



**MONTAN  
UNIVERSITÄT**  
WWW.UNILEOBEN.AC.AT

Montanuniversität Leoben

Department Product Engineering  
Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau



COMET Competence Centers for Excellent Technologies

COMET

Competence Centers for  
Excellent Technologies

**Lebensdauererhöhung und Kostensenkung durch  
die Ermittlung der optimalen Einsatzhärtetiefe  
an Zahnrädern infolge experimenteller und  
numerischer Untersuchungen**

**Diplomarbeit**

**Martin Leitner**

**Leoben, November 2009**

# Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt, die vorliegende Diplomarbeit

**„Lebensdauererhöhung und Kostensenkung durch die Ermittlung der optimalen Einsatzhärtetiefe an Zahnrädern infolge experimenteller und numerischer Untersuchungen“**

eigenständig unter Zuhilfenahme der angeführten Quellen angefertigt zu haben.

Martin Leitner

Leoben, November 2009

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meines Studiums Montanmaschinenwesen mit Schwerpunkt Computational Design am Department Product Engineering, Lehrstuhl für Allgemeinen Maschinenbau, an der Montanuniversität Leoben.

Dem Leiter des Lehrstuhls, Herrn **Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Wilfried Eichlseder** danke ich für die Schaffung der Voraussetzungen zur Durchführung dieser Arbeit und für seine Unterstützung.

Mein besonderer Dank gilt Herrn **Dipl.-Ing. Christoph Haberer** für die Betreuung und Förderung, die er mir im Laufe der Arbeit entgegengebracht hat.

Herrn **Dipl.-Ing. Dr. István Gódor** und Herrn **Dipl.-Ing. Andreas Trausmuth** danke ich für die Durchsicht und ihre Unterstützung.

Mein Dank gilt auch allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Lehrstuhls, die mich in meiner Tätigkeit gefördert haben.

Ganz herzlich möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mich während meines gesamten Studiums stets begleitet, unterstützt und motiviert haben.

## Kurzfassung

Für die Auslegung von Verzahnungen ist die Kenntnis über die Zahnfuß- und Zahnflankentragfähigkeit von großer Bedeutung. Speziell die hoch beanspruchten Regionen in der Randschicht des Zahnfußes haben hohen Festigkeitsanforderungen genüge zu leisten. Aus diesem Grund zählt in der Fahrzeugindustrie das Einsatzhärten zu den gängigsten Oberflächenbehandlungen um eine Verbesserung gegen verschiedene Schadens- und Ermüdungsmechanismen zu erzielen. Ziel der vorliegenden Arbeit ist, durch Auffinden der optimalen Einsatzhärtetiefe bei maximaler Tragfähigkeit der Randschicht, Ofenzeit und in weiterer Folge Kosten zu sparen. Nach dem zweiten Fick'schen Gesetz steigt die benötigte Zeit für das Eindiffundieren des Kohlenstoffs in die Bauteiloberfläche mit dem Quadrat der Einsatzhärtetiefe. Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt auf der Ermittlung der Tragfähigkeit des Einsatzstahles 20MnCr5 unter Berücksichtigung des Einflusses der einsatzgehärteten Randschicht. Hierzu wurden die wichtigsten Materialparameter - die Einsatzhärtetiefe, Härte- und Eigenspannungsverteilung - welche die lokale Tragfähigkeit beeinflussen, analysiert und diskutiert. Durch Umlaufbiegeversuche und Versuche an realen Bauteilen, an FZG-C Zahnrädern, wurden drei unterschiedliche Einsatzhärtetiefen untersucht. Die Geometrie der Umlaufbiegeproben ist gekerbt um eine vergleichbare Kerbformzahl wie in der Zahnfußausrundung der Prüfäder zu erreichen. Die getesteten Zahnräder sind geradverzahnte Stirnräder, einsatzgehärtet mit drei verschiedenen Einsatzhärtetiefen von 0,3; 0,5 und 0,7 mm. Begleitend dazu wurden Umlaufbiegeversuche, analytische Berechnungen nach Norm DIN 3990 Teil 3 und numerische Finite Elemente Simulationen durchgeführt. Um mehr Informationen über den Rissausgang und die Bruchcharakteristik zu erhalten wurden detaillierte Untersuchungen der Bruchflächen ausgeführt. Eine abschließende Diskussion der Ergebnisse liefert den Einfluss der Einsatzhärtetiefe auf die Tragfähigkeit und zeigt den möglichen Weg der Übertragbarkeit von der Probe zum realen Bauteil auf.

## Abstract

For the design of gears the knowledge of the load carrying capacity of the gear tooth root and the gear tooth flank is of main importance. Especially the highest stressed regions in the tooth root at the surface layer have to fulfil high strength requirements. That is why case hardening became one of the surface engineering techniques widely used in the automotive industry for an improvement against different damage and fatigue mechanisms. The aim of this work is an optimization of the carburizing process to save costs by finding the optimum between the oven time and the load carrying capacity of the surface layer. According to second Fick's law, the required oven time for the diffusion of carbon in the component surface increases with the square of the case hardening depth. The main task of the diploma thesis is the evaluation of the load carrying capacity of the case hardening steel 20MnCr5 taking the influence of the case hardened surface layer into account. Therefore the main material parameters - case hardening depth, hardness and residual stress distribution - influencing the local load carrying capacity are analysed and discussed. By means of rotating bending fatigue tests and tests on real components, FZG-C gear wheels, three different case hardening depths are performed. The geometry of the rotating bending specimen is notched to adjust nearly the same local stress concentration factor like in the tooth root of the test gears. The tested components are spur toothed gears, case hardened with three different case hardening depths of 0.3; 0.5 and 0.7 mm. Attendant thereto rotating bending tests, analytical evaluations according to DIN 3990 Part 3 standard and numerical evaluations by finite element simulations are accomplished. For further information about the crack initiation and the fracture behaviour a detailed analysis of the fracture surfaces is arranged. A final discussion about the fatigue test results delivers the influence of the case hardening depth to the load carrying capacity and illustrates a possible way of the transferability from the specimen to the real component.

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Verwendete Formelzeichen .....</b>	<b>1</b>
<b>2. Einleitung und Zielsetzung .....</b>	<b>4</b>
2.1. Einleitung .....	4
2.2. Aufgabenstellung und Zielsetzung .....	5
<b>3. Verzahnungsgeometrie .....</b>	<b>6</b>
3.1. Verzahnungsgrößen .....	6
3.2. FZG-C Verzahnung .....	7
<b>4. Einsatzhärten von Zahnrädern .....</b>	<b>8</b>
4.1. Allgemein .....	8
4.2. Verfahrensablauf .....	9
4.3. Werkstoffauswahl .....	12
4.4. Resultierende Bauteileigenschaften .....	14
4.5. Empfehlungen zur Einsatzhärtetiefe .....	16
<b>5. Beanspruchung der Zähne .....</b>	<b>18</b>
5.1. Schadensarten an Zahnrädern .....	18
5.2. Zahnflankenschädigung .....	18
5.2.1. Verschleiß .....	18
5.2.2. Zahnflankenermüdung .....	21
5.2.3. Risse .....	23
5.3. Zahnbruch .....	24
<b>6. Tragfähigkeitsberechnung .....</b>	<b>25</b>
6.1. FZG Tragfähigkeitsgrenzen .....	25
6.2. Analytische Tragfähigkeitsberechnung nach DIN 3990 .....	25
6.2.1. Allgemein .....	25
6.2.1.1. Methoden zur Bestimmung der Tragfähigkeiten .....	26
6.2.2. Zahnfußtragfähigkeitsberechnung nach DIN 3990 Teil 3 Methode B .....	26
6.2.2.1. Berechnung der auftretenden Zahnfußspannung .....	26
6.2.2.2. Berechnung der zulässigen Zahnfußspannung .....	29
6.2.3. Kraftverhältnisse .....	32
6.2.4. Allgemeine Einflussfaktoren .....	33
6.2.5. Richtwerte für die Dauerfestigkeit .....	33

<b>7. Untersuchungen der Tragfähigkeit im Zahnfuß in Abhängigkeit von der Einsatzhärtetiefe.....</b>	<b>35</b>
7.1. Ermittlung der Zahnfußtragfähigkeit nach DIN 3990 Teil 3 Methode B.....	35
7.1.1. Ergebnisse der Zahnfußspannungen nach DIN 3990 Teil 3 Methode B.....	39
7.2. Experimentelle Ermittlung der Zahnfußtragfähigkeit.....	40
7.2.1. Allgemeines.....	40
7.2.2. Wöhlerversuche.....	40
7.2.2.1. Schwingfestigkeit.....	40
7.2.2.2. Begriffsdefinitionen und Versuchsablauf.....	41
7.2.2.3. Wöhlerlinie.....	42
7.2.2.4. Versuchsauswertung.....	44
7.2.3. Aufbau und Komponenten der Prüfvorrichtung.....	46
7.2.4. Ergebnisse der experimentellen Zahnfußtragfähigkeitsprüfung.....	48
7.2.4.1. Zahnfußbeanspruchung des Ritzels.....	48
7.2.4.2. Wöhlerlinien für die Zahnfußbeanspruchung des Rades.....	52
7.2.4.3. Bruchflächenanalyse.....	55
7.3. Numerische Simulation der Zahnfußbeanspruchung.....	57
7.3.1. Aufbau des FE Modells.....	57
7.3.1.1. Aufbau der 2D Geometrie mit KISSsoft.....	57
7.3.1.2. Import der 2D Geometrie in Abaqus 6.8.....	57
7.3.2. Materialdefinition.....	58
7.3.3. Kontaktbedingungen.....	58
7.3.4. Randbedingungen.....	59
7.3.5. Vernetzen des FE Modells für die Zahnfußbeanspruchung.....	60
7.3.6. Ergebnisse der numerischen Simulation der Zahnfußbeanspruchung.....	61
7.3.6.1. Berechnung des Kerbfaktors und des bezogenen Spannungsgradienten.....	61
7.3.6.2. Simulationsauswertung der Zahnfußbeanspruchung.....	62
7.3.6.3. Vergleich der Simulationsergebnisse für die Zahnfußbeanspruchung.....	64
<b>8. Vergleichsversuche an Umlaufbiegeproben.....</b>	<b>65</b>
8.1. Allgemein.....	65
8.2. Experimentelle Ermittlung der Dauerfestigkeit.....	65
8.2.1. Allgemein.....	65
8.2.2. Aufbau der Umlaufbiegemaschine.....	66
8.2.3. Ergebnisse der Umlaufbiegeversuche.....	68
8.2.3.1. Umlaufbiegewöhlerlinien.....	68
8.2.3.2. Bruchflächenanalyse der Umlaufbiegeproben.....	73
8.3. Numerische Simulation der Umlaufbiegeprobe.....	75
8.3.1. Aufbau und Randbedingungen des FE Modells.....	75
8.3.2. Vernetzen der Umlaufbiegeprobe.....	77
8.3.3. Ergebnisse der numerischen Simulation der Umlaufbiegeprobe.....	78

<b>9. Konzept zur Abschätzung der lokalen Tragfähigkeit unter Berücksichtigung der Einsatzhärte</b> .....	<b>82</b>
9.1. Grundlagen zur Berechnung einer lokalen Tragfähigkeit .....	82
9.2. Berechnungsmodell unter Berücksichtigung der Einsatzhärte.....	84
9.2.1. Grundgleichungen des Modells .....	84
9.2.2. Einfluss der lokalen Stützziffer unter Berücksichtigung des bezogenen Spannungsgradienten und der Härte.....	85
9.2.3. Einfluss der Mittelspannung.....	86
9.2.4. Einfluss der Einsatzhärte.....	87
9.2.5. Gegenüberstellung der Ergebnisse von Modell und Versuch .....	90
<b>10. Untersuchungen zur Zahnflankenbeanspruchung und der Wirkung der Einsatzhärte</b> .....	<b>91</b>
10.1. Allgemein .....	91
10.2. Hertz'sche Pressung in der Kontaktzone.....	91
10.2.1. Allgemein .....	91
10.2.2. Berechnung der Hertz'schen Pressung bei Zahnrädern.....	92
10.2.2.1. Flächenpressung zwischen zwei parallelen Zylinder .....	92
10.2.2.2. Ersatzmodell für Zahnradpaare und Ermittlung des Ersatzkrümmungsradius .....	95
10.2.3. Berechnung der Hertz'schen Pressung bei der FZG-C Verzahnung.....	97
10.2.4. Ergebnisse nach der Hertz'schen Theorie .....	98
10.3. Auswirkung der Relativgeschwindigkeiten auf die Ermüdung der Zahnflanken.....	99
10.3.1. Allgemein .....	99
10.3.2. Verzahnungsgesetz und Relativbewegungen der Zahnflanken .....	99
10.3.3. Verlauf der Gleit- und Wälzbewegungen entlang der Eingriffstrecke .....	100
10.3.4. Auswirkung der Relativgeschwindigkeit auf die Ermüdung der Zahnflanken.....	103
10.4. Numerische Abwälzsimulation der Verzahnung.....	104
10.4.1. Aufbau des FE Modells .....	104
10.4.2. Materialdefinition, Kontakt- und Randbedingungen.....	105
10.4.3. Vernetzen des FE Modells für die Zahnflankenbeanspruchung.....	106
10.4.4. Ergebnisse der numerischen Abwälzsimulation.....	107
10.4.4.1. Last- und Beanspruchungsverlauf entlang der Eingriffstrecke .....	107
10.4.4.2. Einfluss der Reibung auf die zeitlich veränderliche Kontaktspannung.....	108
10.4.4.3. Verschiebung der maximalen Vergleichsspannungstiefe.....	110
10.5. Simulation des Ersatzmodells für die Kontaktbeanspruchung im Wälzpunkt .....	111
10.5.1. Allgemein .....	111
10.5.2. Aufbau und Randbedingungen des FE Modells.....	111
10.5.3. Vernetzen des FE Modells.....	112
10.5.4. Auswertung der numerischen Simulation des Ersatzmodells.....	113
10.5.4.1. Ergebnisse der auftretenden Pressung .....	113
10.5.4.2. Einfluss der Kontaktzone in Abaqus 6.8 .....	114



---

10.6.	Grübchentragfähigkeitsversuche am FZG-Prüfstand .....	116
10.6.1.	Allgemein .....	116
10.6.2.	Aufbau des Prüfstandes .....	116
10.6.3.	Ablauf einer Prüfung auf Grübchentragfähigkeit .....	118
10.6.4.	Ergebnisse der Versuche am FZG-Prüfstand .....	119
<b>11. Optimierung der Tragfähigkeit durch Variation der Profilverschiebung bei Ritzel und Rad .....</b>		<b>120</b>
11.1.	Optimierung der Zahnfußtragfähigkeit.....	121
11.2.	Optimierung der Zahnflankenpressung .....	122
11.3.	Gegenüberstellung der Optimierungsvarianten .....	124
<b>12. Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse .....</b>		<b>125</b>
12.1.	Einfluss der Einsatzhärtetiefe auf die Zahnfußtragfähigkeit .....	125
12.1.1.	Ergebnisse der Zahnfußprüfungen .....	125
12.1.2.	Ergebnisse der Umlaufbiegeprüfungen .....	126
12.1.3.	Vergleich der Zahnfuß- und Umlaufbiegeprüfungen .....	127
12.1.4.	Ergebnisse des Berechnungsmodells für einsatzgehärtete Randschichten .....	128
12.2.	Untersuchungen zur Zahnflankenbeanspruchung und Wirkung der Einsatzhärtetiefe ...	129
12.2.1.	Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Kontaktspannungen .....	129
12.2.2.	Vergleich der Kontaktspannungen und Vergleichsspannungstiefen .....	129
<b>13. Schlussfolgerungen und Ausblick.....</b>		<b>130</b>
<b>14. Literaturverzeichnis .....</b>		<b>131</b>
<b>15. Anhang.....</b>		<b>135</b>
15.1.	Berechnung nach DIN 3990 Teil 3 Methode B für das Rad .....	135
15.2.	Simulationsauswertung der Zahnfußbeanspruchung des Rades.....	139

## 1. Verwendete Formelzeichen

Formelzeichen	Einheit	Bezeichnung
a	mm	Achsabstand
a <sub>d</sub>	mm	Null-Achsabstand
b	mm	Zahnbreite, halbe Breite der Druckfläche
c	mol/m <sup>3</sup>	Kohlenstoffkonzentration
D	m <sup>2</sup> /s	Diffusionskoeffizient
d	mm	Teilkreisdurchmesser
d <sub>a</sub>	mm	Kopfkreisdurchmesser
d <sub>b</sub>	mm	Grundkreisdurchmesser
d <sub>f</sub>	mm	Fußkreisdurchmesser
d <sub>w</sub>	mm	Wälzkreisdurchmesser
F <sub>N</sub> , F <sub>b</sub>	N	Normalkraft
F <sub>t</sub>	N	Nennumfangskraft am Teilkreis
G	N	Gewichtskraft
h <sub>fe</sub>	mm	maßgebender Biegehebelarm
i	-	Übersetzungsverhältnis
k	-	Neigung der Wöhlerlinie
K <sub>A</sub>	-	Anwendungsfaktor
K <sub>Fα</sub>	-	Stirnfaktor am Zahnfuß nach DIN 3990
K <sub>Fβ</sub>	-	Breitenfaktor am Zahnfuß nach DIN 3990
K <sub>t</sub>	-	Kerbformzahl
K <sub>V</sub>	-	Dynamikfaktor
l	mm	Länge der Druckfläche
M <sub>b</sub>	Nm	Biegemoment
M <sub>m</sub>	-	lokale Mittelspannungsempfindlichkeit
m <sub>n</sub>	mm	Normalmodul
n	min <sup>-1</sup> , -, -	Drehzahl, Versuchsanzahl, lokale Stützziffer
N	-	Anzahl der Lastwechsel
N <sub>D</sub>	-	Ecklastspielzahl
p	mm	Teilkreisteilung
P	kW	Leistung
p <sub>max</sub>	N/mm <sup>2</sup>	Maximale Hertz'sche Pressung
q <sub>s</sub>	-	Kerbparameter des aktuellen Zahnrades
Q	N	Querkraft
R	-	Spannungsverhältnis

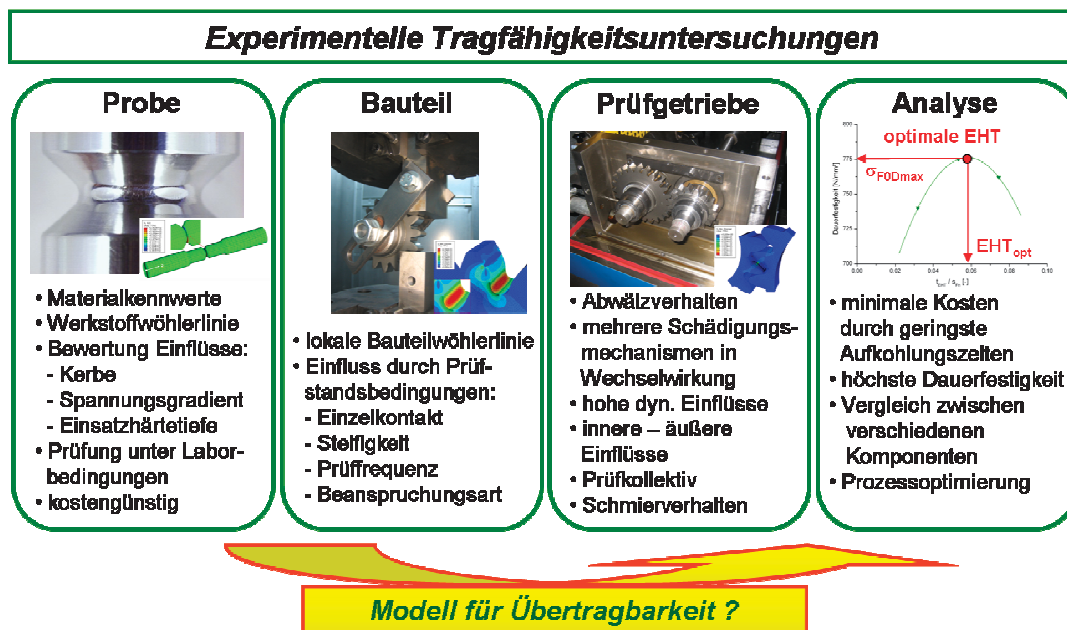
Formelzeichen	Einheit	Bezeichnung
$R_z$	$\mu\text{m}$	Gemittelte Rauhtiefe
$r$	mm	Teilkreisradius
$r_a$	mm	Kopfkreisradius
$r_b$	mm	Grundkreisradius
$r_f$	mm	Fußkreisradius
$r_w$	mm	Wälzkreisradius
$S_{Fn}$	mm	Zahnfußdickensehne
$S$	-	Sicherheit im Zahnfuß
$S_{Fmin}$	-	Sicherheitsfaktor für Zahnfußbeanspruchung
$S_{min}$	$\text{N}/\text{mm}^2$	Minimale Hauptnormalspannung
$T$	Nm	Drehmoment
$T_n$	-	Streuung im Zeitfestigkeitsbereich
$T_{sd}$	-	Streuung im Dauerfestigkeitsbereich
$t_{EHT}$	mm	Tiefe der Einsatzhärteschicht
$v$	m/s	Umfangsgeschwindigkeit
$v_g$	m/s	Gleitgeschwindigkeit
$v_n$	m/s	Normalgeschwindigkeit
$v_t$	m/s	Tangentialgeschwindigkeit
$w$	m/s	Tangentialgeschwindigkeit
$X$	-	Profilverschiebung
$Y_F$	-	Zahnformfaktor
$Y_{NT}$	-	Lebensdauerfaktor für Zahnfußbeanspruchung
$Y_R$	-	Oberflächenfaktor des aktuellen Zahnrades
$Y_{R \text{ rel T}}$	-	relativer Oberflächenfaktor
$Y_S$	-	Spannungskorrekturfaktor
$Y_{ST}$	-	Spannungskorrekturfaktor
$Y_X$	-	Größenfaktor für Zahnfußfestigkeit
$Y_\beta$	-	Schrägenfaktor
$Y_\delta$	-	Stützziffer
$Y_{\delta \text{ rel T}}$	-	relative Stützziffer
$z$	-	Zähnezahl

