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung - Teil1; Materialwissenschaften und Werkstofftechnik 24; 1993; 240 - 249
- [9] J. Liu; H. Zenner; Berechnung der Dauerschwingfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung - Teil2; Materialwissenschaften und Werkstofftechnik 24; 1993; 296 - 303
- [10] H. Zenner; R. Heidenreich; I. Richter: Schubspannungsintensitätshypothese - Erweiterung und experimentelle Abstützung einer neuen Festigkeitshypothese für schwingende Beanspruchung; Konstruktion 32; 1980; 143 - 152
- [11] E. Haibach: Betriebsfestigkeit; Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung; VDI-Verlag; ISBN 3-18-400828-2; 1989
- [12] A. Esdert: Betriebsfestigkeit bei mehrachsiger Biege- und Torsionsbeanspruchung; Dissertation; TU Clausthal; 1995
- [13] T. Palin-Luc; S. Lasserre: An energy based criterium for high cycle multiaxial fatigue; European Journal of Mechanics, A/Solids. Vol. 17, Nr. 2; 1998; 237 - 251

- [14] T. Palin-Luc; F. Morel: Critical plane concept and energy approach in multiaxial fatigue; *Materialprüfung* 47; 2005; 278-286
- [15] T. Palin-Luc; S. Lasserre; High Cycle Multiaxial Fatigue energy Criterion taking into account the Volume Distribution of Stresses; *Multiaxial Fatigue and Fracture*; ESIS Pub. 25; Elsevier; 115-129
- [16] C. V. Bach; R. Baumann: *Elastizität und Festigkeit*; 8. Auflage; Springer Verlag Berlin; 1920
- [17] H. J. Gough; H. B. Pollard; W. J. Clenshaw: Some Experiments on the Resistences of Metals to Fatigue under Combined Stress; Mem 2522; Aeronautical Research Council; His Majesty's Stationary Office; London; 1951
- [18] S. B. Lee: A Criterion for Fully Reversed Out of Phase Torsion and Bending; In *Multiaxial Fatigue*; ASTM STP 853, Eds.: K.J. Miller; M.W. Brown; Philadelphia; 1985; 553-568
- [19] H. Naubereit; Zusammengesetzte Wechselbeanspruchung bei Phasenverschiebung; *Ifl-Mitteilung* 16; Heft 3; 1977; 89-95
- [20] J. Marin: Interpretation of Experiments on Fatigue Strength of Metals Subjected to Combined Stresses; *Welding Journal* 24; 1942; 245-248
- [21] G. Sines: Fatigue of Materials under Combined Repeated Stresses with Superimposed Static Stresses; Technical Note 2495; NACA; Washington D.C.; 1955
- [22] K. Kakuno; K. Kawada: A New Criterion of Fatigue Strength of a Round Bar Subjected to Combined Static and Repeated Bending and Torsion; *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*; N. 2; 1979; 229-236
- [23] J.PAPUGA: Mapping of Fatigue Damages - Program Shell of FE-Calculation, 2005
- [24] Ioannis V. Papadopoulos, Piermaria Davoli, Carlo Gorla, Mauro Filippini and Andrea Bernasconi: A Comparative Study of Multiaxial High-Cycle Fatigue Criteria for Metals; *International Journal of Fatigue* Vol 19, No. 3; 1997; 219-235
- [25] D. L. MCDIARMID: Fatigue under out of phase bending and torsion. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* Vol. 9, No. 6; 1987; 457-475
- [26] D. L. MCDIARMID: A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure. *Fatigue Fract. engng Mater. Struct.* Vol. 14, No. 4; 1991; 429-453

- [27] D. L. MCDIARMID: A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction. *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* Vol. 17, No. 12; 1994; 1475-1484
- [28] C. KAMMER: Aluminium Taschenbuch Band 1, Aluminium Verlag Düsseldorf, 2002, 16. Auflage
- [29] H. CLEMENS: Metallkunde I, Vorlesungsskriptum, Montanuniversität Leoben, 2004
- [30] G. GOTTSTEIN: Physikalische Grundlagen der Materialkunde, 2. Auflage, Springer, Berlin, 2001
- [31] H. ANTREKOWITSCH: Nichteisenmetall Legierungen, Vorlesungsskriptum, Montanuniversität Leoben, 2005
- [32] B. PRILLHOFER: Charakterisierung, Modellierung und Simulation des thermo-mechanischen Ermüdungsverhaltens von CuCo₂Be, Diplomarbeit, Montanuniversität Leoben, 2006
- [33] SCHUMANN H., OETTEL H.: Metallographie, 14. Auflage, Wiley-VCH Verlag, 2004
- [34] H. LEITNER, J. FRÖSCHL, G. GERSTMAYR, W. EICHLSEDER; Multiaxiale Ermüdung - Versuchsergebnisse versus Festigkeitshypothesen, *BHM*, 151. Jg. (2006), Heft 9, 350-356
- [35] I. V. PAPADOPOULOS; A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals; *Fatigue*, 1994, Vol 16, August 377-384
- [36] J. FRÖSCHL; Fatigue Behaviour of forged components: Technological effects and multiaxial fatigue; Dissertation, MU Leoben 2006
- [37] G. GERSTMAYR; Verbesserung der Lebensdauerabschätzung einer Al-Knetlegierung (AlCuBiPb): Prüftechnische Untersuchung des Oberflächenverfestigungsverfahrens Festwalzen; Bakkalaureatsarbeit, MU Leoben, 2005
- [38] P. BALLARD, K. DANG VAN, A. DEPERROIS, Y. V. PAPDOPOULOS: High cycle fatigue and a finite element analysis; *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* Vol. 18, No.3, 1995, 397-411
- [39] P. DAVOLI, A. BERNASCONI, M. FILIPPINI, S. FOLETTI, I. V. PAPADPOULOS: Independence of the torsional fatigue limit upon a mean shear stress, *Int. J. of Fatigue* 25, 2003, 471-480
- [40] W. EICHLSEDER: Rechnerische Lebensdaueranalyse von Nutzfahrzeugkomponenten mit der Finite Elemente Methode, Dissertation, TU Graz, 1989
- [41] W. EICHLSEDER: Skriptum zur Vorlesung Betriebsfestigkeit; Montanuniversität Leoben; 1. Auflage; 2005

9 Tabellen- und Abbildungsverzeichnis

9.1 Tabellenverzeichnis

Tab. 3.1: Mechanische Kennwerte von Reinaluminium [28]	41
Tab. 3.2: chemisches Anforderungsprofil der verwendeten Al-Knetlegierung	52
Tab. 3.3: Ergebnis der chemischen Analyse der verwendeten Al-Knetlegierung	53
Tab. 5.1: Im Zugversuch ermittelte Werkstoffdaten	75
Tab. 5.2: Im Torsionsversuch ermittelte Werkstoffdaten	76
Tab. 5.3: Im Torsions-/Zugversuch ermittelte Werkstoffdaten.....	77