<b>Formelzeichen</b>	<b>Einheit</b>	<b>Bezeichnung</b>
$\alpha_n$	°	Normaleingriffswinkel
$\alpha_{Fen}$	°	Kraftangriffswinkel
$\alpha_t$	°	Stirneingriffswinkel
$\beta$	°	Schrägungswinkel am Teilkreis
$\varepsilon_\alpha$	-	Profilüberdeckung im Normalschnitt
$\varepsilon_\beta$	-	Sprungüberdeckung
$\zeta$	-	Spezifisches Gleiten
$\mu$	-	Reibkoeffizient
$\nu$	-	Querdehnzahl
$\rho$	mm	Krümmungsradius, Rundungsradius
$\rho'$	mm	Gleitschichtbreite
$\rho_C$	mm	Krümmungsradius im Wälzpunkt
$\rho_E$	mm	Ersatzkrümmungsradius im Wälzpunkt
$\rho_f$	mm	Zahnfußradius
$\sigma_{BW}$	N/mm <sup>2</sup>	Biegewechselfestigkeit
$\sigma_E$	N/mm <sup>2</sup>	Eigenspannungen
$\sigma_{EHT}$	N/mm <sup>2</sup>	Festigkeitserhöhung durch die Einsatzhärteschicht
$\sigma_F$	N/mm <sup>2</sup>	Zahnfußspannung
$\sigma_{F0}$	N/mm <sup>2</sup>	Zahnfußnennspannung
$\sigma_{Fa}$	N/mm <sup>2</sup>	Zahnfußamplitudenspannung
$\sigma_{FD}, \sigma_{F0dauer}$	N/mm <sup>2</sup>	Zahnfußdauerfestigkeit
$\sigma_{FG}$	N/mm <sup>2</sup>	Zahnfuß-Grenzfestigkeit
$\sigma_{F \lim}$	N/mm <sup>2</sup>	Dauerfestigkeit der Zahnfußbiegenennspannung
$\sigma_{Fm}$	N/mm <sup>2</sup>	Zahnfußmittelspannung
$\sigma_{FO}$	N/mm <sup>2</sup>	Zahnfußoberspannung
$\sigma_{FP}$	N/mm <sup>2</sup>	zulässige Zahnfußspannung
$\sigma_{FU}$	N/mm <sup>2</sup>	Zahnfußunterspannung
$\sigma_m$	N/mm <sup>2</sup>	lokale Mittelspannung
$\sigma_{V, Mises}$	N/mm <sup>2</sup>	Vergleichsspannung nach von Mises
$\sigma_{ZDW}$	N/mm <sup>2</sup>	Zug-Druck Wechselfestigkeit
$\chi^*$	mm <sup>-1</sup>	bezogener Spannungsgradient
$\omega$	s <sup>-1</sup>	Winkelgeschwindigkeit

## 2. Einleitung und Zielsetzung

### 2.1. Einleitung

In der Automobilindustrie ist man bestrebt die Produkte und Herstellprozesse fortlaufend zu optimieren. Eine gezielte Forschung, Vorentwicklung und Überprüfung auf Serientauglichkeit ermöglicht somit die Chance innovative Ideen in der Serienproduktion umzusetzen. Laufverzahnungen für Getriebe- und Motorkomponenten werden in der Regel aus Einsatzstählen zerspanend hergestellt, gehärtet und anschließend einer Feinbearbeitung unterzogen. Das durch das formgebende Werkzeug erzeugte Zahnprofil und die sich durch den Wärmebehandlungsprozess ergebenden Werkstoffeigenschaften bestimmen die Tragfähigkeit der Verzahnung maßgeblich. Die Auslegung und Herstellung erfolgt im Allgemeinen nach standardisierten Berechnungs- und Fertigungsverfahren. Um Verzahnungen in Bezug auf die Festigkeit und Wirtschaftlichkeit optimal auslegen zu können, muss der Einfluss von Material, Oberflächenzustand, Zahnfuß- und Zahnflankengeometrie, Eigenspannungsprofil, Einsatzhärteprofil und Fertigungsverfahren auf die Tragfähigkeit von Verzahnungen beurteilt werden. Durch eine Optimierung des Aufkohlprozesses mittels Bestimmung eines Optimums zwischen der Ofenzeit und der Dauerfestigkeit der Randschicht kann Zeit und in weiterer Folge Kosten gespart werden. In Abb. 2.1 sind einige Untersuchungen zum Erstellen eines Modells für eine Berechnung der optimalen Einsatzhärte bei maximaler Dauerfestigkeit dargestellt.



**Abb. 2.1:** Experimentelle Tragfähigkeitsuntersuchungen zur Erstellung eines Modells

Die experimentelle Tragfähigkeitsuntersuchung beginnt mit den Umlaufbiegeversuchen für die Charakterisierung des Materials, über Versuche am geradverzahnten Stirnrad im Einzelkontakteingriff zu Abwälzversuchen am FZG Verspannungsprüfstand und abschließend eine Analyse der gewonnenen Resultate.

## 2.2. Aufgabenstellung und Zielsetzung

Das Einsatzhärten zählt zu den meist verwendeten Wärmebehandlungsverfahren für Zahnräder. Einerseits entsteht dadurch eine harte Randschicht, die nötig ist um den Verschleiß und die Grübchenbildung an den Zahnflanken zu minimieren, andererseits erhöht es die Zahnfußtragfähigkeit aufgrund der eingebrachten Druckeigenspannungen im Bereich der Oberfläche. Hierbei spielt die Tiefenwirkung dieser Einsatzhärtung und folglich damit auch der Härte und der Eigenspannungen eine wesentliche Rolle. Je länger das Bauteil im Ofen aufgekohlt wird, desto höher ist die Einsatzhärte (EHT). Wichtig dabei ist, dass die erforderliche Zeit im Ofen mit dem Quadrat der EHT zunimmt oder anders gesagt um eine Verdoppelung der EHT zu erreichen, eine Vervierfachung der Aufkohlzeit von Nöten ist. Dabei spielt die Wirtschaftlichkeit eine Rolle, denn je höher die Prozesszeit für das Aufkohlen ist, desto kostenintensiver wird der gesamte Produktionsprozess eines gehärteten Bauteils.

Ziel dieser Arbeit ist es die Steigerung der Zahnfußtragfähigkeit in Abhängigkeit der Einsatzhärte zu ermitteln. Zusätzlich soll eine theoretische Untersuchung der Zahnflankenbeanspruchung mit einigen Vorversuchen zur experimentellen Ermittlung der Grübchentragfähigkeit am FZG Verspannungsprüfstand durchgeführt werden. Der schematische Ablauf einer Zahnfußprüfung ist in Abb. 2.2 dargestellt. Hierbei wird über eine definierte Zahnflankenweite die Prüfkraft mittels zweier Prüfkörper aufgebracht.

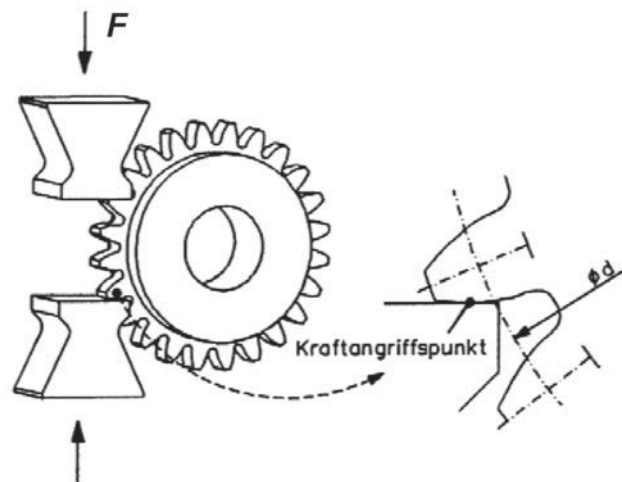


Abb. 2.2: Schematischer Ablauf einer Zahnfußprüfung [1]

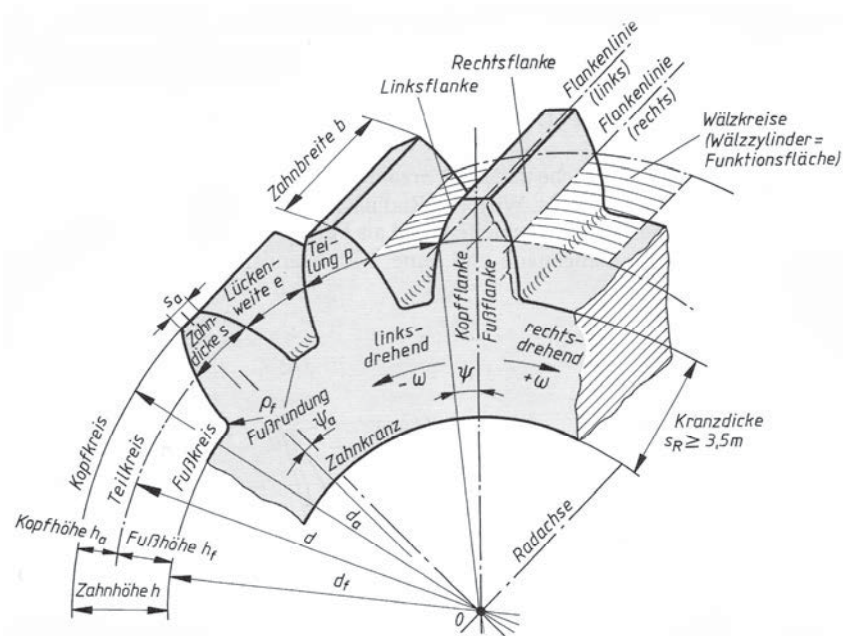
Für die Bauteilprüfungen wurde ein Norm-Zahnradpaar, eine FZG-C Verzahnung, herangezogen, da sich diese für die Prüfung der Grübchentragfähigkeit am FZG Prüfstand sehr gut eignet. Mit den gleichen Rädern wurde auch die Zahnfußtragfähigkeitsprüfung durchgeführt. Parallel zu den Bauteilversuchen wurden vergleichende Untersuchungen an Umlaufbiegeproben durchgeführt, um einen Abgleich der gewonnenen Ergebnisse zu erhalten. Begleitend dazu wurden analytische Berechnungen nach Norm und FE Simulationen durchgeführt und schlussendlich ein empirisches Modell für die Abschätzung der erreichbaren Tragfähigkeit in Abhängigkeit der EHT ausgearbeitet.

### 3. Verzahnungsgeometrie

#### 3.1. Verzahnungsgrößen

Zahnradgetriebe, die aus einem oder mehreren Zahnradpaaren bestehen, dienen zur formschlüssigen Umformung der Größe und / oder Richtung von Drehbewegungen und Drehmomenten. Dabei rollen die Wälzkörper ohne Schlupf aufeinander ab und berühren sich entlang einer gemeinsamen Geraden exakt. [2]

Eine Paarung zweier außenverzahnter Stirnräder, deren Funktionsflächen Wälzzylinder sind, wird als Stirnradgetriebe bezeichnet. Der Aufbau und die wichtigsten Grundgrößen dieser Verzahnung sind in Abb. 3.1 ersichtlich.



**Abb. 3.1:** Benennung der wichtigsten Grundgrößen eines außenverzahnten Stirnrades mit Geradverzahnung [2]

Die grundlegenden Parameter einer Verzahnung sind die Zähnezahl  $z$  und die Teilung  $p$ . Der Modul  $m$  kann durch die Teilung  $p$  definiert werden. Der Teilkreisumfang, der bei den einfachsten, sogenannten Null-Verzahnungen, mit dem Wälzkreisumfang identisch ist, kann anhand der Teilung  $p$  beschrieben werden:

$$d \cdot \pi = z \cdot p \rightarrow d = z \cdot \frac{p}{\pi} = z \cdot m \quad \text{Glg. (3.1)}$$

### 3.2. FZG-C Verzahnung

Als gewählte Verzahnungsvariante diente die sogenannte Standard FZG-C Verzahnung, die für übliche Graufleckentests am FZG Verspannungsprüfstand eingesetzt wird. Die geometrischen Daten sind Tab. 3.1 zu entnehmen.

Achsabstand $a$ [mm]	91,5
Zähnezahl Ritzel $z_1$ [-]	16
Zähnezahl Ritzel $z_2$ [-]	24
Übersetzung $i$ [-]	1,5
Normalmodul $m_n$ [-]	4,5
Eingriffswinkel $\alpha$ [°]	20
Zahnbreite $b$ [mm]	14
Betriebseingriffswinkel $\alpha_w$ [°]	22,44
Schrägungswinkel $\beta$ [°]	0
Profilverschiebungsfaktor Ritzel $x_1$ [-]	0,1818
Profilverschiebungsfaktor Rad $x_2$ [-]	0,1716
Teilkreisdurchmesser Ritzel $d_1$ [mm]	72,00
Teilkreisdurchmesser Rad $d_2$ [mm]	108,00
Wälzkreisdurchmesser Ritzel $d_{w1}$ [mm]	73,20
Wälzkreisdurchmesser Rad $d_{w2}$ [mm]	109,80
Grundkreisdurchmesser Ritzel $d_{b1}$ [mm]	67,66
Grundkreisdurchmesser Rad $d_{b2}$ [mm]	101,49
Kopfkreisdurchmesser Ritzel $d_{a1}$ [mm]	82,64
Kopfkreisdurchmesser Ritzel $d_{a2}$ [mm]	118,64
Profilüberdeckung $\epsilon_\alpha$ [-]	1,47
Eingriffsstrecke $g_\alpha$ [mm]	19,52
Ersatzkrümmungsradius im Wälzpunkt $\rho_E$ [mm]	8,38

**Tab. 3.1:** Geometrie der FZG-C Verzahnung

Die Fertigung der Räder erfolgte bei der Firma Ehgartner in Leoben und die anschließende Einsatzhärtung mit den jeweiligen Einsatzhärteiefen direkt bei der Firma Magna Powertrain im Ofen für die Serienfertigung.



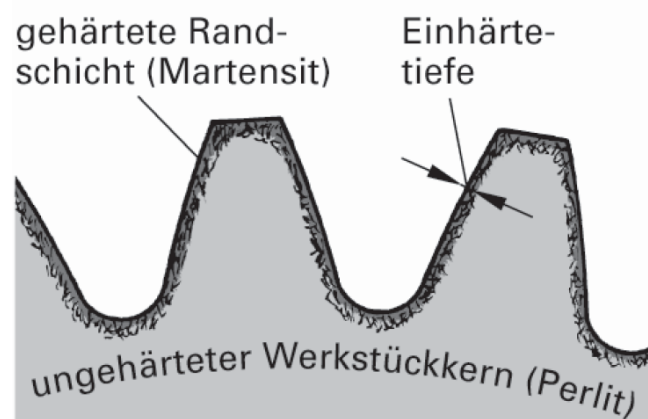
## 4. Einsatzhärten von Zahnrädern

### 4.1. Allgemein

Bei vielen Bauteilen, im speziellen auch bei Zahnrädern, werden vom Werkstoff oft widersprüchliche Eigenschaften gefordert:

- Hohe Härte der Oberfläche um einen hohen Widerstand gegen Druckbelastung, Reibung und Verschleiß zu erzielen (Beanspruchung der Zahnflanke)
- Zäher Kern mit guten Festigkeitswerten um die auftretenden Belastungen aufnehmen zu können (Biegebeanspruchung im Zahnfuß)

Um solche Anforderungen zu erfüllen, werden Zahnräder aus Einsatzstahl (niedriggekohlte Stähle mit hoher Festigkeit und Zähigkeit) gefertigt und anschließend einsatzgehärtet. Damit ergibt sich in der Randschicht ein hartes und verschleißfestes martensitisches Gefüge, während das Innere des Zahnes ungehärtet bleibt und dadurch ein weicher, zäher Kern (perlitisches Gefüge) vorliegt. Die hier erreichbare Randschichthärte beträgt in etwa 800 bis 1000 HV. (Abb. 4.1) [3]



**Abb. 4.1:** Aufbau des Werkstoffs eines einsatzgehärteten Zahnrades [3]

Im Zeitraum von 1950 bis 1970 wurde das Einsatzhärten mit der Aufkohlung im Kohlungspulver und anschließender Ölabschreckung weitgehend durch das Aufkohlen in Gasatmosphären ersetzt. Durch die Gasaufkohlung konnten sehr arbeits- und kostenintensive Ein- und Auspackvorgänge vermieden werden. Weiters konnte meistens direkt nach der Aufkohlung im Ölbad gehärtet werden. Das Verfahren mit Gasaufkohlung und anschließender Härtung im Ölbad stellt heutzutage ein Standardverfahren dar. Es wird dabei versucht, bestehende Verfahren hinsichtlich der Kosteneffizienz weiter zu optimieren oder nach anderen Verfahren zu suchen. [4]

## 4.2. Verfahrensablauf

Der Prozess des Einsatzhärtens kann in zwei Abschnitte gegliedert werden:

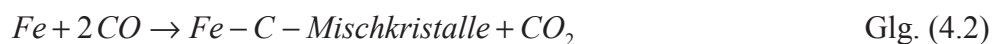
### Aufkohlen (Einsetzen)

Da Einsatzstähle mit einem Kohlenstoffgehalt von maximal 0,25 % eigentlich nicht härtbar sind, muss zunächst die Randschicht mit Kohlenstoff angereichert werden (Aufkohlen, Einsetzen). Hierzu wird der Stahl austenitisiert, da hier eine größere C-Aufnahme aufgrund der höheren Löslichkeit möglich ist, (Temperaturen über  $A_{C3}$ , ca. 880 bis 950°C) und anschließend einem Aufkohlungsmedium ausgesetzt. Zur Aufkohlung werden folgende Mittel eingesetzt:

- Feste Kohlungsmittel: Einbetten der Teile in pulverisierter Kohle (Holzkohle, Braunkohlenkoks). Die Aufkohlung erfolgt über die Gasphase unter Ausnutzung der Freisetzung des Kohlenstoffs.



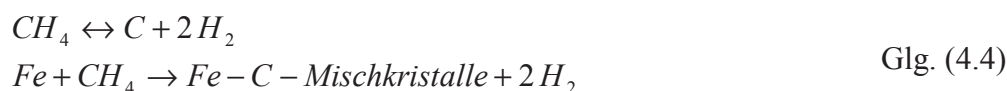
Eisen nimmt den freigesetzten Kohlenstoff auf, so dass man schreiben kann



- Flüssige Kohlungsmittel: Salzschnmelzen aus Zyanid ( $Ba(CN)_2$  oder  $NaCN$ )

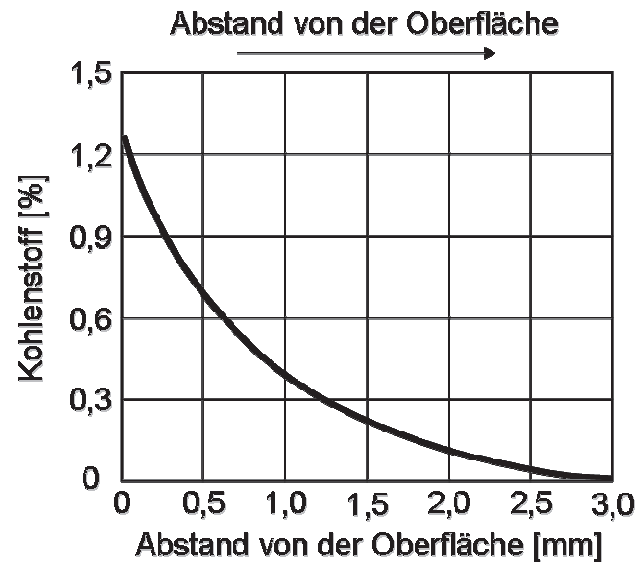


- Gasförmige Kohlungsmittel: Hat die größte technische Bedeutung, da sie sich am besten für den Serienprozess eignen. Medien sind Kohlenwasserstoffe wie Methan, die über die glühende Stahloberfläche geleitet werden.



Die Aufkohlungsgeschwindigkeit beträgt je nach Einsatzmittel etwa 0,1 bis 0,3 mm/h, die übliche Einsatziefe 0,5 bis 2 mm. Der angestrebte Kohlenstoffgehalt in der Randschicht ist 0,8 %. [5]

Die Diffusion erfolgt durch die temperaturabhängige Wanderung des Kohlenstoffs von der Oberfläche in Richtung Kern (welcher normalerweise den Basiskohlenstoffgehalt der Legierung beibehält). (Abb. 4.2) [6]



**Abb. 4.2:** Diffusion von Kohlenstoff in Eisen zum Einsatzhärten [6]

Dieser statistische Vorgang kann mit Hilfe des 2. Fick'schen Gesetzes beschrieben werden:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -D \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad \text{Glg. (4.5)}$$

Durch Glg. (4.5) wird der Zusammenhang zwischen der zeitlichen und örtlichen Kohlenstoffkonzentration  $c$  [mol/m<sup>3</sup>] dargestellt. Die Variable  $x$  [m] ist hierbei der Abstand von der Oberfläche in Richtung des Kerns und der Diffusionskoeffizient  $D$  [m<sup>2</sup>/s] ist ein Maß für das Wanderungsbestreben der C-Atome. [4]

Aus der Diffusionsgleichung ergibt sich ein einfacher Ausdruck zur Abschätzung des mittleren Diffusionsweges  $x_m$  nach der Zeit  $t$ , bei der die Konzentration auf die Hälfte der Randkonzentration abgefallen ist (Halbwertskonzentration):

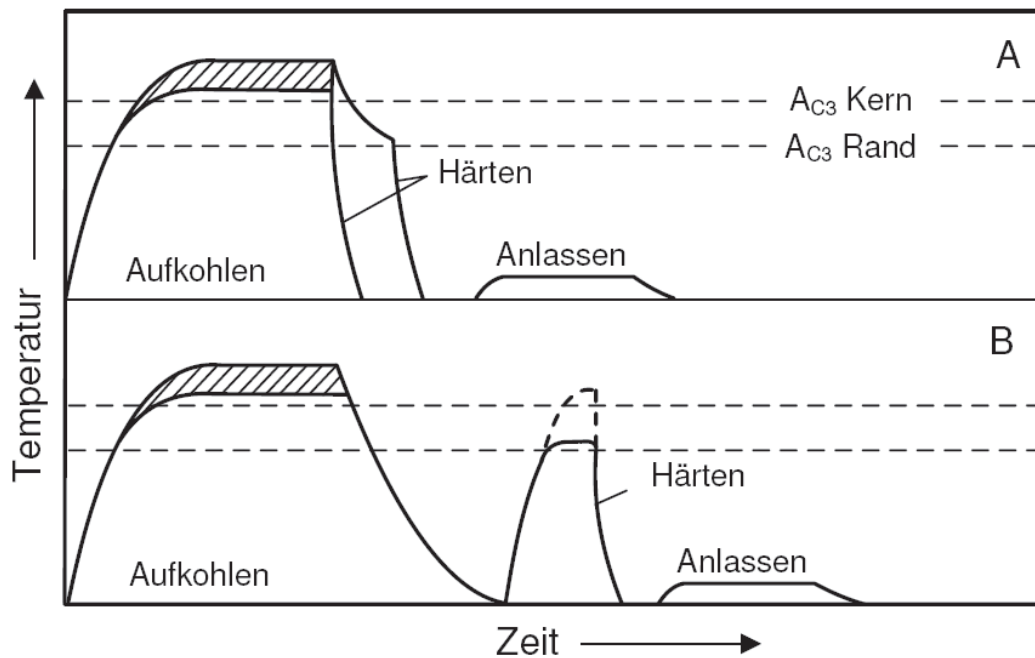
$$x_m = \sqrt{2 \cdot D \cdot t} \quad \text{Glg. (4.6)}$$

Glg. (4.6) zeigt, dass für eine Verdopplung der Aufkohlungstiefe, eine viermal so lange Aufkohlungszeit von Nöten ist. [6]

## Härten und Anlassen

Durch das Aufkohlen und somit einer Erhöhung des C-Gehaltes ist die Randschicht härter geworden. Durch eine anschließende Härtung entsteht ein martensitisches Gefüge in der randnahen Zone. Da die Zahnräder nach der Einsatzbehandlung praktisch aus zwei unterschiedlichen Werkstoffen bestehen, besitzen diese auch unterschiedliche Härtetemperaturen. Im Anschluss an das Härten erfolgt ein Anlassen, um den zunächst sehr harten Martensit in der Randschicht wieder mehr Duktilität zu geben.