9.2 Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1: Räumlicher Spannungszustand	2
Abb. 1.2: Orientierung einer Schnittebene Δ	5
Abb. 1.3: Spannungskomponenten in einer Schnittebene Δ	5
Abb. 1.4: Ebener Spannungszustand (ESZ)	6
Abb. 1.5: Typische Formen periodischer multiaxialer Beanspruchungen.....	11
Abb. 1.6: Drehung des Koordinatensystems.....	13
Abb. 1.7: Einfluss des Koordinatensystems auf die Spannungskomponenten	14
Abb. 2.1: Tresca-Kriterium im Mohr'schen Spannungskreis	18
Abb. 2.2: Hauptspannungskriterium im Mohrschen Spannungskreis.....	19
Abb. 2.3: Schnittebenen transformation eines ebenen Spannungszustandes	21
Abb. 2.4: Schema eines kritischen Schnittebenenverfahrens.....	22
Abb. 2.5: Unstetigkeiten im Vergleichsspannungsverlauf.....	24
Abb. 2.6: Berechnung der Schubspannungsamplitude als Mittelwert der Schubspannungsamplituden aller Richtungen in der kritischen Schnittebene.....	27
Abb. 2.7: Versagenskriterium nach Dang Van	28
Abb. 2.8: Prinzip der Schubspannungsintensitätshypothese (SIH) nach Zenner [7]	30
Abb. 2.9: Schematischer Ablauf der SIH mit der Erweiterung nach Liu und Zenner	31
Abb. 2.10: Schematischer Ablauf der SFIH.....	32
Abb. 2.11: Energiebasierte Festigkeitshypothese [13].....	34
Abb. 2.12: Einfluss der Vorschädigung	35
Abb. 2.13: Einfluss von Trainingseffekten	36
Abb. 2.14: Versuchsergebnisse für kombinierte Umlaufbiege-Torsions-Beanspruchung in Anwendung des Elliptisches Bruchgesetzes	39
Abb. 3.1: Behinderung der Versetzungsbewegung durch hohe Versetzungsdichten [29].....	43
Abb. 3.2: Versetzungsaufstauung an einer Korngrenze [31]	44
Abb. 3.3: Schematische Darstellung der möglichen Atomanordnungen in einem Substitutionsmischkristall: a) statistisch verteilt, b) Fernordnung, c) Nahordnung, d) Zonenbildung (einphasige Entmischung), nach [30].....	44
Abb. 3.4: Zur Aushärtung geeignetes Zweistoffsystem mit Schema der Aushärtung: L Lösungsglühtemperatur; A Abschrecktemperatur; W Warmauslagerungstemperatur	46
Abb. 3.5: Verschiedene Stadien des Orowan-Mechanismus zur Umgehung von Partikeln. Ein Versetzungsring bleibt um die Partikel zurück [30].....	47
Abb. 3.6: Darstellung der Entmischungsreihe: a) ungeordnete Konzentration (Cluster, einphasige Entmischung), b) geordnete Konzentration (Zone), c) kohärente	