Erfolgt ein Abschrecken direkt aus der Einsatztemperatur, so spricht man von der so genannten Direkthärtung (Abb. 4.3 A). Verwendet man keine feinkörnigen Einsatzstähle ist hierbei ein Nachteil die Entstehung eines grobkörnigen Kerns und eines grobkörnigen Martensits am Rand, da von einer zu hohen Temperatur abgeschreckt wurde. [7], [8]



**Abb. 4.3:** Temperatur-Zeit-Verläufe für das Direkthärten A und das Einfachhärten B [7]

Bei der Einfachhärtung (Abb. 4.3 B) erfolgt nach dem Aufkohlen ein Abkühlen auf Raumtemperatur, heizt das Bauteil anschließend auf die entsprechende Härtetemperatur wieder auf und schreckt anschließend ab. Dadurch ergibt sich ein normalisiertes Gefüge mit einer guten Zähigkeit im Kern. [7], [8]

### 4.3. Werkstoffauswahl

Die für das Einsatzhärten geeigneten Einsatzstähle weisen im Allgemeinen einen Kohlenstoffgehalt von 0,1% bis 0,25% auf (nicht höher um eine ausreichende Zähigkeit des Kerns sicher zu stellen), werden im Randbereich auf 0,6% bis 1,2% aufgekohlt und anschließend gehärtet. Die anschließende Anlassbehandlung bei Temperaturen von 150 bis 200°C dient zur Vermeidung von zu hoher Sprödigkeit. Für die in dieser Arbeit verwendeten Zahnräder der FZG-C Verzahnung wird der Einsatzstahl 20MnCr5 verwendet. Das Umwandelungsgeschehen des Gefüges in Abhängigkeit der Zeit und Temperatur wird in Zeit-Temperatur-Umwandlungsschaubildern (ZTU-Schaubilder) dargestellt (Abb. 4.4). [4], [7]

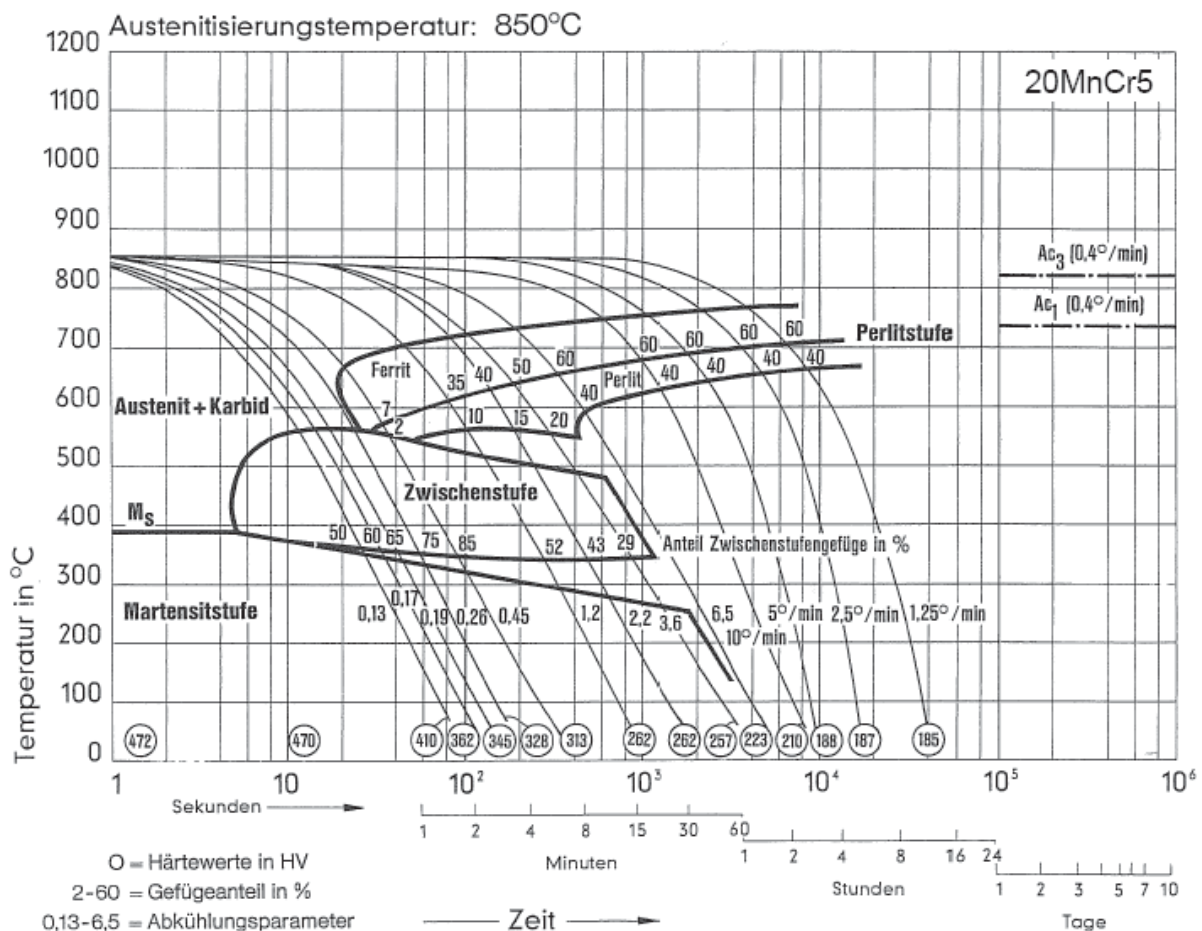


Abb. 4.4: Kontinuierliches ZTU-Schaubild für den Einsatzstahl 20MnCr5 [7]

Um ein kontinuierliches ZTU-Schaubild zu erhalten werden die Proben nach entsprechenden vorgegebenen Abkühlkurven mit unterschiedlichen Abkühlintensitäten abgeschreckt. Die angegebenen Härtewerte und die Angaben über die Menge des umgewandelten Gefüges beziehen sich hierbei auf Proben mit so geringer Masse, dass die Temperaturänderungen über den ganzen Körper fast zur Gänze dieselben sind. Bei realen, größeren Bauteilen ist es notwendig die unterschiedliche Abkühlgeschwindigkeit zwischen Rand und Kern zu berücksichtigen. [4]

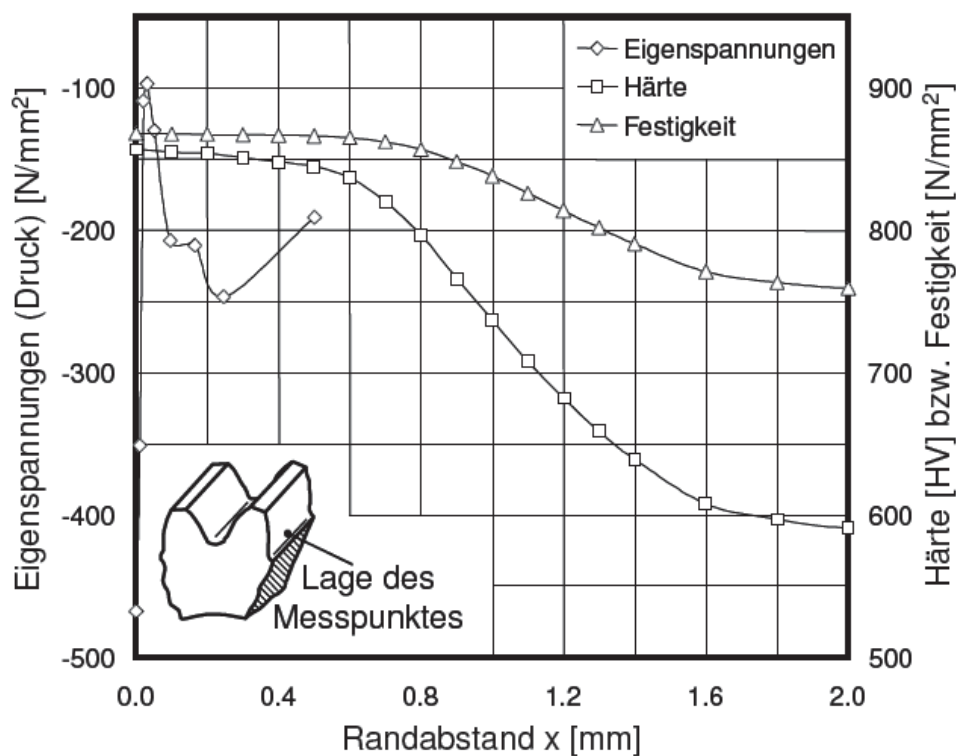
Im Allgemeinen wird zwischen drei Umwandlungsstufen des Austenits unterschieden:

- Perlitstufe: Durch eine synchrone Diffusion von Eisen- und Kohlenstoffatomen in verschiedenen Bereichen des Austenitkorns erhält man eine Umverteilung des Kohlenstoffs. Wird die Umwandlungstemperatur unterschritten wandeln sich kohlenstoffarme Gebiete zu Ferrit und die kohlenstoffreichen Gebiete zu Perlit um.
- Zwischenstufe: Bei Erhöhung der Abkühlgeschwindigkeit wird die Diffusionsfähigkeit der Eisenatome unterdrückt und lediglich die kleineren Kohlenstoffatome können im Austenitkorn diffundieren. Das entstehende Zwischenstufengefüge (Bainit) ist gekennzeichnet durch feinverteilte Zementitteilchen in einer ferritischen Matrix.
- Martensitstufe: Bei einer ausreichend hohen Abkühlgeschwindigkeit ist eine Diffusion des Kohlenstoffs nicht mehr möglich. Somit ist die Umwandlung in diese Stufe durch ein diffusionsloses Umklappen des kfz-Gitters (Austenit) in ein krz-Gitter ( $\alpha$ -Mischkristall) gekennzeichnet. Das entstandene Gefüge hat durch die Übersättigung des  $\alpha$ -Mischkristalls mit Kohlenstoff, wodurch hohe Spannungen im Gitter resultieren, eine hohe Härte und Festigkeit und wird als Martensit bezeichnet.

Die Grenze zwischen den diffusionsgesteuerten Umwandlungen (Perlit- und Zwischenstufe) sowie der diffusionslosen Umwandlung (Martensitstufe) kann im kontinuierlichen ZTU-Schaubild durch die kritische Abkühlgeschwindigkeit  $v_{krit}$  beschrieben werden. Wird diese überschritten und gleichzeitig die Umwandlungstemperatur  $M_S$  unterschritten, so wird ausschließlich Martensit gebildet. [7]

#### 4.4. Resultierende Bauteileigenschaften

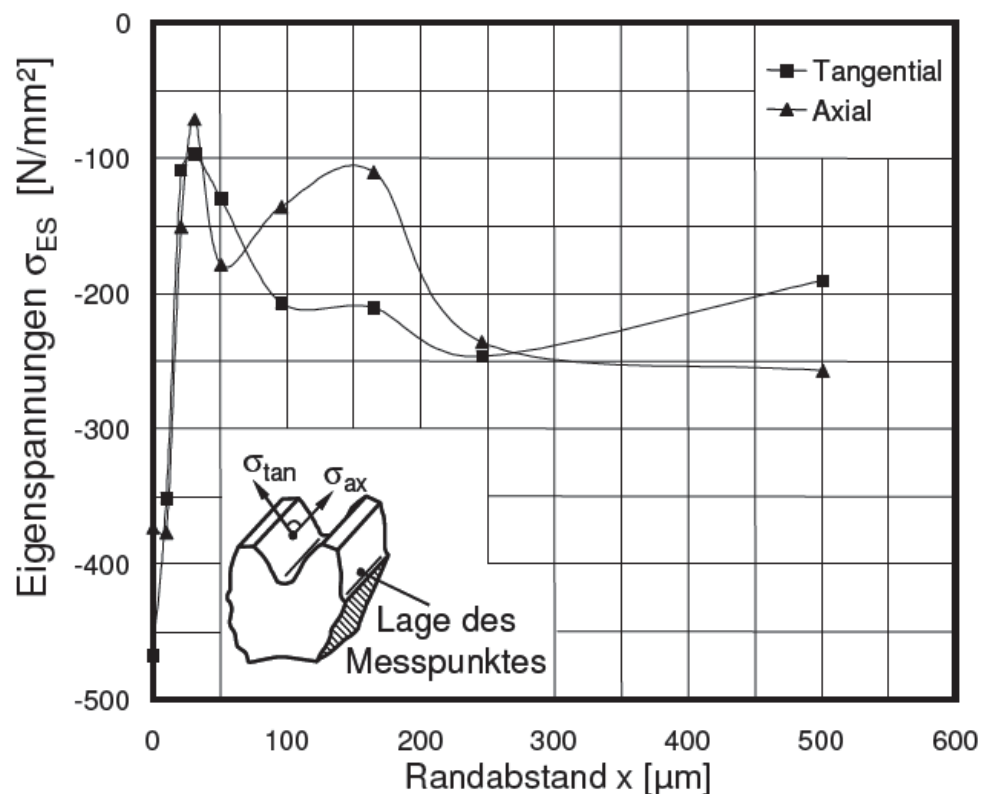
Der wesentliche Vorteil einsatzgehärteter Zahnräder gegenüber anderen Wärmebehandlungen ist eine hervorragende Zahnfuß- und Flankentragfähigkeit bei gleichzeitig guter Zähigkeit im Kern. In vielen Anwendungen kann durch eine Erhöhung der Zahnfußtragfähigkeit die Leistungsdichte von Getrieben verbessert werden, wodurch sich Bauräume sowie Bauteilmassen und somit Produktkosten reduzieren lassen. Die Tragfähigkeit hängt im Wesentlichen, durch die vom Einsatzhärteprozess resultierenden charakteristischen Randschichteigenschaften ab. (Abb. 4.5) [9]



**Abb. 4.5:** Charakteristische Randschichteigenschaften einsatzgehärteter Zahnräder [9]

Beim Einsatzhärten wird durch die Prozessschritte Aufkohlen – Abschreckhärten – Anlassen zum einen ein charakteristischer Eigenspannungsverlauf in der Randschicht induziert, der während des Abschreckens auf Grund der Gefügeumwandlungsprozesse entsteht. Zum anderen liegt in der aufgekohlten Randschicht ein Festigkeitsprofil mit der maximalen Festigkeit an der Bauteiloberfläche vor. Diese fällt dann ungefähr proportional zum Härteverlauf ab, bis die Kernfestigkeit des nicht aufgekohlten Grundmaterials erreicht ist. [9]

Ein wesentlicher Faktor für die Erhöhung der Tragfähigkeit im Zahnfuß stellt die Entstehung von Eigenspannungen dar. Die Martensitbildung in der Randschicht führt zu einer Volumenzunahme, wodurch sich lokale Druckeigenspannungen aufbauen. Zusätzlich zu diesen entstehen durch die hohen Abkühlgeschwindigkeiten große Temperaturunterschiede zwischen den oberflächennahen Zonen und der Kernzone, wodurch thermische Druckeigenspannungen in der Randschicht auftreten. Diese wirken der im Betrieb auftretenden Biegespannung entgegen und verschieben die Anrissbildung zu höheren Spannungsniveaus. Eigenspannungsverläufe über der Randschichttiefe können mit röntgenografischen Verfahren gemessen werden. In Abb. 4.6 ist ein typischer Eigenspannungsverlauf im Zahnfuß eines einsatzgehärteten Zahnrades zu sehen. [4], [9]



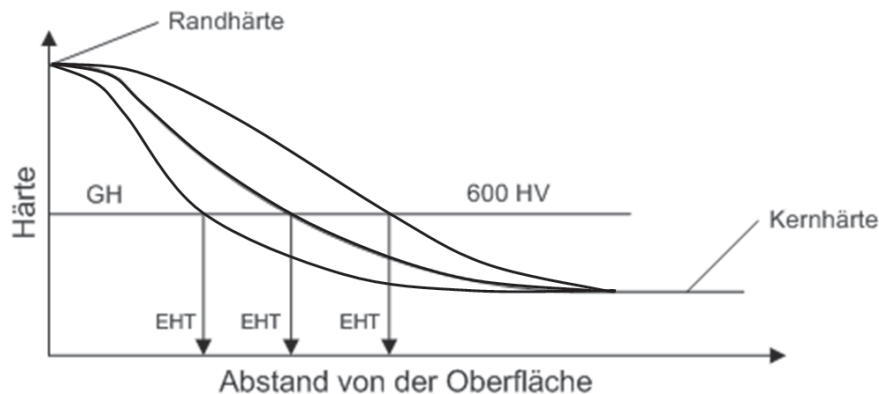
**Abb. 4.6:** Typischer Verlauf der tangentialen und axialen Eigenspannungen über den Randabstand eines einsatzgehärteten Zahnrades [9]

Die Eigenschaften einsatzgehärteter Zahnräder können durch einige verschiedene Parameter mehr oder weniger stark beeinflusst werden. Die wichtigsten dabei sind die Einsatzhärte, die Kern- und Randhärte, der Kohlenstoffgehalt in der Randschicht, die chemische Zusammensetzung, die Korngröße, die Randoxidation, der Restaustenitanteil und der Eigenspannungszustand. [4]



## 4.5. Empfehlungen zur Einsatzhärtetiefe

Als charakteristische Kenngröße beim Einsatzhärten gilt die Einsatzhärtetiefe, kurz EHT. In Abb. 4.7 sind drei unterschiedliche Härteverläufe über den Abstand von der Oberfläche dargestellt. Bei einer Grenzhärte (GH) von 600 HV<sub>1</sub> (der Eindruck für die Härtemessung erfolgt bei einer Belastung von 10 N) ergeben sich dadurch verschiedene Einsatzhärtetiefen bei sonst gleicher Rand- und Kernhärte. [10]



**Abb. 4.7:** Ermittlung der Einsatzhärtetiefe [10]

In der Literatur existieren vielfach Richtlinien und Empfehlungen zur geeigneten Wahl der Einsatzhärtetiefe bei Zahnrädern. Die Angaben basieren meist auf praktischen Erfahrungen und/oder experimentellen Ergebnissen, sowie theoretischen Untersuchungen. Abhängig ob sich die Werte in Bezug auf die Zahnfuß- oder Zahnflankentragfähigkeit beziehen werden sie in der Regel auf den Modul  $m_n$  bzw. auf den Ersatzkrümmungsradius um Wälzpunkt  $\rho_c$  angegeben. [11], [12]

Die in Abschnitt 6.2.5 angegebenen zulässigen Festigkeitswerte für die Zahnfuß- und Flankentragfähigkeit von einsatzgehärteten Einsatzstählen (Abb. 6.4 und Abb. 6.5) werden durch Pulsator- und Laufversuche an Referenzstirnrädern ermittelt und sind von der Werkstoffqualität sowie der Oberflächen- und Kernhärte abhängig. Die hierbei angegebenen Werte beziehen sich auf eine Einsatzhärtetiefe von  $0,15 \cdot m_n$  bei 600 HV<sub>1</sub>. Als optimale EHT empfiehlt DIN 3990-5 die nach Rösch [13] ermittelten Werte. Durch Rösch [13] wurden zur Ermittlung der idealen Einsatzhärtetiefe Grundlagenversuche der typischen Biege- und Wälzbeanspruchung bei Zahnrädern durchgeführt. Als Prüfkörper dienten geradzahnnte Stirnräder und Rollen aus 16MnCr5 für Pulsator-, Lauf- und Rollenversuche mit Einsatzhärtetiefen von 0,15 bis 1,6 mm. [10]

Durch den Vergleich der Ergebnisse beider Beanspruchungsformen wurde ersichtlich, dass sich eine bestimmte EHT unterschiedlich auf die Zahnfuß- und Zahnflankentragfähigkeit auswirkt. Das Maximum der Tragfähigkeit ist im Zahnfuß bei bedeutend geringeren EHT als an der Zahnflanke erreichbar. Der Bereich der bestmöglichen EHT in Bezug auf die Zahnfußtragfähigkeit liegt nach Rösch [13] bei etwa 0,1 bis 0,2  $m_n$ . (Abb. 4.8)

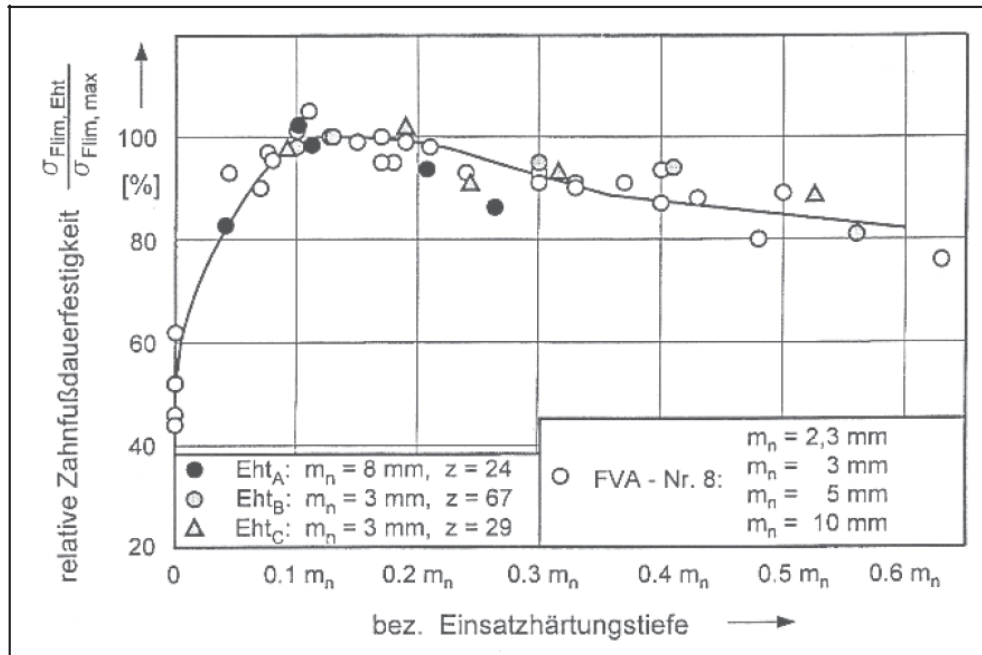


Abb. 4.8: Einfluss der EHT auf die Zahnfußtragfähigkeit bei Stirnrädern [13]

Für die Zahnflankentragfähigkeit ist ein starker Abfall bei Unterschreiten einer bestimmten Grenz-EHT gegeben. Nach Rösch [13] gilt Glg. (4.7) zur Ermittlung der Grenz-EHT bei 550 HV1:

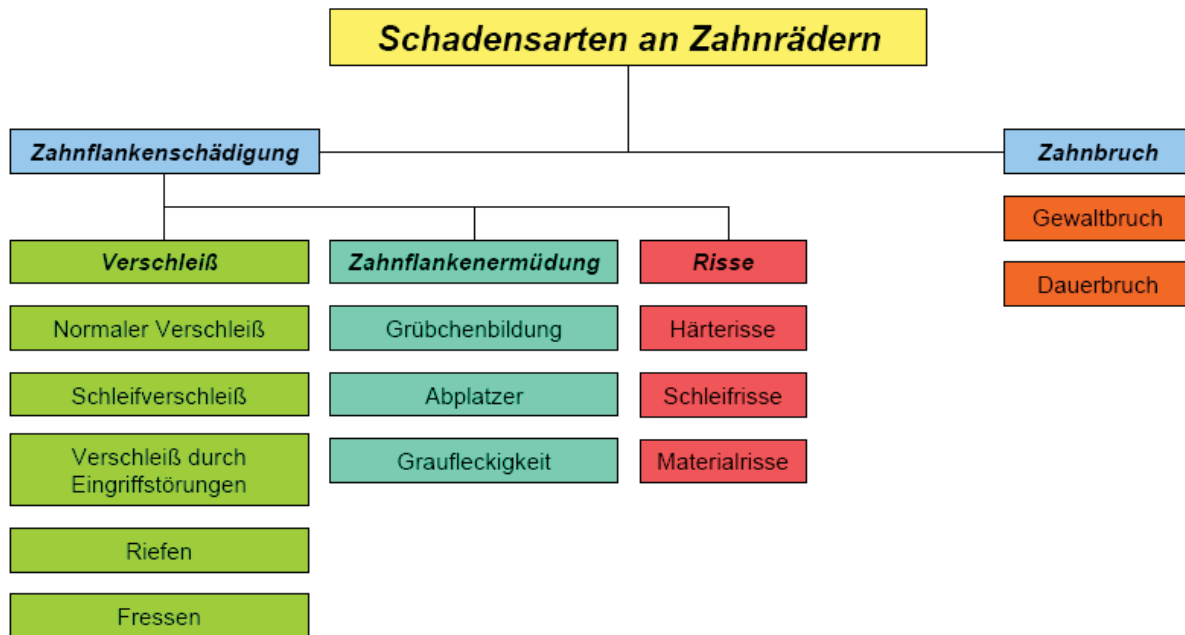
$$X_{Grenz} = \frac{\rho_c + 10}{25} \pm 0,15 \text{ mm} \quad \text{Glg. (4.7)}$$

Daraus ist ersichtlich, dass sie nur von der Größe des Krümmungsradius im Wälzpunkt  $\rho_c$  abhängig ist. Die nach DIN 3990-5 [19] angegebenen Tragfähigkeitswerte gelten ausschließlich bei Einhaltung dieser Grenz-EHT bei 550 HV1.

## 5. Beanspruchung der Zähne

### 5.1. Schadensarten an Zahnrädern

Die Schadensarten lassen sich nach DIN 3979 [14] wie folgt unterscheiden (Abb. 5.1):



**Abb. 5.1:** Schadensarten an Zahnradgetrieben

### 5.2. Zahnflankenschädigung

#### 5.2.1. Verschleiß

Verschleiß ist der fortschreitende Materialverlust aus der Oberfläche eines Körpers, der beim Gleiten zweier Körper aufeinander auftritt. Beim Einlaufen neuer Zahnräder ist dies ein Mechanismus, der die Mikrotopographie der Oberfläche umgestaltet und optimiert. Die Rauigkeitsspitzen werden abgetragen wodurch die, durch die Herstellung vorhandene Oberflächenstruktur allmählich verschwindet. (Abb. 5.2)

##### *Normaler Verschleiß*

Zu jedem Betriebszustand des Zahnrades gehört eine Rauigkeitsstruktur, die einen energetisch optimalen Zustand darstellt. Es entsteht eine glatte glänzende Oberfläche, die die ordnungsgemäße Funktion des Zahnrades nicht beeinträchtigt.

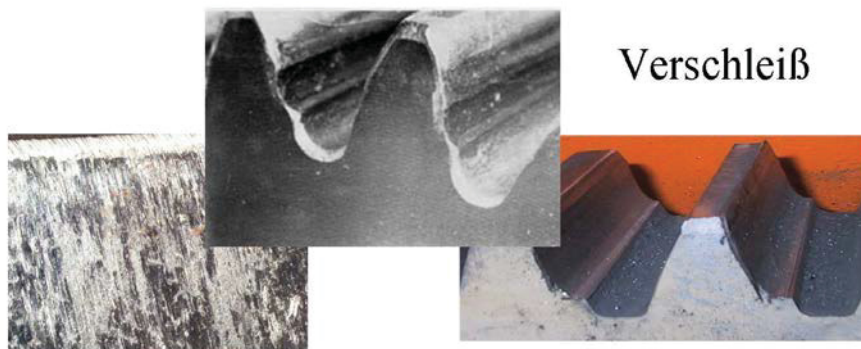
### *Schleifverschleiß bzw. abrasiver Verschleiß*

Durch kleinste Teile wie Schleifstaub, Luftverunreinigungen oder andere abrasive Fremdkörper im Öl entsteht infolge der Gleit- und Wälzbewegung der Zahnflanken eine Läppwirkung. Die Oberflächen der Zahnflanken zeigen ein mattes hellgrau, ähnlich geläppten Oberflächen. Sind jedoch harte kristalline Verschmutzungen im Öl kann die Oberfläche Kratzer aufweisen.

### *Verschleiß durch Eingriffsstörungen*

Bei starker Unterschreitung des vorgegebenen Achsabstandes, oder falscher geometrischer Dimensionierung der Verzahnung, können Gebiete am Zahnfuß in Eingriff kommen, die nicht mehr als Evolventenflanke ausgebildet sind.

Zwischen der Kopfkante eines Zahnes und der Zahnfußausrundung des zugehörigen Gegenradzahnes entstehen hohe Pressungen, wodurch der Zahnkopf- bzw. Zahnfuß abgeschabt oder abgerundet wird.



**Abb. 5.2:** Verschleiß von Zahnrädern [15]

### *Riefen*

Riefen sind glatte, strichartige Vertiefungen, die bis zum Kopf bzw. Beginn oder Ende des Eingriffs am Fuß durchlaufen und eine Rauhtiefe von etwa 3 bis 5  $\mu\text{m}$  quer zur Riefenrichtung aufweisen. Grund dafür sind hohe Belastungen der Zahnflanken, wobei kleine Fremdkörper und Rauheitsspitzen der Gegenflanke in die Zahnflanke gedrückt werden und durch die Gleitbewegung rillenartige Vertiefungen (Riefen) hervorrufen.

## Fressen

Beim Vorgang des Fressens versagt die Schmierung zwischen den Zahnflanken, so dass die metallischen Flächen direkt aufeinander reiben und dies zu kurzen Verschweißungen der Flanken führen kann. Man unterscheidet zwei Arten:

1. Kaltfressen tritt bei niedrigen Umfangsgeschwindigkeiten ( $< 4$  m/s), hohen Pressungen und meist an vergüteten Zahnradern mit grober Verzahnungsqualität auf. Der Schmierfilm reißt hierbei durch zu geringe Umfangsgeschwindigkeit ab.
2. Warmfressen entsteht überwiegend bei schnell laufenden ( $> 4$  m/s), hoch belasteten und gehärteten Zahnradern. Durch diese Faktoren steigt die Temperatur, dadurch reißt der Schmierfilm ab und die Zahnflanken können örtlich miteinander verschweißen.

Darauf folgt unmittelbar das Trennen der Flanken und es bilden sich Riefen und Fressmarken (streifenförmig, aufgeraute Bänder auch *gallings* genannt) in Zahnhöhenrichtung mit stärkster Ausprägung am Zahnkopf und Zahnfuß, welche zusätzlich zu einer Temperaturerhöhung beitragen. (Abb. 5.3)

Die thermische Belastung kann soweit gehen, dass im Extremfall der ganze Zahn wegfließt.

Das Fressen kann durch geeignete Werkstoffwahl, sorgfältige Wartung und Schmierung (hohe Schmierstoffviskosität und geeignete Extreme Pressure EP -Additive), klein halten der relativen Gleitgeschwindigkeiten (kleinerer Modul, gleich lange Kopf- und Fußeingriffsstrecken) und ordnungsgemäßen Einlaufen des Getriebes, weitgehend vermieden werden. [16], [2]

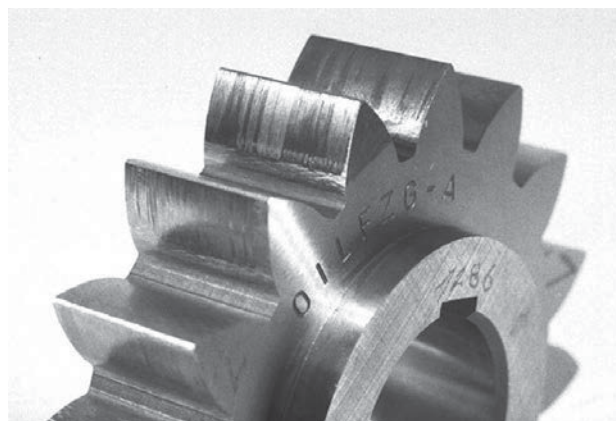


Abb. 5.3: Fressen (gallings) [17]

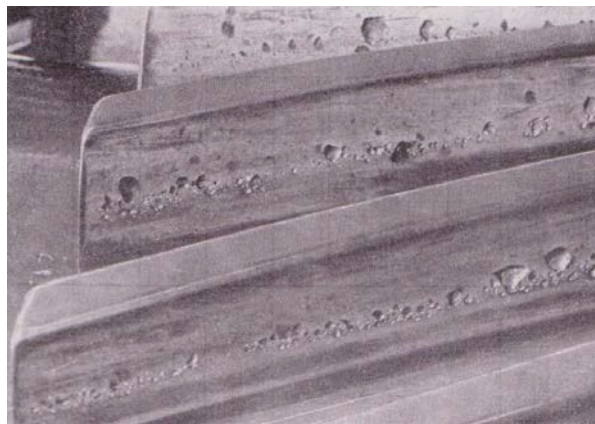
## 5.2.2. Zahnflankenermüdung

### Grübchenbildung (*pittings*)

Bei zu hoher Pressung zwischen den bei der Kraftübertragung miteinander in Eingriff kommenden Zähnen, entstehen nach längeren Laufzeiten, grubchenartige Vertiefungen (*pittings*), die vorwiegend im Bereich zwischen Fuß- und Wälzkreis bei negativem Schlupf des treibenden Ritzels auftreten.

Die Grübchenbildung (Abb. 5.4) ist eine Ermüdungserscheinung des Werkstoffes als Folge dauernder Be- und Entlastungen. Es entstehen dabei zunächst kleine Anrisse, die sich dann zu Poren entwickeln (siehe Graufleckigkeit) und schließlich zu grubchenartigen Vertiefungen führen. Bei vergüteten Zahnrädern sind die Grübchen kleiner, zahlreicher und über die Zahnbreite verteilt, wenn die Zähne in der Breite gleichmäßig tragen.

Kleine Einlaufgrübchen entstehen durch örtliche Überlastung. Wenn die Überlastung abgebaut ist, kommen sie zum Stillstand und sind dann unschädlich. Sie werden dann als unzulässig angesehen, wenn sie sich bei unveränderten Betriebsverhältnissen mit wachsender Laufzeit vergrößern.



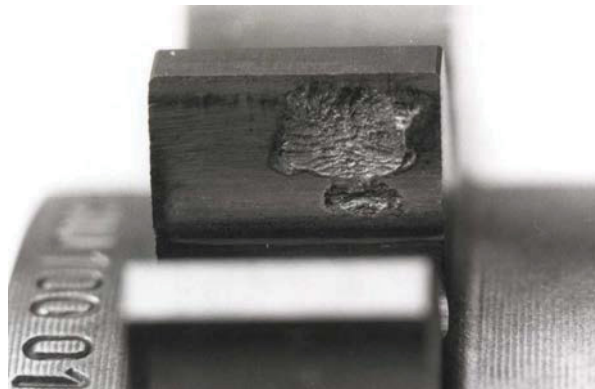
**Abb. 5.4:** Grübchenbildung (*pittings*) [16]

Bei einsatzgehärteten Zahnrädern findet man meist nur einzelne Grübchen, die bei höherer Überlastung bis zum Zahnkopf hin wachsen und so weitergehende Ausbrüche am Zahn zur Folge haben (siehe *Abplatzer*).

Einflussgrößen sind die Flankenrauheit, Schmierstoffviskosität, Einsatzhärtetiefe, Schlupf und Umfangsgeschwindigkeit.

### *Abplatzer (spallings)*

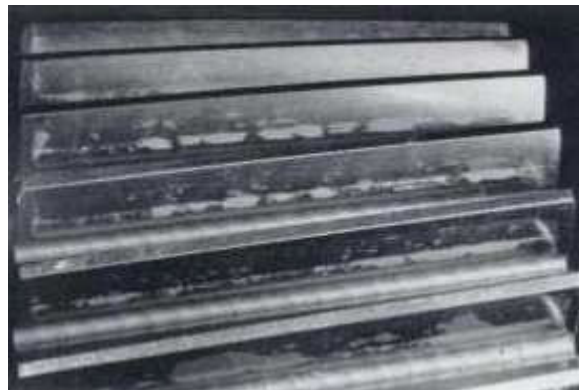
Bei oberflächengehärteten Zahnrädern können, durch fehlerhaften Werkstoff, Mängel in der Wärmebehandlung oder Eigenspannungen infolge zu starker Wärmeentwicklung beim Verzahnungsschleifen, durch scheinbar den gleichen Ursachen wie bei der Grübchenbildung (Anrisse, Poren), großflächige, sprödebrüchige Flankenausbrüche entstehen, die meist tiefer als die Grübchen sind und unter die Härteschicht reichen. (Abb. 5.5)



**Abb. 5.5:** Abplatzer (spallings) [17]

### *Graufleckigkeit (frosted areas, micro-pittings)*

Bei Geschwindigkeiten  $< 10$  m/s kann man einen schmierstoffbedingten Schaden, in Form von matt erscheinenden Flächen die aus Poren bestehen, beobachten. Sie treten bei Flankenbeanspruchungen unterhalb der Grübchenfestigkeit auf, führen großflächig zu Flankenformabweichungen und begünstigen die Grübchenbildung. (Abb. 5.6) [16]



**Abb. 5.6:** Graufleckigkeit (micro-pitting) [18]

### 5.2.3. Risse

#### *Härterisse*

Härterisse bzw. Zugspannungsrisse treten im insbesondere beim Flamm- oder Induktionshärten als Folge zu hoher Härte, zu schroffer Abschreckung und ungenügendem Spannungsarmglühen auf.

#### *Schleifrisse*

Durch falsche Schleiftechnik (zu starke Erwärmung beim Schleifen) oder falsche Wärmebehandlung entstehen feine Risse, die meist ein bestimmtes Muster bilden und sehr fein sind.

#### *Materialrisse*

In vielen Fällen ein einziger Riss, welcher über den gesamten Querschnitt des Rades und / oder in größere Tiefe reicht. Materialrisse resultieren aus Einschlüssen von Schlacke oder anderen nichtmetallischen Verunreinigungen. [2]



### 5.3. Zahnbruch

Im Allgemeinen resultiert aus dem Bruch eines Zahnes der Totalausfall des Getriebes. Zahnbruch tritt vorwiegend an oberflächengehärteten Zähnen auf und man unterscheidet hierbei folgende Arten (Abb. 5.7):

- **Gewaltbruch** wird durch selten vorkommende, extreme Überlastungen wie Blockieren oder Kurzschlüsse verursacht. Die entstehende Bruchfläche ist vorwiegend über den ganzen Fußquerschnitt rau und zerklüftet.
- **Dauerbruch** tritt als Folge wiederholten Überschreitens der dauerfest ertragbaren Belastung auf. Es entsteht die typische, durch Mikrobewegungen der beiden aufeinander liegenden Bruchflächen erzeugte, feinkörnige Dauerbruchfläche mit ihren Rastlinien während niedrigerer Belastungen und einer Gewalt-Restbruchfläche, deren Querschnitt so klein ist, dass sie unter Dauerfestigkeitslast plötzlich versagt.

Bei Verzahnungen mit großer Überdeckung kann bei Zahnbrüchen, in seltenen Fällen (wird in der Automobilindustrie nicht angewendet), nach sorgfältigem Entfernen der ausgebrochenen Teile, eingehender Untersuchung des Schadensumfanges und Abrundung der Bruchgrenzen, der Betrieb mit verringerter Belastung fortgeführt werden. Die Berechnung erfolgt mittels der Zahnfußtragfähigkeit. [2]

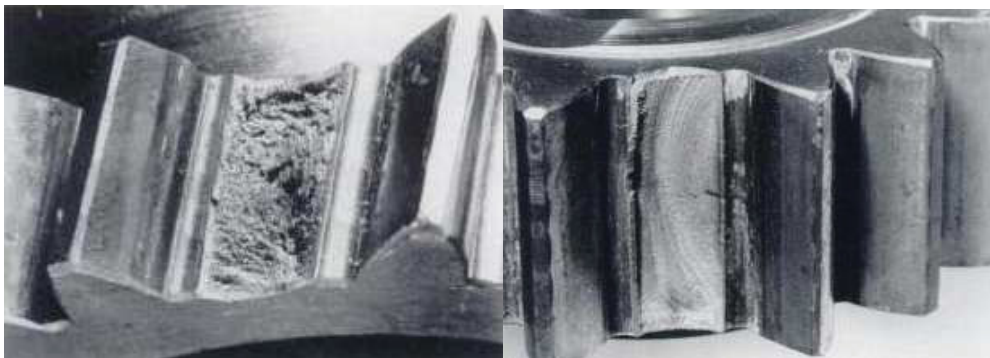
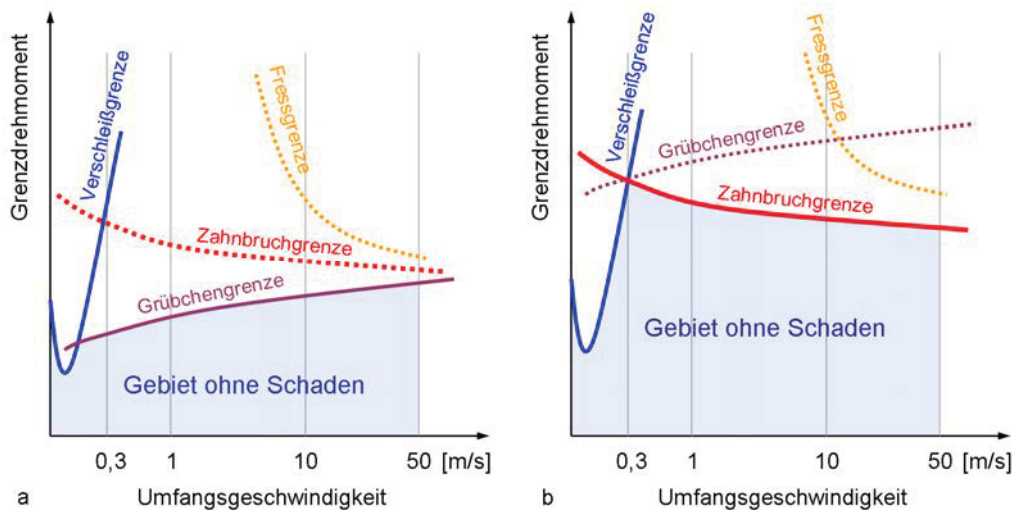


Abb. 5.7: Gewaltbruch (links) und Dauerbruch (rechts) eines Zahnes [18]

## 6. Tragfähigkeitsberechnung

### 6.1. FZG Tragfähigkeitsgrenzen



**Abb. 6.1:** Haupttragfähigkeitsgrenzen , a) für Zahnräder aus Vergütungsstahl ; b) für oberflächengehärtete Zahnräder [16]

Abb. 6.1 zeigt an einem Beispiel die unterschiedlichen Tragfähigkeitsgrenzen in Abhängigkeit des Grenzdrehmomentes und der Umfangsgeschwindigkeit auf. Oberflächengehärtete Zahnräder ertragen im Vergleich zu Zahnrädern aus Vergütungsstahl höhere Grenzdrehmomente, woraus auch eine Veränderung der Lage und Art (von Grübchen auf Zahnbruch) der kritischen Tragfähigkeitsgrenze resultiert.

### 6.2. Analytische Tragfähigkeitsberechnung nach DIN 3990

#### 6.2.1. Allgemein

Die Tragfähigkeitsberechnung nach DIN 3990 [19] enthält die Berechnungsgrundlagen mit den allgemeinen Einflussfaktoren.

Die Berechnung umfasst folgende Tragfähigkeitsgrenzen:

- Grübchenbildung (DIN 3990 Teil 2)
- Zahnbruch (DIN 3990 Teil 3)
- Fressen (Warmfressen) (DIN 3990 Teil 4)

In dieser Arbeit werden im Weiteren nur die Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit nach DIN 3990 Teil 3, sowie die erforderlichen Einflussfaktoren nach DIN 3990 Teil 1 behandelt.