Ausscheidung (zweiphasige Entmischung), d) inkohärente Ausscheidung (zweiphasige Entmischung)	47
Abb. 3.7: Schematische Darstellung des Schneidevorganges von Teilchen durch Versetzen (Teilchen schert ab) [30]	48
Abb. 3.8: Schematische Darstellung der Festigkeitszunahme mit der Teilchengröße [29] [30]	49
Abb. 3.9: Darstellung a) eines Mischkristalls mit statistischer Verteilung der Fremdatome, b) einer kohärenten Entmischung c) einer teilweise kohärenten Zwischenphase im Mischkristallgitter. Die senkrecht verlaufenden Netzebenen sind kohärent, die horizontal verlaufenden dagegen sind inkohärent, d) einer inkohärenten Ausscheidung (●...Fremdatom z. B. Cu, ○...Aluminiumatom) [31]	50
Abb. 3.10: Schematische Darstellung des Wärmebehandlungszyklus für aushärtbare Legierungen.....	51
Abb. 3.11: Schema des Aushärtungsvorganges[28].....	52
Abb. 3.12: Gefüge einer Aluminiumlegierung mit 5 % Cu nach dem langsamen Abkühlen aus dem homogenen α -Gebiet, α -Mischkristalle mit θ -Aus-scheidungen an den Korngrenzen [33].....	54
Abb. 3.13: Gefüge der Legierung AlCu4Mg nach dem Lösungsglühen, α -Mischkristalle und einzelne, nicht identifizierte Primärausscheidungen [33] ...	54
Abb. 3.14: Einfluss des Cu-Gehaltes auf die Festigkeit von binären AlCu-Legierungen (Reihe 2xxx), Basis Al99,95, Bleche 1,6 mm dick; 1 weichgeglüht; 2 Lösungsgeglüht und abgeschreckt; 3 kaltausgehärtet; 4 warmausgehärtet [28].....	54
Abb. 3.15: Einfluss des Mg-Gehaltes auf die Festigkeit einer AlCuMg-Legierung mit 4,0 % Cu; ----- sofort nach Lösungsglühen bei 500 ° C und Abschrecken _____ zusätzlich noch 30 Tage bei 20 ° C kaltausgela-gert [28].....	55
Abb. 3.16: Einfluss des Mn-Gehaltes auf die Festigkeit einer AlCuMg-Legierung, etwa 4 % Cu; 0,5 % Mg, kaltausgehärtet [28]	55
Abb. 3.17: Einfluss der Abschreckgeschwindigkeit auf die Zugfestigkeit und das Spannungsriß-korrosionsverhalten der Knetlegierung AlCuMg1; Lösungsglühtemp. 450 ° C, kaltausgelagert [28]	56
Abb. 3.18: Einfluss der Kaltumformung nach dem Abschrecken auf die Kaltaushärtung der Knetleg. AlCuMg1; Lösungsglühtemp. 500 ° C, Kaltauslagerung 8 Tage bei RT [28]	56
Abb. 3.19: Verlauf der Warmaushärtung bei der Knetlegierung AlCuSiMn; Zahlenwerte = Auslagerungstemperatur [28].....	56
Abb. 4.1: Schema des lokalen Spannungskonzepts	58
Abb. 4.2: Konzept von LifeCal	59
Abb. 4.3: Eingabemaske (Benutzeroberfläche) von LifeCal	60
Abb. 4.4: Werkstoffdatei, welche alle nötigen Parameter enthält und über Knopfdruck eingelesen wird.....	61
Abb. 4.5: Ausgabedatei mit den Eingabedaten, den Vergleichsspannungsamplituden und den Sicherheitsfaktoren gegen Dauerbruch der gewählten Hypothesen.....	62
Abb. 4.6: Definition von Schnittebenen durch die Eulerwinkel ϕ und θ in einem Punkt.....	62
Abb. 4.7: Einfluss der Diskretisierungsfineinheit auf die Genauigkeit der Resultate.....	63
Abb. 4.8: Unterschied der Resultate bei verschiedenen Diskretisierungsfineinheiten in % (links); Abhängigkeit der Rechendauer von der Inkrementgröße (rechts)	64
Abb. 4.9: Spannungsgradient in Biegeproben (links); Dauerfestigkeit in Abhängigkeit des Spannungsgradienten (rechts)	64