### 6.2.1.1. Methoden zur Bestimmung der Tragfähigkeiten

**Methode A:** Die Faktoren werden durch sorgfältige Messungen und/oder sorgfältige Systemanalysen bestimmt.

**Methode B:** Es wird die vereinfachende Annahme getroffen, dass jedes Zahnpaar ein elementares Massen- und Federsystem bildet, das die kombinierten Massen des Ritzels und des Rades umfasst. Der Einfluss anderer Stufen des Getriebes wird nicht in Betracht gezogen.

**Methode C:** Der Einfluss anderer Stufen des Getriebes wird nicht in Betracht gezogen. Das Radpaar arbeitet im unterkritischen Drehzahlbereich, die Räder sind Vollräder aus Eisenwerkstoffen, der Eingriffswinkel ist 20°.

**Methode D:** Es gelten die vereinfachenden Annahmen wie für Methode C, jedoch mit einer konstanten Linienbelastung von 350 N/mm. [19]

### 6.2.2. Zahnfußtragfähigkeitsberechnung nach DIN 3990 Teil 3 Methode B

#### 6.2.2.1. Berechnung der auftretenden Zahnfußspannung

Die Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit basiert auf der maximalen Zahnfußspannung  $\sigma_F$  im kritischen Querschnitt. Die auftretende Zahnfußspannung und die zulässige Zahnfußspannung müssen getrennt für Ritzel und Rad berechnet werden. [19]

$$\sigma_F = \sigma_{F0} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \leq \sigma_{FP} \quad \text{Glg. (6.1)}$$

$\sigma_{F0}$	Zahnfußnennspannung [N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_{FP}$	zulässige Zahnfußspannung [N/mm <sup>2</sup> ]
$K_A$	Anwendungsfaktor [-]
$K_V$	Dynamikfaktor [-]
$K_{F\beta}$	Breitenfaktor [-]
$K_{F\alpha}$	Stirnfaktor [-]

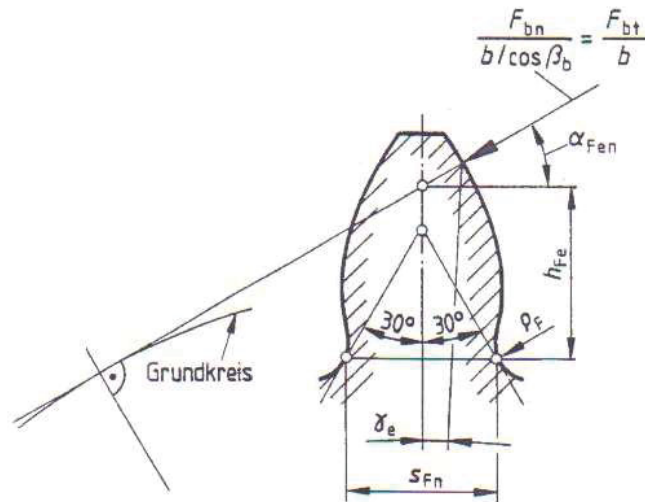
Die **Zahnfußnennspannung**  $\sigma_{F0}$  errechnet sich mit

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta \quad \text{Glg. (6.2)}$$

- $F_t$     Nenn-Umfangskraft am Teilzylinder im Stirnschnitt [N]
- $b$       Zahnbreite [mm]
- $m_n$     Modul im Normalschnitt (bei geradverzahnten Rädern:  $m_n = m$ ) [mm]
- $Y_F$     Formfaktor [-]
- $Y_S$     Spannungskorrekturfaktor [-]
- $Y_\beta$     Schrägungsfaktor [-]

**Formfaktor  $Y_F$**

$Y_F$  berücksichtigt den Einfluss der Zahnform auf die Biege-Nennspannung für einen Kraftangriff im äußeren Einzelangriffspunkt. (Abb. 6.2) [19]



**Abb. 6.2:** Festlegung des Berechnungsquerschnittes mit Zahnbelastung [19]

$$\text{Formfaktor } Y_F = \frac{6 \cdot \frac{h_{Fe}}{m_n} \cdot \cos(\alpha_{Fen})}{\left(\frac{S_{Fn}}{m_n}\right)^2 \cdot \cos(\alpha_n)} \quad \text{Glg. (6.3)}$$

### Spannungskorrekturfaktor $Y_S$

Mit  $Y_S$  rechnet man die Biege-Nennspannung auf die örtliche Zahnfußspannung um.  $Y_S$  erfasst damit die spannungserhöhende Wirkung der Kerbe (Fußrundung) und berücksichtigt dabei, dass am Zahnfuß nicht nur Biegespannungen auftreten. [19]

$$Y_S = (1,2 + 0,13 \cdot L) \cdot q_S^{\frac{1}{(1,21+2,3/L)}} \quad \text{mit} \quad L = \frac{S_{Fn}}{h_{Fe}} \quad \& \quad q_S = \frac{S_{Fn}}{2 \cdot \rho_F} \quad \text{Glg. (6.4)}$$

### Schrägenfaktor (Zahnfuß) $Y_\beta$

$Y_\beta$  berücksichtigt den Unterschied in der Zahnfußbeanspruchung zwischen der Schrägverzahnung und der zunächst für die Berechnung zugrunde gelegten Ersatz-Geradverzahnung im Normalschnitt. Damit wird der Einfluss der schräg über die Flanke verlaufenden Berührlinien erfasst. [19]

$$Y_\beta = 1 - \varepsilon_\beta \cdot \frac{\beta}{120^\circ} \quad \text{Glg. (6.5)}$$

$\beta$ ... Schrägungswinkel am Teilzylinder [°]

$\varepsilon_\beta$ ... Sprungüberdeckung [-]

### 6.2.2.2. Berechnung der zulässigen Zahnfußspannung

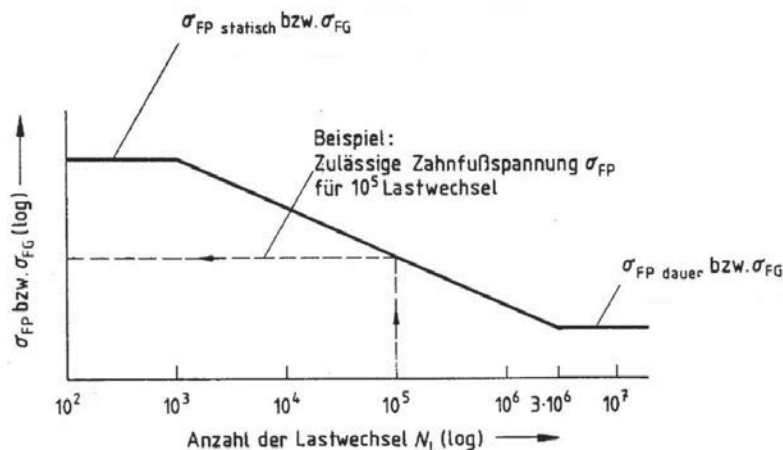
Die Bestimmung der zulässigen Zahnfußspannung für die Dauerfestigkeit und statische Festigkeit erfolgt nach folgender Gleichung: [19]

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F \text{ lim}} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F \text{ min}}} \cdot Y_{\delta \text{ rel T}} \cdot Y_{R \text{ rel T}} \cdot Y_X = \frac{\sigma_{FG}}{S_{F \text{ min}}} \quad \text{mit} \quad \sigma_{FE} = \sigma_{F \text{ lim}} \cdot Y_{ST} \quad \text{Glg. (6.6)}$$

- $\sigma_{FP}$             zulässige Zahnfußspannung [N/mm<sup>2</sup>]
- $\sigma_{F \text{ lim}}$         Dauerfestigkeit der Zahnfußbiegenennspannung [N/mm<sup>2</sup>]
- $\sigma_{FG}$             Zahnfuß-Grenzfestigkeit [N/mm<sup>2</sup>]
- $Y_{ST}$              Spannungskorrekturfaktor [-]
- $Y_{NT}$             Lebensdauerfaktor für Zahnfußbeanspruchung [-]
- $S_{F \text{ min}}$         Sicherheitsfaktor für Zahnfußbeanspruchung [-]
- $Y_{\delta \text{ rel T}}$       relative Stützziffer [-]
- $Y_{R \text{ rel T}}$       relativer Oberflächenfaktor [-]
- $Y_X$              Größenfaktor für Zahnfußfestigkeit [-]

Der Zeitfestigkeitsbereich ( $10^3 < N_L \leq 3 \cdot 10^6$ ) wird durch  $\sigma_{FP \text{ dauer}}$  für die Dauerfestigkeit und  $\sigma_{FP \text{ statisch}}$  für die statische Festigkeit wie folgt ermittelt: (Abb. 6.3)

$$\sigma_{FP} = \sigma_{FP \text{ dauer}} \cdot Y_N = \sigma_{FP \text{ dauer}} \cdot \left( \frac{3 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{\text{exp}} \quad \text{mit} \quad \text{exp} = 0,2876 \cdot \log \left( \frac{\sigma_{FP \text{ statisch}}}{\sigma_{FP \text{ dauer}}} \right) \quad \text{Glg. (6.7)}$$



**Abb. 6.3:** Bestimmung der zulässigen Zahnfußspannung im Zeitfestigkeitsbereich [19]

### Spannungskorrekturfaktor $Y_{ST}$

Die Standard-Referenz-Prüfräder, für die die Grenzwerte der Zahnfußspannung angegeben werden, haben einen Spannungskorrekturfaktor von  $Y_{ST} = 2$ . [19]

### Lebensdauerfaktor (Zahnfuß) $Y_{NT}$

Der Lebensdauerfaktor  $Y_{NT}$  berücksichtigt die höhere Zahnfußtragfähigkeit gegenüber der Dauerfestigkeit bei begrenzter Lebensdauer (Anzahl der Lastwechsel  $N_L$ ). [19]

$$\begin{array}{ll} \text{für } N_L \leq 10^3 \text{ (statisch)} & \rightarrow Y_{NT} = 2,5 \\ 3 \cdot 10^6 \leq N_L \text{ (dauerfest)} & \rightarrow Y_{NT} = 1,0 \end{array}$$

### Stützziffer $Y_\delta$ und relative Stützziffer $Y_{\delta rel T}$

Die dynamische Stützziffer  $Y_\delta$  gibt an, um welchen Betrag die theoretische Spannungsspitze in der Fußausrundung beim Auftreten des Dauerbruches über der Dauerfestigkeit liegt. Sie kennzeichnet die Kerbempfindlichkeit und ist abhängig vom Werkstoff und dem bezogenen Spannungsgefälle. Die relative Stützziffer  $Y_{\delta rel T}$  bezieht sich auf die Verhältnisse am Standard-Referenz-Prüfrad und wird mittels folgender Gleichung berechnet: [19]

$$Y_{\delta rel T} = \frac{Y_\delta}{Y_{\delta T}} = \frac{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi^*}}{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi_T^*}} \quad \text{Glg. (6.8)}$$

$Y_{\delta rel T}$	relative Stützziffer [-]
$Y_\delta$	Stützziffer des aktuellen Zahnrades [-]
$Y_{\delta T}$	Stützziffer des Standard-Referenz-Prüfrades [-]
$\rho'$	Gleitschichtbreite (für Einsatzstahl, einsatzgehärtet = 0,003 mm) [mm]
$\chi^*$	bezogenes Spannungsgefälle im Kerbgrund aktuellen Zahnrades [ $\text{mm}^{-1}$ ]
$\chi_T^*$	bez. Spannungsgefälle im Kerbgrund des Standard-Referenz-Prüfrades [ $\text{mm}^{-1}$ ]

Das bezogene Spannungsgefälle am aktuellen Zahnrad wird wie folgt ermittelt:

$$\chi^* = \chi_P^* \cdot (1 + 2 \cdot q_s) \quad \text{mit} \quad \chi_P^* \approx \frac{1}{5} \quad \text{und} \quad q_s = \frac{S_{Fn}}{2 \cdot \rho_F} \quad \text{Glg. (6.9)}$$

$\chi_P^*$             bezogenes Spannungsgefälle einer glatten, polierten Probe [ $\text{mm}^{-1}$ ]  
 $q_s$              Kerbparameter des aktuellen Zahnrades [-]

für das Standard-Referenz-Prüfrad gilt:

$$\chi_T^* = \chi_P^* \cdot (1 + 2 \cdot q_{sT}) \quad \text{mit} \quad q_{sT} = 2,5 \quad \text{Glg. (6.10)}$$

### Oberflächenfaktor $Y_R$

Der Oberflächenfaktor  $Y_R$  berücksichtigt die Oberflächenbeschaffenheit im Zahngrund, die vorwiegend vom Werkstoff und von der Rauheit der Fußausrundung abhängig ist. Der relative Oberflächenfaktor  $Y_{R \text{ rel } T}$  bezieht sich auf die Verhältnisse am Standard-Referenz-Prüfrad. [19]

Dauerfestigkeit im Bereich  $R_z < 1 \mu\text{m}$

$$Y_{R \text{ rel } T} = 1,120 \quad \text{Glg. (6.11)}$$

Dauerfestigkeit im Bereich  $1 \mu\text{m} < R_z < 40 \mu\text{m}$

$$Y_{R \text{ rel } T} = 1,674 - 0,529 \cdot (R_z + 1)^{0,1} \quad \text{mit} \quad Y_{R \text{ rel } T} = \frac{Y_R}{Y_{RT}} \quad \text{Glg. (6.12)}$$

$Y_{R \text{ rel } T}$         relative Oberflächenfaktor [-]  
 $Y_R$             Oberflächenfaktor des aktuellen Zahnrades [-]  
 $Y_{RT}$           Oberflächenfaktor des Standard-Referenz-Prüfrades [-]  
 $R_z$             gemittelte Rauhtiefe [ $\mu\text{m}$ ]



### Größenfaktor (Zahnfuß) $Y_X$

Der Größenfaktor (Zahnfuß)  $Y_X$  berücksichtigt den statistischen Größeneinfluss (infolge der Verteilung der Schwachstellen im Gefüge), den festigkeitstheoretischen Größeneinfluss (verursacht durch den kleineren Spannungsgradienten bei größeren Abmessungen) und den technologischen Größeneinfluss (z.B. durch Ungleichmäßigkeiten des Gefüges). [19]

Für einsatzgehärtete Einsatzstähle gilt:

$m_n \leq 5$	$Y_X = 1,0$	Glg. (6.13)
$5 < m_n < 25$	$Y_X = 1,05 - 0,01 \cdot m_n$	
$25 \leq m_n$	$Y_X = 0,8$	

### 6.2.3. Kraftverhältnisse

$$F_t = \frac{2000 \cdot T}{d_{1,2}} = \frac{19098 \cdot 1000 \cdot P}{d_{1,2} \cdot n_{1,2}} = \frac{1000 \cdot P}{v} \quad \text{Nenn-Umfangskraft [N]} \quad \text{Glg. (6.14)}$$

$$T_{1,2} = \frac{F_t \cdot d_{1,2}}{2000} = \frac{1000 \cdot P}{\omega_{1,2}} = \frac{9549 \cdot P}{n_{1,2}} \quad \text{Nenn-Drehmoment [Nm]} \quad \text{Glg. (6.15)}$$

$$P = \frac{F_t \cdot v}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot \omega_{1,2}}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot n_{1,2}}{9549} \quad \text{Nenn-Leistung [kW]} \quad \text{Glg. (6.16)}$$

$$F_t = F_b \cdot \cos(\alpha_n) \quad \text{Zusammenhang zwischen Umfangs- und Normalkraft} \quad \text{Glg. (6.17)}$$

#### 6.2.4. Allgemeine Einflussfaktoren

##### Anwendungsfaktor $K_A$

Der Anwendungsfaktor  $K_A$  berücksichtigt alle Kräfte, die - über die Nenn-Umfangskraft  $F_t$  hinaus – von außen in das Getriebe eingeleitet werden. Diese Zusatzkräfte sind unter anderem abhängig von den Eigenschaften der treibenden und der getriebenen Maschine, den Massen und Federsteifigkeiten im Antriebsstrang und den Betriebsbedingungen.

##### Dynamikfaktor $K_v$

Der Dynamikfaktor  $K_v$  berücksichtigt die Auswirkung der inneren dynamischen Kräfte, die durch Schwingungen von Ritzel und Rad gegeneinander hervorgerufen werden, auf die Flankenpressung, die Zahnfußbeanspruchung und die Fressbeanspruchung.

##### Breitenfaktor $K_{F\beta}$

$K_{F\beta}$  berücksichtigt den Einfluss der Kraftverteilung über die Zahnbreite auf die Spannungen am Zahnfuß. Er hängt von der ungleichmäßigen Lastverteilung über der Zahnbreite und von dem Verhältnis Zahnbreite zu Zahnhöhe  $b/h$  ab.

##### Stirnfaktor $K_{F\alpha}$

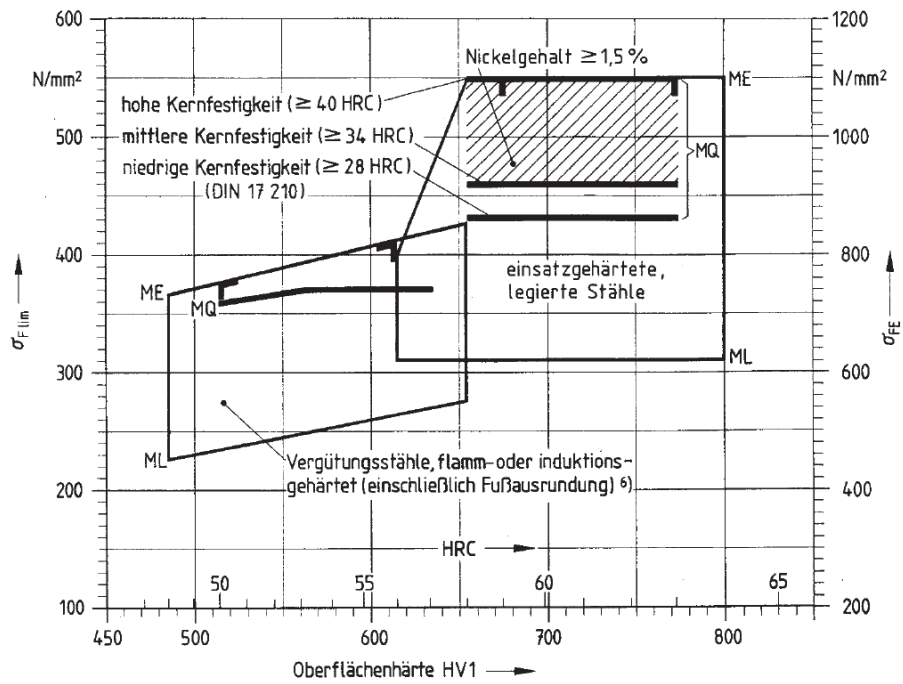
$K_{F\alpha}$  berücksichtigt die Auswirkung ungleichmäßiger Kraftaufteilung auf mehrere gleichzeitig sich im Eingriff befindlichen Zahnpaare. [19]

#### 6.2.5. Richtwerte für die Dauerfestigkeit

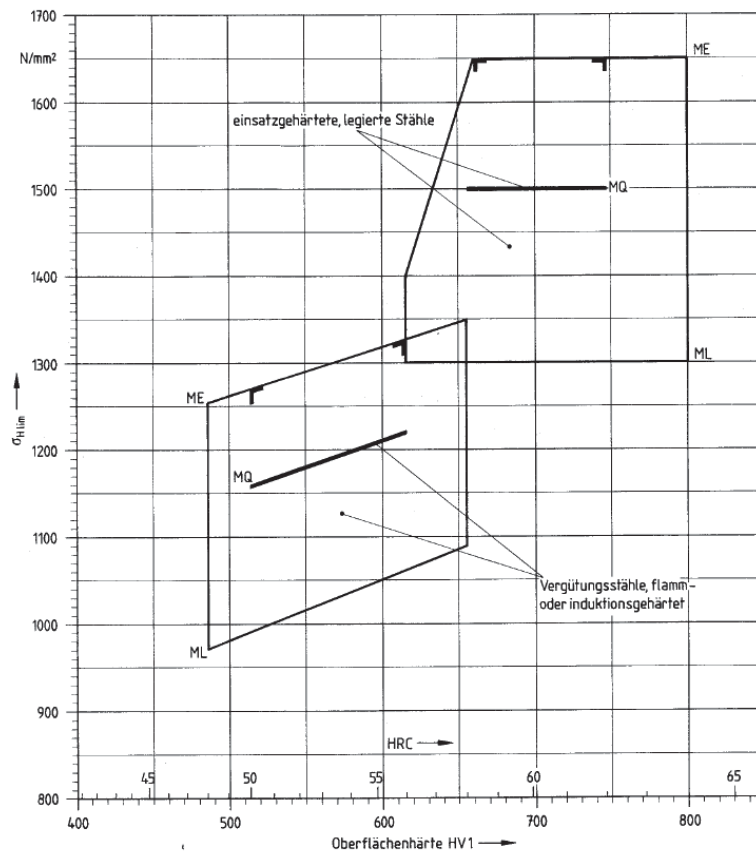
Nach DIN 3990-5 Methode B [19] werden die Dauerfestigkeitswerte für Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit aufgrund von Versuchen mit Standard-Referenz-Prüfrädern unter Standard Prüfbedingungen ermittelt. Die Dauerfestigkeitswerte sind in drei Stufen ME, MQ und ML eingeteilt, welche sich je nach Herstellung und Qualität unterscheiden.

- ML geringe Anforderungen an Werkstoff und Wärmebehandlung
- MQ Anforderungen, die vom Hersteller mit angemessenem Kostenaufwand erfüllt werden können
- ME Anforderungen für ein hohes Maß an Betriebssicherheit

Die in den nachfolgenden Diagrammen (Abb. 6.4 und Abb. 6.5) dargestellten Dauerfestigkeitswerte gelten für Einsatzhärtetiefen von  $0,15 \cdot m_n$  oder etwas mehr am fertig bearbeitenden Rad. Die Einsatzhärtetiefe ist definiert als Abstand von der Oberfläche, bei dem die Härte 550 HV (entspricht 52,3 HRC) beträgt. Eine maximale Härteschicht sollte nicht überschritten werden, da an den Zahnköpfen eine zunehmende Versprödung auftritt. [19]



**Abb. 6.4:** Zahnfuß-Dauerfestigkeit für einsatzgehärtete und randschichtgehärtete Stähle [19]



**Abb. 6.5:** Grübchen-Dauerfestigkeit für einsatzgehärtete und randschichtgehärtete Stähle [19]

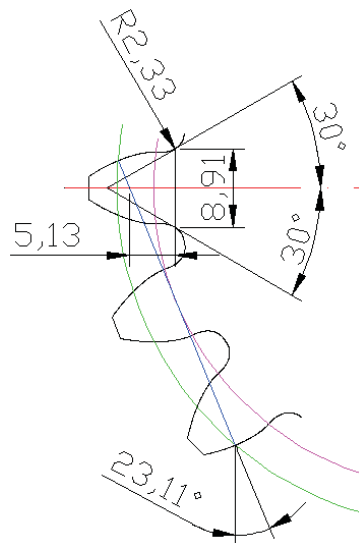
## 7. Untersuchungen der Tragfähigkeit im Zahnfuß in Abhängigkeit von der Einsatzhärtetiefe

### 7.1. Ermittlung der Zahnfußtragfähigkeit nach DIN 3990 Teil 3 Methode B

Nachfolgend wird eine Berechnung nach DIN 3990 Teil 3 (B) [19] der tatsächlich auftretenden Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0}$  und der zulässigen Zahnfußspannung  $\sigma_{FP}$  für das Ritzel durchgeführt. Die nach demselben Schema ablaufende Rechnung für das Rad ist dem Anhang zu entnehmen.