Abb. 4.10: Versuchsergebnisse AlCu4PbMgMn vs. kritische Schnittebenenverfahren Teil 1	65
Abb. 4.11: Versuchsergebnisse AlCu4PbMgMn vs. kritische Schnittebenenverfahren Teil 2	66
Abb. 4.12: Versuchsergebnisse AlCu4PbMgMn vs. integrale Verfahren	66
Abb. 4.13: SFIH mit Gradientenmodell zur Abbildung verschiedener Lastfälle und Papadopoulos Integral ohne Gradientenmodell für AlCu4PbMgMn.....	68
Abb. 4.14: SFIH mit Gradientenmodell zur Abbildung verschiedener Lastfälle und Papadopoulos Integral ohne Gradientenmodell für 34CrNiMo6	68
Abb. 5.1: 100 kN Instron Zugprüfmaschine	70
Abb. 5.2: Prinzip der verwendeten 4 Punkt-Umlaufbiegemaschine	70
Abb. 5.3: Für Versuche eingesetzte 4-Punkt-Umlaufbiegemaschine (links); Probeneinspannung (rechts)	71
Abb. 5.4: Schematischer Aufbau des Umlaufbiegung-Torsion Prüfstands [36].....	72
Abb. 5.5: Aufbringung eines konstanten Biegemoments durch Zusammenpressen einer Feder über eine Gewindespindel, angetrieben durch einen Asynchronmotor [36]	72
Abb. 5.6: Prüfmaschine für kombinierte Belastung von Zug und Torsion [36]	73
Abb. 5.7: Multiaxialer Extensometer [36]	73
Abb. 5.8: Eingesetzte Probengeometrie bei den statischen Versuchen.....	74
Abb. 5.9: Eingesetzte Probengeometrie bei den Ermüdungsversuchen.....	74
Abb. 5.10: Mittels Zugversuchen aufgenommenes Spannungs-Dehnungs-Diagramm	75
Abb. 5.11: Durch statischen Torsionsversuch aufgenommenes Spannungs-Verzerrungs-Diagramm.....	76
Abb. 5.12: Durch statischen Torsions-/Zugversuch aufgenommene Spannungs-Dehnungs- und Spannungs-Verzerrungs-Kurve	77
Abb. 5.13: Wöhlerlinie für Umlaufbiegung und Auswertung bei 5 Mio. Lastwechsel, mit roter Linie gekennzeichnet	78
Abb. 5.14: Wöhlerlinie für wechselnde Zug/Druck-Beanspruchung und Auswertung bei 5 Mio. Lastwechsel, mit roter Linie gekennzeichnet.....	79
Abb. 5.15: Wöhlerlinie für wechselnde Torsionsbelastung und Auswertung bei 5 Mio. Lastwechsel, mit roter Linie gekennzeichnet	80
Abb. 5.16: Wöhlerlinie für schwellende Torsionsbelastung und Auswertung bei 5 Mio. Lastwechsel, mit roter Linie gekennzeichnet	80
Abb. 6.1: Einfluss von Normal- und Schubmittelspannungen in der SFIH.....	82
Abb. 6.2: Drehung des Koordinatensystems um die Eulerwinkel φ und θ in das Koordinatensystem aufgespannt durch u , v , und w	83
Abb. 6.3: Schubspannungspfad $T(t)$, beschrieben durch die Spitze des Schubspannungsvektors in der Schnittebene Δ , aufgespannt durch die beiden Achsen u und v	83
Abb. 6.4: Schubspannungspfad in der Schnittebene (aufgespannt durch u und v) bei proportionaler Beanspruchung	84
Abb. 6.5: Methode des längsten Gürtels	85
Abb. 6.6: Methode des kleinsten umschreibenden Kreises.....	85
Abb. 6.7: Methode der längsten Projektionslinie	86
Abb. 6.8: "Resolved shear stress method"	86
Abb. 6.9: Normalspannungs-Haigh-Diagramm (links); Schubspannungs-Haigh- Diagramm mit erkennbarem Abfall der ertragbaren Schubspannungs- amplitude bei vorherrschender Schubmittelspannung (rechts) für den Stahl 34CrNiMo6	87