- **Tatsächliche Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0}$  am Ritzel**

Die für die Tragfähigkeitsberechnung nach DIN 3990 Methode B benötigten Geometriedaten für das Ritzel wurden mit dem Konstruktionsprogramm AutoCad ausgemessen (Abb. 7.1):



**Abb. 7.1:** Zahngeometrie des Ritzels für die Berechnung nach DIN 3990 (B)

Aus Abb. 7.1 folgt:

$h_{Fe}$	= 5,13 mm
$s_{Fn}$	= 8,91 mm
$\rho_F$	= 2,33 mm
$\alpha_{Fen}$	= 23,11°

Aus Tab. 3.1 folgt:

$m_n$	= 4,5 mm
$b$	= 14 mm
$\alpha_n$	= 20°

### Formfaktor $Y_F$

$$Y_F = \frac{6 \cdot \frac{h_{Fe}}{m_n} \cdot \cos(\alpha_{Fn})}{\left(\frac{s_{Fn}}{m_n}\right)^2 \cdot \cos(\alpha_n)} = \frac{6 \cdot \frac{5,13}{4,5} \cdot \cos(23,11)}{\left(\frac{8,91}{4,5}\right)^2 \cdot \cos(20)} = 1,71$$

### Spannungskorrekturfaktor $Y_S$

$$Y_S = (1,2 + 0,13 \cdot L) \cdot q_S^{\frac{1}{(1,21+2,3/L)}} = (1,2 + 0,13 \cdot 1,74) \cdot 1,91^{\frac{1}{(1,21+2,3/1,74)}} = 1,84$$

$$\text{mit } L = \frac{s_{Fn}}{h_{Fe}} = \frac{8,91}{5,13} = 1,74 \quad \& \quad q_S = \frac{s_{Fn}}{2 \cdot \rho_F} = \frac{8,91}{2 \cdot 2,33} = 1,91$$

### Schrägenfaktor (Zahnfuß) $Y_\beta$

$Y_\beta = 1$  da Geradverzahnung

Damit ergibt sich bei einer Belastung von  $F_b = 10$  kN eine Zahnfußnennspannung von:

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta = \frac{10000 \cdot \cos(20)}{14 \cdot 4,5} \cdot 1,71 \cdot 1,84 \cdot 1 = 469,3 \text{ N/mm}^2$$

- **Zulässige Zahnfußspannung  $\sigma_{FP}$  des Ritzels**

### Spannungskorrekturfaktor $Y_{ST}$

Für die Standard-Referenz-Prüfräder ist

$$Y_{ST} = 1,83$$

### Lebensdauerfaktor (Zahnfuß) $Y_{NT}$

$$\begin{array}{ll} \text{für } N_L \leq 10^3 \text{ (statisch)} & \rightarrow Y_{NT} = 2,5 \\ 3 \cdot 10^6 \leq N_L \text{ (dauerfest)} & \rightarrow Y_{NT} = 1,0 \end{array}$$

### Stützziffer $Y_\delta$ und relative Stützziffer $Y_{\delta rel T}$

$$Y_{\delta rel T} = \frac{Y_\delta}{Y_{\delta T}} = \frac{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi^*}}{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi_T^*}} = \frac{1 + \sqrt{0,003 \cdot 0,96}}{1 + \sqrt{0,003 \cdot 1,2}} = 0,99$$

$$\chi^* = \chi_P^* \cdot (1 + 2 \cdot q_s) = \frac{1}{5} \cdot (1 + 2 \cdot 1,89) = 0,96$$

$$\text{mit } \chi_P^* \approx \frac{1}{5} \quad \text{und} \quad q_s = \frac{s_{Fn}}{2 \cdot \rho_F} = \frac{8,82}{2 \cdot 2,33} = 1,89$$

für das Standard-Referenz-Prüfrad gilt:

$$\chi_T^* = \chi_P^* \cdot (1 + 2 \cdot q_{sT}) = \frac{1}{5} \cdot (1 + 2 \cdot 2,5) = 1,2 \quad \text{mit } q_{sT} = 2,5$$

$\rho'$  Gleitschichtbreite (für Einsatzstahl, einsatzgehärtet = 0,003 mm) [mm]

### Oberflächenfaktor $Y_R$

Flanken geschliffen:  $R_z = 5 \mu\text{m}$

Dauerfestigkeit im Bereich  $1 \mu\text{m} < R_z < 40 \mu\text{m}$

$$Y_{R \text{ rel } T} = 1,674 - 0,529 \cdot (R_z + 1)^{0,1} = 1,674 - 0,529 \cdot (5 + 1)^{0,1} = 1,04$$

### Größenfaktor (Zahnfuß) $Y_X$

$$m_n = 4,5 \text{ mm}$$

Für einsatzgehärtete Einsatzstähle gilt:

$$m_n \leq 5 \text{ mm, daraus folgt } Y_X = 1,0$$

### Zahnfuß-Dauerfestigkeit $\sigma_{F \text{ lim}}$ für einsatzgehärtete und randschichtgehärtete Stähle

Für eine Qualitätsanforderung nach MQ und eine niedrige Kernfestigkeit ( $\geq 28 \text{ HRC}$ ) ergibt sich nach Abb. 6.4:

$$\sigma_{F \text{ lim}} = 430 \text{ N/mm}^2$$

### Sicherheitsfaktor für Zahnfußbeanspruchung $S_{F \text{ min}}$

$$S_{F \text{ min}} = 1$$

- Zulässige Zahnfußspannung  $\sigma_{FP}$  für den dauerhaftesten Bereich

$$\sigma_{FP\,dauer} = \frac{\sigma_{F\,lim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F\,min}} \cdot Y_{\delta\,relT} \cdot Y_{R\,relT} \cdot Y_X = \frac{430 \cdot 1,83 \cdot 1}{1} \cdot 0,99 \cdot 1,04 \cdot 1 = 810,2 \text{ N/mm}^2$$

- Zulässige Zahnfußspannung  $\sigma_{FP}$  für den statischen Bereich

$$\sigma_{FP\,statisch} = \frac{\sigma_{F\,lim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F\,min}} \cdot Y_{\delta\,relT} \cdot Y_{R\,relT} \cdot Y_X = \frac{430 \cdot 1,83 \cdot 2,5}{1} \cdot 0,99 \cdot 1,04 \cdot 1 = 2025,5 \text{ N/mm}^2$$

Der Zeitfestigkeitsbereich ( $10^3 < N_L \leq 3 \cdot 10^6$ ) wird durch  $\sigma_{FP\,dauer}$  für die Dauerfestigkeit und  $\sigma_{FP\,statisch}$  für die statische Festigkeit wie folgt ermittelt:

$$\sigma_{FP} = \sigma_{FP\,dauer} \cdot Y_N = \sigma_{FP\,dauer} \cdot \left( \frac{3 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{\exp} = 810,2 \cdot \left( \frac{3 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{0,114}$$

mit  $\exp = 0,2876 \cdot \log\left( \frac{\sigma_{FP\,statisch}}{\sigma_{FP\,dauer}} \right) = 0,2876 \cdot \log\left( \frac{2025,5}{810,2} \right) = 0,114$

### 7.1.1. Ergebnisse der Zahnfußspannungen nach DIN 3990 Teil 3 Methode B

In der nachfolgenden Tab. 7.1 sind die nach DIN 3990 Teil 3 Methode B berechneten Ergebnisse dargestellt:

	Ritzel	Rad
$\sigma_{F0}$ bei $F_b = 10 \text{ kN}$	469,3 N/mm <sup>2</sup>	453,4 N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_{FP\,dauer}$	810,2 N/mm <sup>2</sup>	836,8 N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_{FP\,statisch}$	2025,5 N/mm <sup>2</sup>	2091,8 N/mm <sup>2</sup>

**Tab. 7.1:** Ergebnisse der Zahnfußspannungen nach DIN 3990 Teil 3 Methode B



## 7.2. Experimentelle Ermittlung der Zahnfußtragfähigkeit

### 7.2.1. Allgemeines

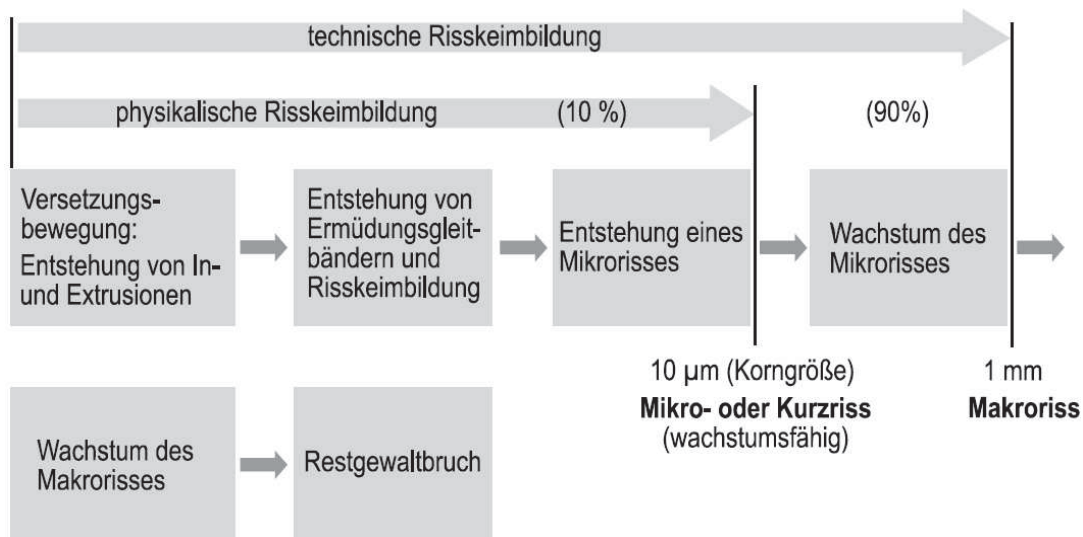
Für die experimentelle Untersuchung der Unterschiede zwischen den mit verschiedenen Einsatzhärtetiefen einsatzgehärteten Zahnrädern wird eine Prüfvorrichtung entwickelt mit der es möglich ist Bauteilversuche an Ritzel und Rad der FZG Verzahnung C durchzuführen. Ziel der Versuche ist es, Bauteil-Wöhlerlinien für die jeweiligen Einsatzhärtetiefen zu generieren und die gewonnenen Ergebnisse anschließend zu vergleichen. Die Grundlagen und der Versuchsablauf sind im nächsten Kapitel 7.2.2 detailliert beschrieben.

### 7.2.2. Wöhlerversuche

#### 7.2.2.1. Schwingfestigkeit

Die Mehrzahl der technischen Bauteile unterliegt im Betrieb einer zeitlich veränderlichen Beanspruchung. Im allgemeinen Fall tritt eine regellose Folge von Lastschwankungen unterschiedlicher Größe auf, die häufig von einer statischen oder zeitlich veränderlichen Mittelspannung überlagert sind. Die Erfahrung zeigt, dass Bauteile unter schwingender Beanspruchung bereits bei weitaus geringeren Belastungen als der im (quasi-)statischen Zugversuch ermittelten Zugfestigkeit zu Bruch gehen können. Man spricht dann von einem Ermüdungsbruch. [20], [21]

Die Entstehung eines Ermüdungsbruches kann in die Phasen der Risseinleitung, des stabilen Risswachstums und des instabilen Rissfortschritts, der schließlich zum Restgewaltbruch führt, unterteilt werden. (Abb. 7.2)

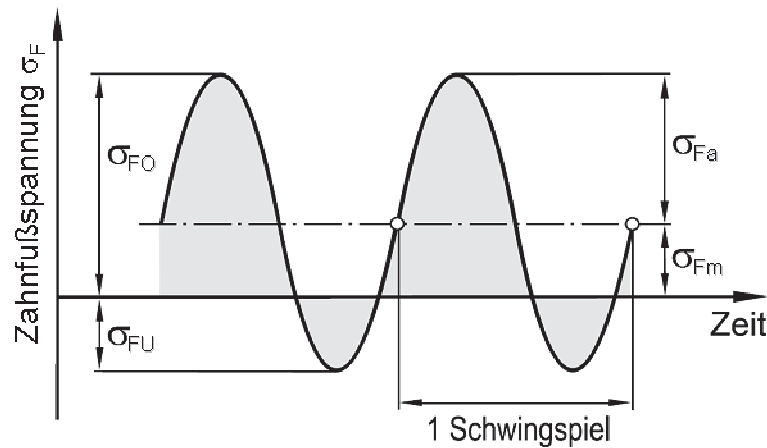


**Abb. 7.2:** Phasen der Rissbildung und Entstehung eines Ermüdungsbruches [21]

Aufgrund der Tatsache, dass bereits Spannungen im elastischen Bereich einen Bruch verursachen können (bezeichnet als Dauerschwingbruch) ist eine gesonderte Festigkeitsbetrachtung für schwingbeanspruchte Bauteile von Nöten.

### 7.2.2.2. Begriffsdefinitionen und Versuchsablauf

Die zur Zahnfußtragfähigkeitsprüfung aufgebrachte sinusförmige Beanspruchung im Zahnfuß wird durch die Mittelspannung  $\sigma_{Fm}$  und die Spannungsamplitude  $\sigma_{Fa}$  festgelegt. Die höchste auftretende Zahnfußspannung wird als Oberspannung  $\sigma_{FO}$  und die niedrigste als Unterspannung  $\sigma_{FU}$  bezeichnet. (Abb. 7.3)



**Abb. 7.3:** Größen zur Beschreibung der schwingenden Beanspruchung im Zahnfuß [21]

Hierbei gelten folgende Beziehungen:

$$\text{Zahnfußmittelspannung} \quad \sigma_{Fm} = \frac{\sigma_{FO} + \sigma_{FU}}{2} \quad \text{Glg. (7.1)}$$

$$\text{Zahnfußspannungsamplitude} \quad \sigma_{Fa} = \frac{\sigma_{FO} - \sigma_{FU}}{2} \quad \text{Glg. (7.2)}$$

$$\text{Spannungsverhältnis} \quad R = \frac{\sigma_{FU}}{\sigma_{FO}} \quad \text{Glg. (7.3)}$$

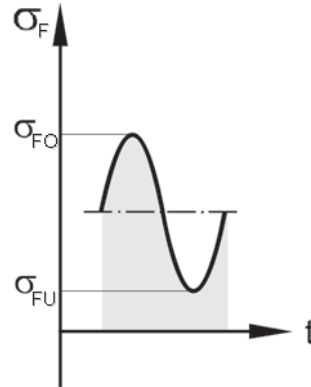
Ein vollständiger Zyklus wird als Schwingenspiel oder Lastspiel genannt. Entsprechend der Lage der Mittelspannung sowie der Höhe der Spannungsamplitude bzw. dem Vorzeichen von Ober- und Unterspannung unterscheidet man nach bestimmten Beanspruchungsbereichen wie folgt: [21]

- Zug-Schwellbereich:  $\sigma_{FO} > 0$  und  $\sigma_{FU} > 0$  bzw.  $0 \leq R < 1$
- Wechselbereich:  $\sigma_{FO} > 0$  und  $\sigma_{FU} < 0$  bzw.  $-\infty < R < 0$
- Druck-Schwellbereich:  $\sigma_{FO} < 0$  und  $\sigma_{FU} < 0$  bzw.  $1 < R \leq \infty$

Die für die Zahnfußbeanspruchung maßgebende Größe ist die Zugspannung in der Fußausrundung. Somit erfolgte bei den Versuchen eine Prüfung der Zahnfußtragfähigkeit im Zug-Schwellbereich.

Für die Erstellung der Wöhlerlinien wurden für die maximalen Zahnfußspannungen verschiedene Spannungsniveaus  $\sigma_{FO}$  gewählt und mit diesen die Versuche durchgeführt.

(Abb. 7.4)

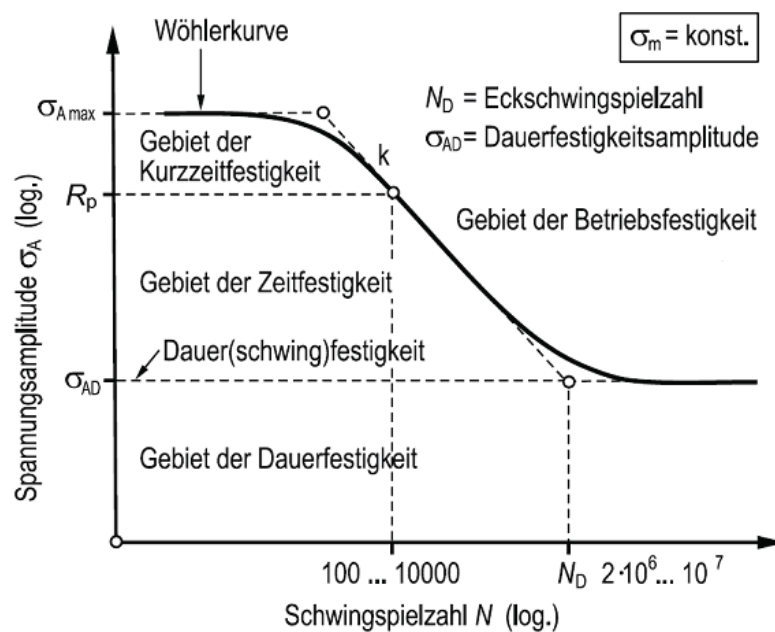


**Abb. 7.4:** Beanspruchungsverlauf der maßgebenden Zahnfußspannung auf der Zugseite [21]

Um ein Abheben der Prüfbacken von der Zahnflanke zu verhindern wurde für die Unterspannung  $\sigma_{FU}$  ein Mindestwert größer Null festgelegt, der einer Druck-Prüfkraft von 1 kN entspricht.

### 7.2.2.3. Wöhlerlinie

Die bekannteste Betriebsdauerfunktion ist die Wöhlerlinie, benannt nach F.A. Wöhler, der in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts erste Schwingfestigkeitsforschungen durchführte. Hierbei wird die Spannungsamplitude  $\sigma_a$  (bei Wöhlerversuchen  $\sigma_a = \text{konst.}$ ) über der bis zum Bruch ertragenen Schwingspielzahl  $N_B$  aufgetragen. (Abb. 7.5) [20]



**Abb. 7.5:** Einteilung der Wöhlerlinie [21]

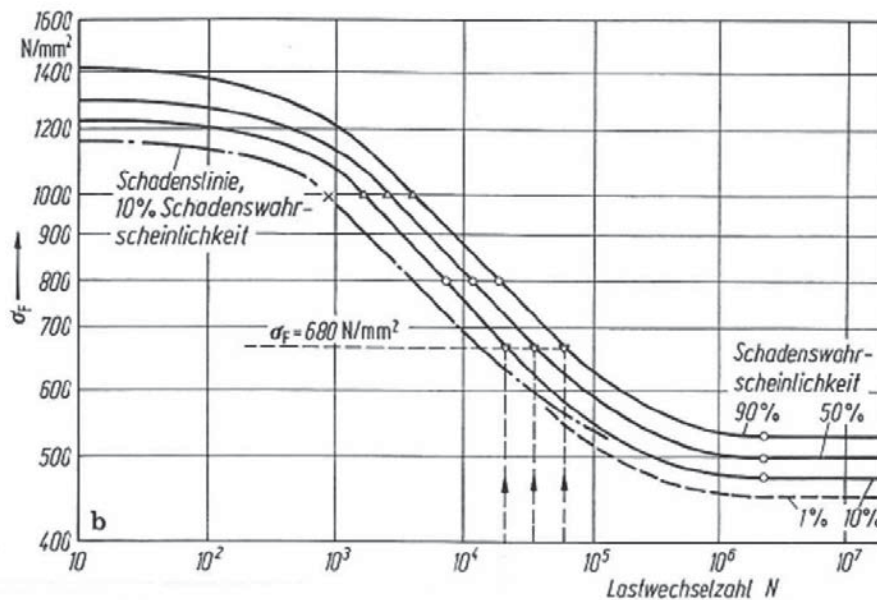
Die doppellogarithmische Darstellung bietet die Möglichkeit einer geradlinigen Annäherung der Zeitfestigkeitslinie entsprechend der Basquin'schen Gleichung nach

$$\log(N) = a - b \cdot \log(\sigma_a) \quad \text{Glg. (7.4)}$$

Die Wöhlerlinie wird mit den Größen der Dauerfestigkeit  $\sigma_{aD}$ , der Ecklastspielzahl  $N_D$  und der Neigung im Zeitfestigkeitsbereich  $k$  beschrieben. Die Gleichung für eine Beschreibung im Zeit- und Dauerfestigkeitsbereich lautet: [21]

$$N = N_D \cdot \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{aD}} \right)^{-k} \quad \text{für } \sigma_a \geq \sigma_{aD} \quad \text{Glg. (7.5)}$$

Im Gegensatz zu herkömmlichen Wöhlerlinien wird bei Zahnfußtragfähigkeitsversuchen anstelle der Spannungsamplitude  $\sigma_a$ , die maximal schwelend auftretende Zahnfußspannung  $\sigma_F$  über der bis zum Zahnbruch ertragenen Schwingspielzahl  $N_B$  aufgetragen. Ein Beispiel einer Wöhlerlinie für die Zahnfußbeanspruchung eines Stirnrades aus 16MnCr5 liefert Abb. 7.6.