Abb. 6.10: Normalspannungs-Haigh-Diagramm (links); Schubspannungs-Haigh-Diagramm ohne Einfluss von Schubmittelspannungen (rechts) für die Al-Knetlegierung AlCu4PbMgMn	88
Abb. 6.11: Mohr'scher Spannungskreis für den Lastfall der reinen Torsion und Kennzeichnung der unterschiedlichen Ebenen, in welchen die Mittelspannungen betrachtet werden können, durch die Punkte 1 und 2.....	89
Abb. 6.12: Mohr'scher Spannungskreis für den Lastfall von reinem Zug (Mitte); Auswirkung von unterschiedlichen in den Schnittebenen ermittelten Normalmittelspannungen auf die prognostizierte ertragbare Normalspannungsamplitude im Haigh-Diagramm (rechts)	89
Abb. 6.13: Auftretenden Amplituden- und Mittelspannungen in der Ebene maximaler Vergleichsspannungsamplitude bei schwellender Normal- und Schubbeanspruchung.....	91
Abb. 6.14: Auftretenden Amplituden- und Mittelspannungen in der Ebene maximaler Normalmittelspannung bei schwellender Normal- und Schubbeanspruchung	92
Abb. 6.15: Auftretenden Amplituden- und Mittelspannungen in der Ebene maximaler Schubmittelspannung bei schwellender Normal- und Schubbeanspruchung	93
Abb. 6.16: Auftretenden Amplituden- und Mittelspannungen in allen Schnittebenen bei schwellender Normal- und Schubbeanspruchung.....	94
Abb. 6.17: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schwellender Beanspruchung durch Normalspannungen	95
Abb. 6.18: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schwellender Beanspruchung durch Schubspannungen.....	96
Abb. 6.19: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schwellender Beanspruchung durch Normalspannungen	97
Abb. 6.20: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schwellender Beanspruchung durch Schubspannungen.....	97
Abb. 6.21: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schwellender Beanspruchung durch Normalspannungen	98
Abb. 6.22: Spannungsverteilungen in einem Punkt über alle Schnittebenen bei wechselnder und schwellender Beanspruchung durch Schubspannungen.....	99
Abb. 6.23: Vergleich der Methoden zur Berücksichtigung der Mittelspannungen mit Versuchswerten der Al-Knetlegierung AlCu4PbMgMn.....	100
Abb. 6.24: Vergleich der Methoden zur Berücksichtigung der Mittelspannungen mit Versuchswerten des Stahles 34CrNiMo6.....	101
Abb. 6.25: Bestimmung der Linearfaktoren a und b über das Verhältnis von Torsionswechselfestigkeit zu Zug/Druck-Wechselfestigkeit.....	102
Abb. 6.26: Vergleich zwischen SFIH und Papadopoulos Integral bei Abbildung von Normalmittelspannungen	102
Abb. 7.1: Einfluss des Spannungsgradienten bei der SFIH (links); Gradientenverlauf bei proportionaler und nicht proportionaler Beanspruchung	105
Abb. 7.2: Gegenüberstellung der Auswirkungen auf die Schwingfestigkeit einer Frequenzerhöhung bei unterschiedlichen Lastfällen.....	106

Anhang

9.2.1.1.1 Versuchsdaten Umlaufbiegung:

σ_a	erreichte Schwingspielzahl
200,0	4074700
200,0	10661700
200,0	20000000
252,0	319000
252,0	742500
252,0	703700
230,0	901600
230,0	424000
230,0	1863800
230,0	3704700
177,0	20000000
177,0	20000000
177,0	20000000

9.2.1.1.2 Versuchsdaten Zug/Druck wechselnd:

σ_a	erreichte Schwingspielzahl
180,0	5000000
210,0	223327
195,0	1907140
210,0	569095
180,0	2594740
180,0	5000000
195,0	2046560
195,0	1148400
165,0	5000000
165,0	5000000

9.2.1.1.3 Versuchsdaten Torsion wechselnd:

τ_a [N/mm ²]	τ_m [N/mm ²]	erreichte Schwingspielzahl
200	0	0
150	0	27031
150	0	64437
130	0	201520
110	0	1287029
90	0	6795468
110	0	1556684
110	0	746834
130	0	492750
90	0	6008965
90	0	20000000
90	0	14196721
80	0	10000000
150	0	79460
130	0	895692
80	0	10000000

9.2.1.1.4 Versuchsdaten Torsion schwellend:

τ_a [N/mm ²]	τ_m [N/mm ²]	erreichte Schwingspielzahl
110	110	690595
130	130	26484
130	130	30456
110	110	864494
110	110	1155553
130	130	30864
90	90	4103503
90	90	10000000
90	90	8928446
150	150	928
80	80	10000000
80	80	10000000
80	80	10000000