**Abb. 7.6:** Wöhlerlinie für die Zahnfußtragfähigkeit eines Stirnrades aus 16MnCr5 [16]

#### 7.2.2.4. Versuchsauswertung

Durch auftretende Inhomogenitäten der Wärmebehandlung, Oberflächenbeschaffenheit, Defekte ergeben sich aus den Wöhlerversuchen keine klar definierten Linien, sondern stellen sich, bedingt durch die sich ergebende Streuung, als Streubänder dar. Eine genauere Ermittlung des Mittelwertes und der Streubreiten würde eine große Anzahl an Versuchen benötigen, aus diesem Grund kommen statistische Methoden zum Einsatz mit deren Hilfe sich die Anzahl der Proben auf ein geeignetes Maß reduzieren lässt. [4]

#### Zeitfestigkeitsbereich

Hierbei erfolgt eine statistische Beschreibung der Wöhlerlinie durch mehrere Wöhlerlinien mit verschiedenen Überlebenswahrscheinlichkeiten  $P_{\bar{u}}$ . (Abb. 7.7)

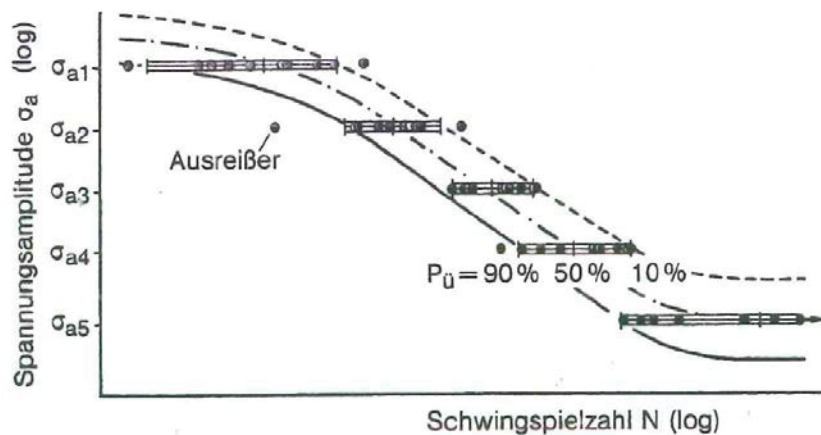


Abb. 7.7: Streuung der Versuchsergebnisse im Wöhler-Diagramm [20]

Für die Auswertung der Bruchschwingspielzahl auf den unterschiedlichen Spannungshorizonten kann im Zeitfestigkeitsbereich eine Gauß-Normalverteilung der logarithmisch aufgetragenen, ertragenen Schwingspielzahlen zugrunde gelegt werden. Der Mittelwert  $m$  für eine Spannungsstufe entspricht einer Überlebenswahrscheinlichkeit von  $P_{\bar{u}}=50\%$  und lässt sich nach folgender Gleichung berechnen:

$$m = \log(N_{50\%}) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \log(N_i) \quad \text{Glg. (7.6)}$$

wobei  $n$  die Anzahl der durchgeführten Versuche für die jeweilige Belastungsstufe ist. [21]

Die Standardabweichung  $s$ , die zur Darstellung der Streuung dient, berechnet sich wie folgt:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\log(N_i) - \log(N_{50\%}))^2} \quad \text{Glg. (7.7)}$$

Die Bestimmung der Wöhlerlinie erfolgt anschließend durch die Berechnung der Ausgleichsgeraden anhand der vorhandenen Punktwolke von berechneten Mittelwerten für die einzelnen Spannungsniveaus. Die Ermittlung der oberen Streubandgrenze (Überlebenswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{u}}=10\%$ ) und der unteren Streubandgrenze ( $P_{\bar{u}}=90\%$ ) erfolgt nach:

$$\log(N_{10\%}) = \log(N_{50\%}) + 1,28 \cdot s \quad \text{Glg. (7.8)}$$

$$\log(N_{90\%}) = \log(N_{50\%}) - 1,28 \cdot s \quad \text{Glg. (7.9)}$$

### Dauerfestigkeitsbereich

Für die Berechnung der Dauerfestigkeit findet die  $\arcsin\sqrt{p}$ -Methode Anwendung, welche, ausgehend von einem begrenzten Stichprobenumfang, einen brauchbaren Schätzwert für die Dauerfestigkeit liefert. Vorteilhaft speziell bei einem kleinen Stichprobenumfang ist, dass die Varianz der Transformationsgröße

$$x = \arcsin\sqrt{p} \quad \text{Glg. (7.10)}$$

Mit steigendem Stichprobenumfang  $n$  asymptotisch sich einem konstanten Wert annähert. Bereits bei  $n=5$  wird ein nahezu konstanter Wert erreicht. Auch bei einer ungünstigen Kombination von Stufenanzahl, Stufenbesetzung und Stufenanordnung sind noch brauchbare Ergebnisse zu erwarten. Aufgrund dieser Vorteile wurde für die in dieser Arbeit durchgeführten Auswertungen für die Dauerfestigkeit diese Methode angewandt. Eine ausführliche Beschreibung dieses Verfahrens ist in [22] zu finden. [20]

### 7.2.3. Aufbau und Komponenten der Prüfvorrichtung

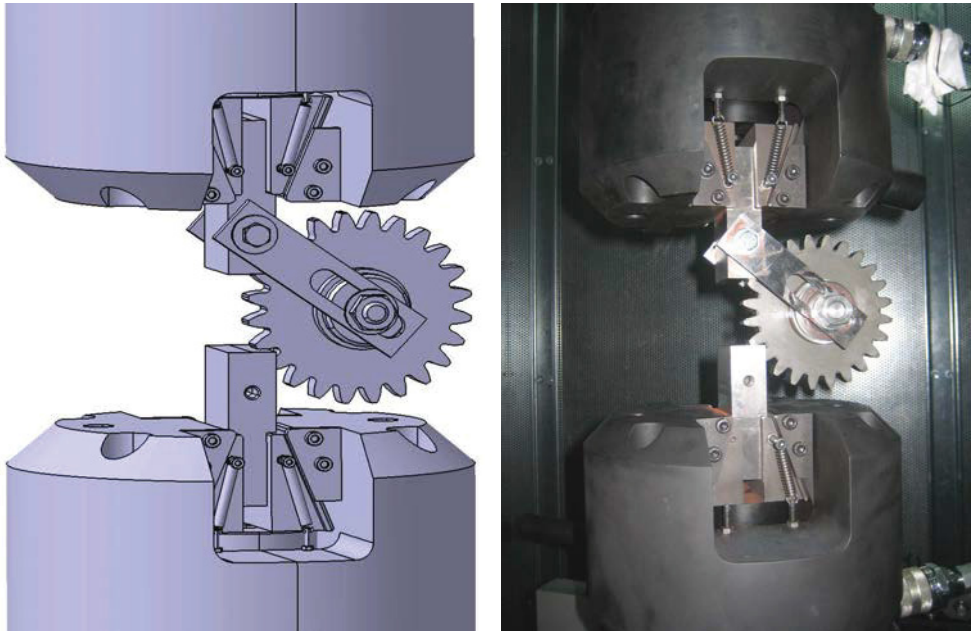
Die experimentelle Prüfung der Zahnfußtragfähigkeit wurde im Betriebsfestigkeitslabor des Lehrstuhls durchgeführt. Die hierbei verwendete Prüfmaschine ist die motorisierte Resonanzprüfmaschine *POWER SWING New Line MOT 100 kN* der Firma Sincotec. Die dynamische Last wird dabei durch ein Schwingensystem (Resonator) erzeugt, welches in seiner Eigenfrequenz schwingt. Der Arbeitspunkt liegt im aufsteigenden Ast der Resonanzkurve. Auf Grund des Resonanzeffektes zeichnet sich dieses Arbeitsprinzip durch einen extrem geringen Energieverbrauch (500 W bis 3 kW), hohe Frequenzen (bis zu 300 Hz) und den damit verbundenen geringe Prüfzeiten und hochpräzise Risserkennung aus. Abb. 7.8 zeigt die Prüfmaschine, die in einer Lärmschutzkammer untergebracht ist, um die Geräuschbelastung und die auftretenden Schwingungen außerhalb so gering wie möglich zu halten. [23]



**Abb. 7.8:** Die verwendete Resonanzprüfmaschine während eines Versuchs mit dem Ritzel im Labor des Lehrstuhls

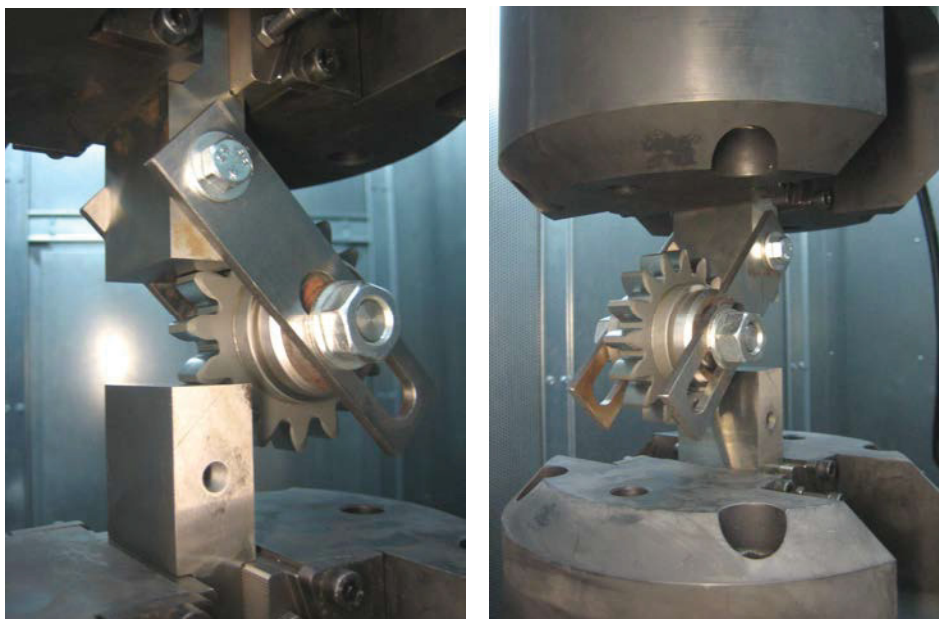
Für die Durchführung der Zahnfußprüfungen, ist es nötig eine Vorrichtung für die Halterung der Zahnräder und die Lastaufbringung über eine definierte Zahnlückenweite (bei dem Ritzel wurde über drei, bei dem Rad über vier Zähne geprüft) zu konzipieren. Für die Krafteinleitung werden zwei Prüfbacken entworfen, welche in den der Prüfmaschine hydraulisch eingespannt werden. Um eine hohe Verschleiß- und Abnutzungsbeständigkeit zu erreichen werden die Prüfbacken gehärtet. Eine definierte Position der Zahnräder bezüglich der Prüfbacken wird mit Hilfe von zwei Laschen ermöglicht, welche an der oberen Prüfbacke angeschraubt sind.

Die Prüfräder werden auf einer Welle aufgeschoben, die an beiden Enden ein Gewinde aufweist, und danach in den beiden Laschen durch zwei Muttern verspannt. Hierbei ist zu beachten, dass die Wirkungslinie der Prüfkraft tangential an den Grundkreis erfolgt. Die Fertigung dieser Prüfvorrichtung wurde von der Firma SKM in Kammern durchgeführt.



**Abb. 7.9:** Prüfvorrichtung in CATIA V5 und im Labor mit eingespanntem Rad

In Abb. 7.9 und in Abb. 7.10 ist die Prüfvorrichtung mit eingespanntem Ritzel bzw. Rad dargestellt. Die Konstruktion und Erstellung der Zeichnungen erfolgte mit dem CAD Programm CATIA V5 am Lehrstuhl.



**Abb. 7.10:** Prüfvorrichtung mit eingespanntem Ritzel in Vorder- und Rückansicht



## 7.2.4. Ergebnisse der experimentellen Zahnfußtragfähigkeitsprüfung

Ziel der Schwingversuche ist die Ermittlung der Zahnfußtragfähigkeiten der geradverzahnten einsatzgehärteten Stirnrädern mit unterschiedlichen Einsatzhärteiefen. Zu diesem Zweck wurden aus den Schwingversuchen Wöhlerlinien generiert, mit denen es möglich ist eine quantitative Aussage über die Zahnfußtragfähigkeit zu treffen. Die Versuche werden kraftgesteuert mit einer Frequenz von 70-80 Hz durchgeführt. Als Versagenskriterium wird der Zahnfußbruch festgelegt. Tritt bei einer Lastwechselanzahl von  $N=1 \cdot 10^7$  (bei den Versuchen des Ritzels) bzw.  $N=5 \cdot 10^6$  (bei den Versuchen des Rades, da aus den zuvor durchgeführten Versuchen des Ritzels hervorgeht, dass diese Lastspielzahl ausreichend ist und somit Prüfzeit gespart werden kann) noch immer kein Bruch auf, so wird der Versuch abgebrochen und als Durchläufer gewertet. Da die tatsächlich auftretende Zahnfußspannung nicht direkt aus der Messung entnommen werden kann, wird diese über die aufgebrachte Prüfkraft mittels einer Finite Elemente (FE)-Simulation ermittelt. [24]

### 7.2.4.1. Zahnfußbeanspruchung des Ritzels

Als erstes wird die Zahnfußtragfähigkeit des Ritzels geprüft. Abb. 7.11 zeigt die Wöhlerlinie für das einsatzgehärtete Ritzel mit einer Einsatzhärteiefe von 0,3 mm. Das oberste Spannungsniveau von  $\sigma_{F0} = 1053 \text{ N/mm}^2$  und das Dauerfestigkeitsniveau von  $\sigma_{F0\text{dauer}} = 785 \text{ N/mm}^2$  definieren die Neigung der Zeitfestigkeitsgeraden von  $k = 4$ . Die Ecklastspielzahl von  $N_D = 195000$  Lastwechsel charakterisiert den Übergang in das Dauerfestigkeitsgebiet. Die Versuchsergebnisse zeigten eine geringe Streuung der Überlebenswahrscheinlichkeiten mit Werten im Zeitfestigkeitsbereich von  $T_n = 1 : 3,52$  und im Dauerfestigkeitsbereich von  $T_{sd} = 1 : 1,14$ .

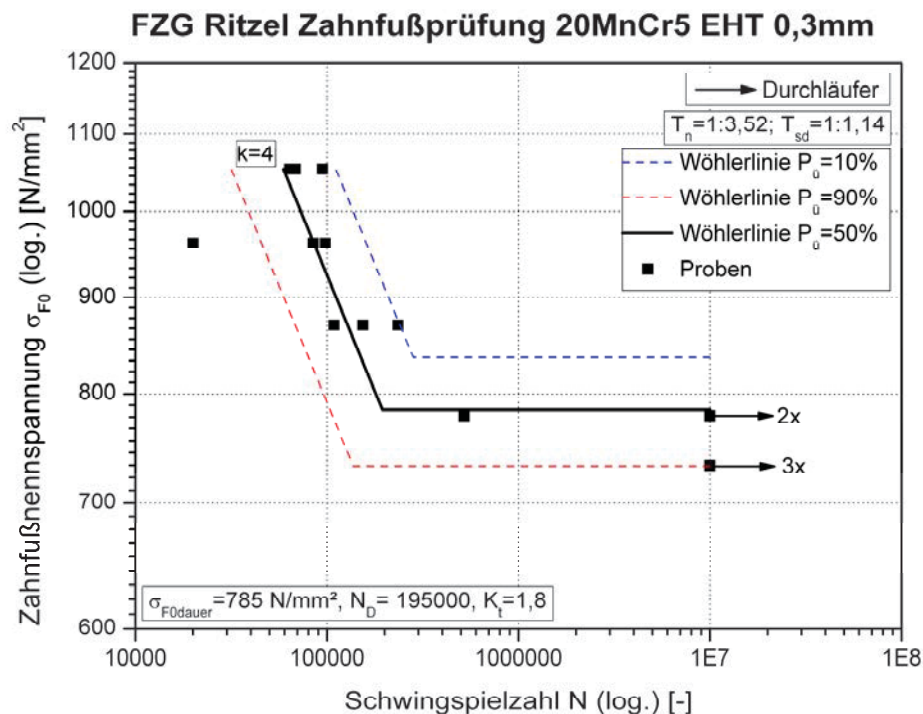
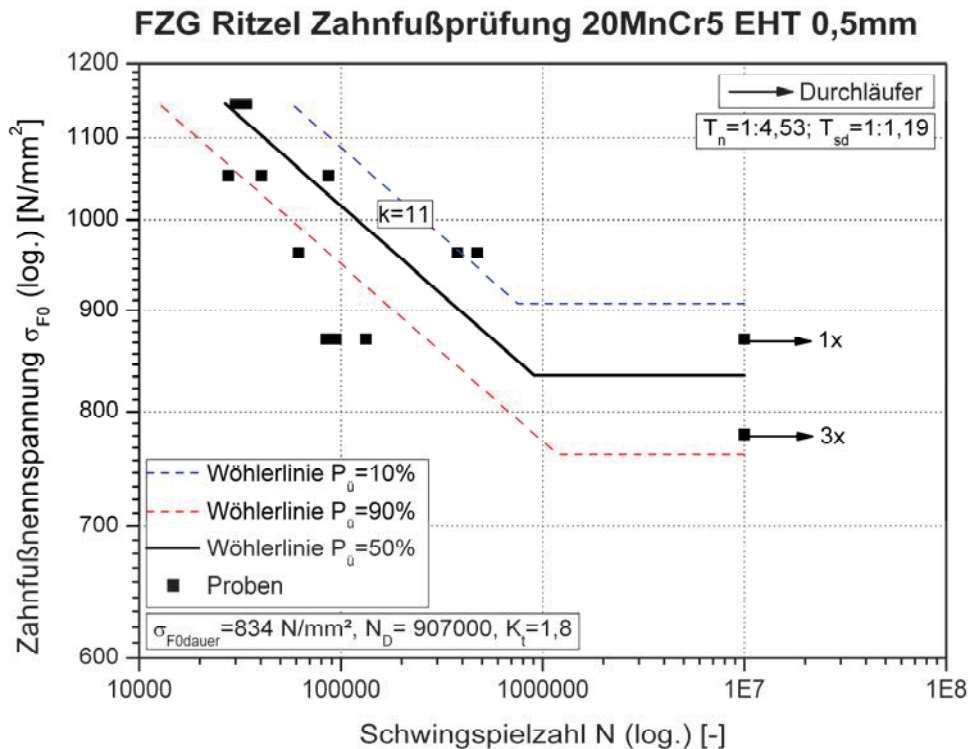


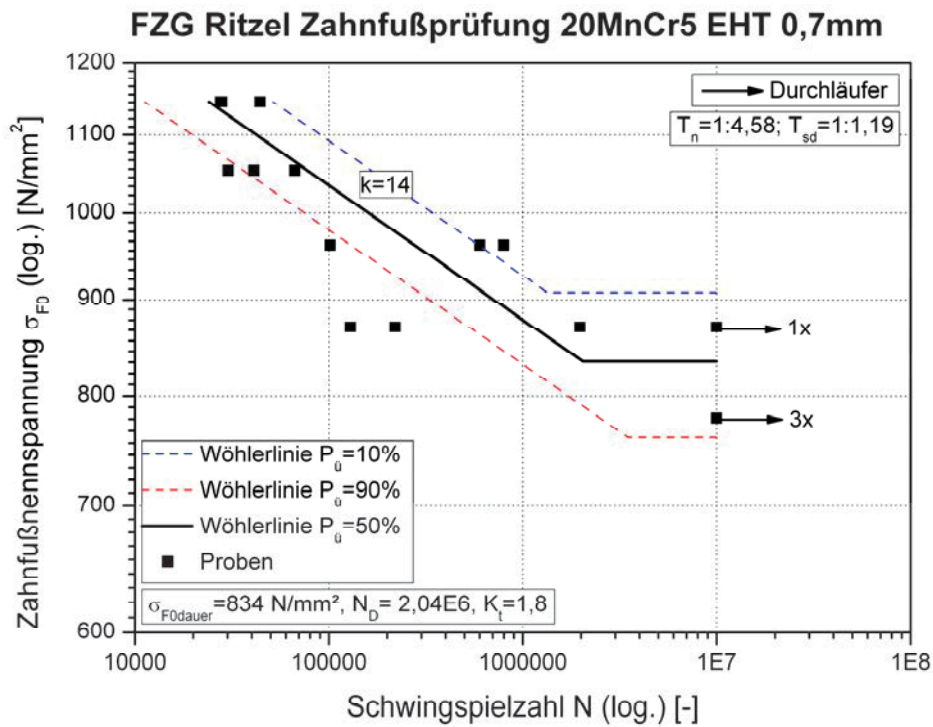
Abb. 7.11: Wöhlerlinie für das Ritzel mit EHT 0,3 mm

Betrachtet man die Wärmebehandlungsvariante mit der nächst höheren Einsatzhärte von 0,5 mm steigt das Dauerfestigkeitsniveau auf  $\sigma_{F0dauer} = 834 \text{ N/mm}^2$  mit einer Neigung im Zeitfestigkeitsgebiet von  $k = 11$ . die Ecklastspielzahl beträgt hierbei  $N_D = 907000$  Lastwechsel und definiert das Ende der Zeitfestigkeitsgerade. Die Streuungen der Überlebenswahrscheinlichkeiten liegen im Zeitfestigkeitsbereich bei  $T_n = 1 : 4,53$  und im Dauerfestigkeitsbereich von  $T_{sd} = 1 : 1,19$ . Die Wöhlerlinie dieses Versuches ist in Abb. 7.12 zu sehen.



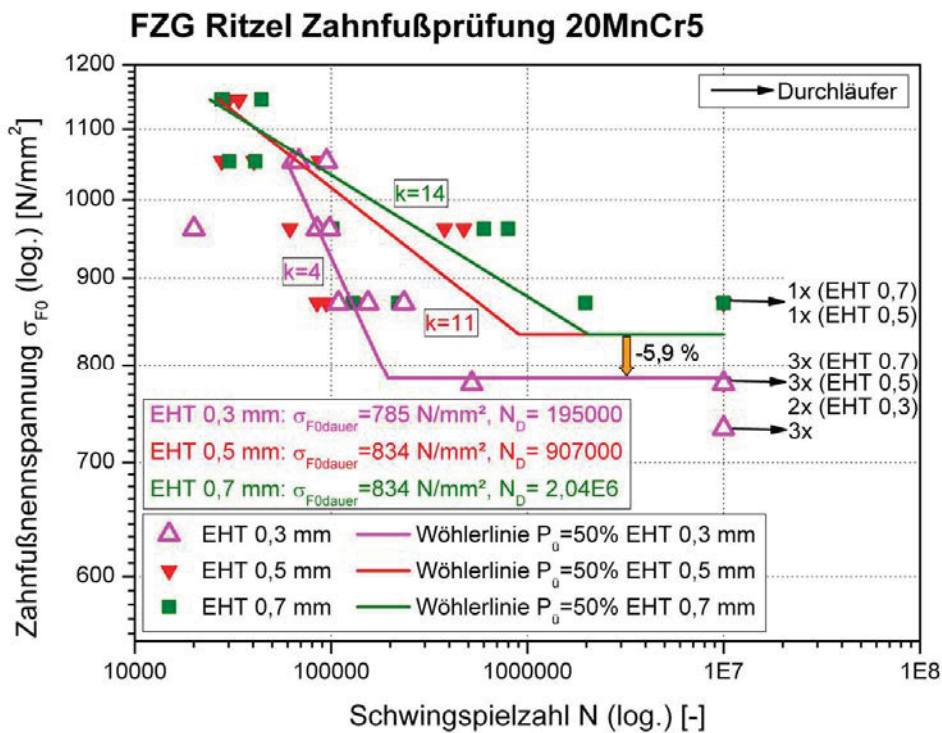
**Abb. 7.12:** Wöhlerlinie für das Ritzel mit EHT 0,5 mm

Zuletzt wird das Ritzel mit einer Einhärtungstiefe von 0,7 mm geprüft. Hierbei zeigte sich ein gleich hohes Dauerfestigkeitsniveau wie bei EHT 0,5 mm von  $\sigma_{F0dauer} = 834 \text{ N/mm}^2$  jedoch mit einer Neigung im Zeitfestigkeitsgebiet von  $k = 14$ . Die Ecklastspielzahl beträgt hierbei  $N_D = 2,04 \cdot 10^6$  Lastwechsel und definiert das Ende der Zeitfestigkeitsgerade. Die aufgetretenen Streuungen der Überlebenswahrscheinlichkeiten liegen im Zeitfestigkeitsbereich bei  $T_n = 1 : 4,58$  und im Dauerfestigkeitsbereich von  $T_{sd} = 1 : 1,19$ . Abb. 7.13 zeigt die Wöhlerlinie des Zahnfußtragfähigkeitsversuches mit EHT 0,7 mm.



**Abb. 7.13:** Wöhlerlinie für das Ritzel mit EHT 0,7 mm

Vergleicht man die drei Wöhlerlinien der verschiedenen Einsatzhärteiefen miteinander so stellt man fest, dass die Zahnfußtragfähigkeit des Ritzels mit EHT 0,5 und EHT 0,7 mm die identisch ist, nur die Ecklastspielzahl  $N_D$  und die Neigung  $k$  sind unterschiedlich. (Abb. 7.14)

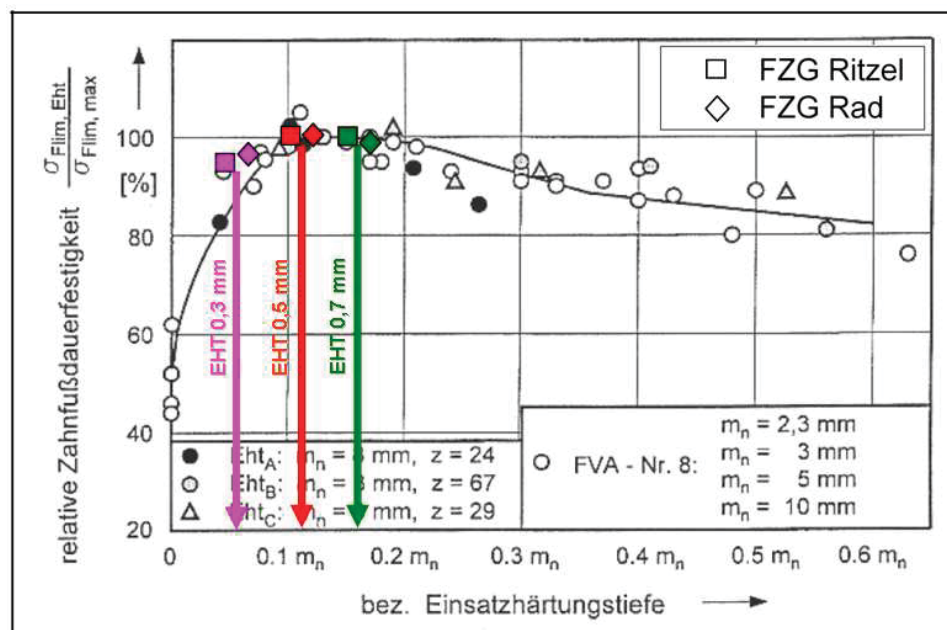


**Abb. 7.14:** Vergleich der Wöhlerlinien des Ritzels mit den verschiedenen Einsatzhärteiefen

Das Zahnfußtragfähigkeitsniveau des Ritzels mit EHT 0,3 mm hingegen weist im Vergleich zu den anderen einen um 5,9 % geringeren Wert auf, hat jedoch eine höhere Kerbempfindlichkeit, welche durch die kleinste Neigung  $k = 4$  ersichtlich ist. Diese Tatsachen können darauf hinweisen, dass eine tiefere Einsatzhärteschicht auch eine Veränderung des Ranschichtzustandes zur Folge hat. Man kann davon ausgehen, dass Druckeigenstressungen in einer größeren Tiefe zu einer zusätzlichen Tragfähigkeitserhöhung im Zahnfuß führen. Bezieht man die drei Einsatzhärte-tiefen auf den Modul des Ritzels ergeben sich folgenden Werte:

- EHT 0,3 mm =  $0,07 \cdot m_n$
- EHT 0,5 mm =  $0,11 \cdot m_n$
- EHT 0,7 mm =  $0,16 \cdot m_n$

In Abb. 7.15 sind die in dieser Arbeit vorhandenen Einsatzhärte-tiefen bezogen auf den Modul und die Punkte für die Zahnfußdauerfestigkeiten von Ritzel und Rad in das von Rösch (siehe Abb. 4.8) bekannte Diagramm eingetragen. Dabei ist zu sehen, dass sich eine EHT 0,3 mm mit ca. 94 % der maximalen Zahnfußtragfähigkeit unter den Werten von der EHT 0,5 mm und EHT 0,7 mm, die beide nahe dem Maximum liegen, befindet und dass die in dieser Arbeit gefundenen Werte gut mit der Kurve übereinstimmen.

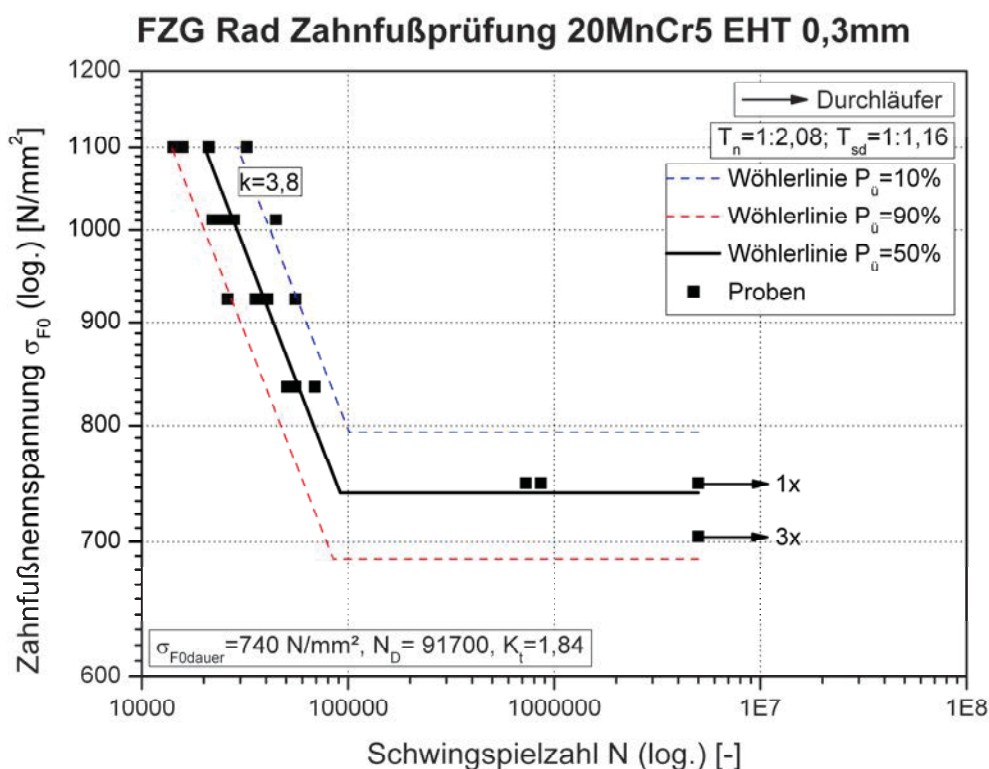


**Abb. 7.15:** Einfluss der Einsatzhärte-tiefe auf die Zahnfußtragfähigkeit von Stirnrädern [13]

Dies zeigt eine tendenziell gute Übereinstimmung mit den im Dauerschwingversuch des Ritzels gefundenen Werten für die Zahnfußtragfähigkeit. Weiters kann gesagt werden, dass eine von EHT 0,3 mm auf EHT 0,5 mm eine deutliche Steigerung der Zahnfußfestigkeit erkennbar ist, jedoch bei weiterer Erhöhung auf EHT 0,7 mm kein zusätzlicher Anstieg der Festigkeit zu verzeichnen ist.

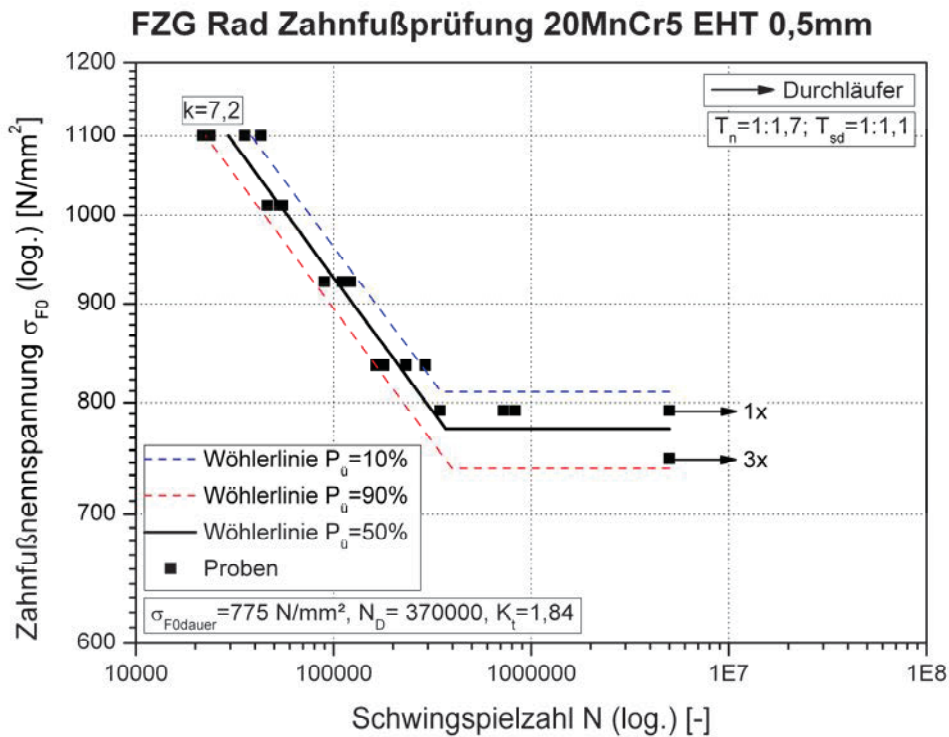
### 7.2.4.2. Wöhlerlinien für die Zahnfußbeanspruchung des Rades

Als zweites wurde das Rad auf die Zahnfußtragfähigkeit geprüft. Abb. 7.16 zeigt die Wöhlerlinie für das einsatzgehärtete Rad mit einer Einsatzhärte tiefe von 0,3 mm. Das oberste Spannungsniveau von  $\sigma_{F0} = 1100 \text{ N/mm}^2$  und das Dauerfestigkeitsniveau von  $\sigma_{F0\text{dauer}} = 740 \text{ N/mm}^2$  definieren die Neigung der Zeitfestigkeitsgeraden von  $k = 3,8$ . Die Ecklastspielzahl von  $N_D = 91700$  Lastwechsel charakterisiert den Übergang in das Dauerfestigkeitsgebiet. Die Versuchsergebnisse zeigten eine geringe Streuung der Überlebenswahrscheinlichkeiten mit Werten im Zeitfestigkeitsbereich von  $T_n = 1 : 2,08$  und im Dauerfestigkeitsbereich von  $T_{sd} = 1 : 1,16$ .

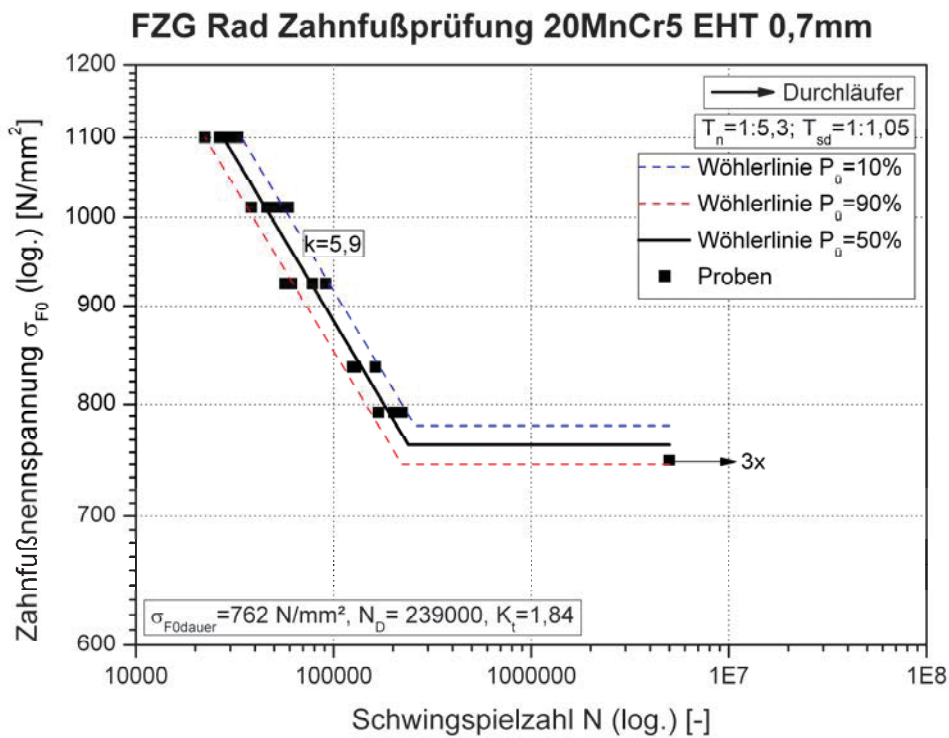


**Abb. 7.16:** Wöhlerlinie für das Rad mit EHT 0,3 mm

Bei der Wärmebehandlungsvariante mit der nächst höheren Einsatzhärte tiefe von 0,5 mm steigt das Dauerfestigkeitsniveau auf  $\sigma_{F0\text{dauer}} = 775 \text{ N/mm}^2$  mit einer Neigung im Zeitfestigkeitsgebiet von  $k = 7,2$ . die Ecklastspielzahl beträgt hierbei  $N_D = 370000$  Lastwechsel und definiert das Ende der Zeitfestigkeitsgerade. Die Streuungen der Überlebenswahrscheinlichkeiten liegen im Zeitfestigkeitsbereich bei  $T_n = 1 : 1,7$  und im Dauerfestigkeitsbereich von  $T_{sd} = 1 : 1,1$ . Die Wöhlerlinie dieses Versuches ist in Abb. 7.17 zu sehen.

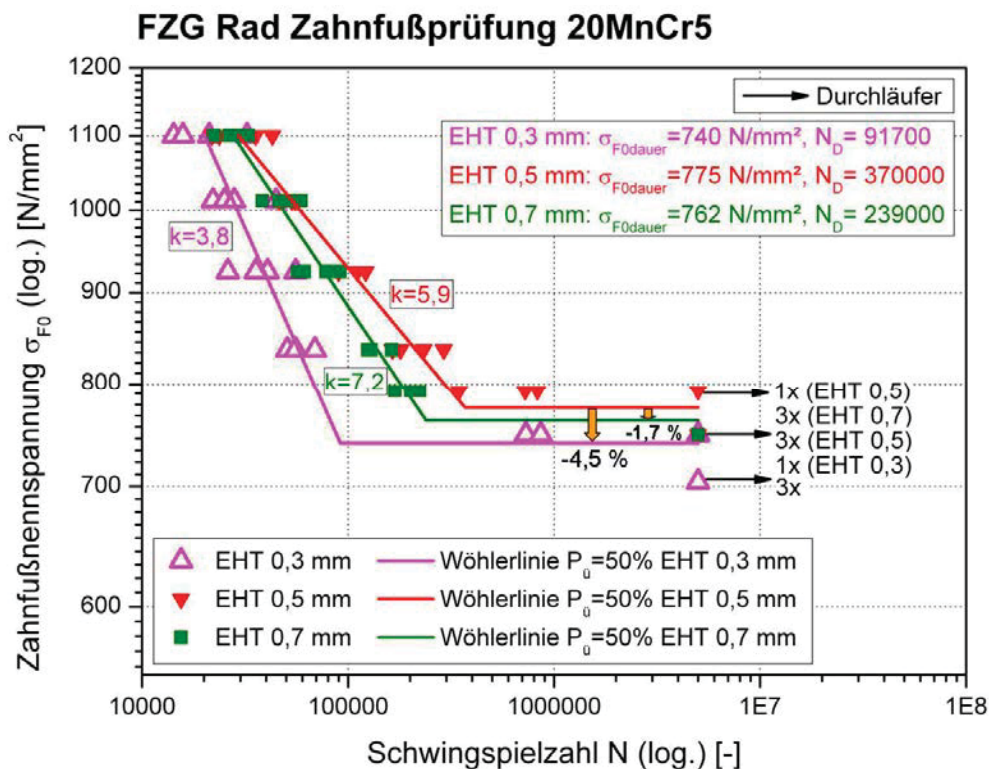


Zuletzt wurde das Rad mit einer Einhärtungstiefe von 0,7 mm geprüft (Abb. 7.18). Dabei ergibt sich eine Zahnfußtragfähigkeit von  $\sigma_{F0} = 762 \text{ N/mm}^2$ .



Die Neigung im Zeitfestigkeitsgebiet beträgt  $k = 5,9$ . Die Ecklastspielzahl beträgt hierbei  $N_D = 239000$  Lastwechsel und definiert das Ende der Zeitfestigkeitsgerade. Die aufgetretenen Streuungen der Überlebenswahrscheinlichkeiten liegen im Zeitfestigkeitsbereich bei  $T_n = 1 : 5,3$  und im Dauerfestigkeitsbereich von  $T_{sd} = 1 : 1,05$ .

Vergleicht man wiederum die drei Wöhlerlinien der verschiedenen Einsatzhärteiefen des Rades miteinander so stellt man fest, dass die höchste Zahnfußtragfähigkeit bei EHT 0,5 auftritt. Die Zahnfußtragfähigkeit bei EHT 0,3 mm ist wie beim Ritzel, mit einem im Vergleich zur EHT 0,5 mm um 4,5 % geringeren Wert, am niedrigsten. EHT 0,7 mm weist in diesem Fall gegenüber der EHT 0,3 mm einen höheren, jedoch im Gegensatz zu den Ergebnissen des Ritzels im Vergleich zur EHT 0,5 mm einen um 1,7 % geringeren Wert der Zahnfußtragfähigkeit auf. (Abb. 7.19)



**Abb. 7.19:** Vergleich der Wöhlerlinien des Rades mit den verschiedenen Einsatzhärteiefen

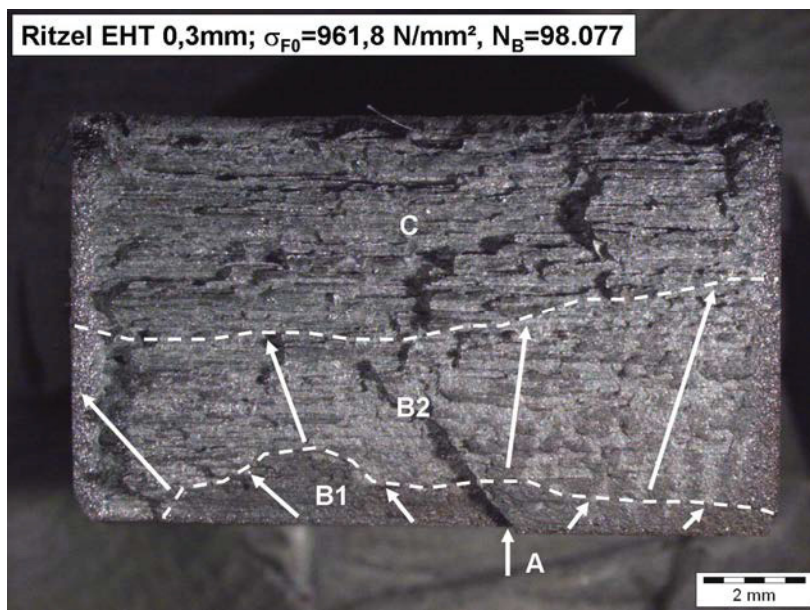
Dies bedeutet, dass für das Rad ein Festigkeitsmaximum bei einer Einsatzhärteiefe von 0,5 mm auftritt und keine Steigerung durch eine noch höhere EHT erwartet werden kann. In Bezug auf das Diagramm in Abb. 7.15 bedeutet das, dass die EHT 0,5 mm im bzw. sehr nahe am Maximum der Zahnfußdauerfestigkeit liegt und bei höheren Werten der Einsatzhärteiefe sich bereits ein Abfall zeigt. Grund hierfür kann die im Verhältnis zum zähen Kern zunehmend martensitisch, spröde Randschicht sein, da bei Überschreiten eines gewissen Wertes der Zahn zu wenig Zähigkeit besitzt und es so zu einem Abfall in der Zahnfußtragfähigkeit führen kann.

### 7.2.4.3. Bruchflächenanalyse

Im Folgenden wird von jeder Einsatzhärtungstiefe eine charakteristische Bruchfläche mittels des am Lehrstuhl vorhandenen Lichtmikroskops analysiert. Dies dient zu einer genauen Charakterisierung des Rissausganges und des Bruchverlaufes.

Die Bruchflächen weisen vier typische Gebiete auf (Abb. 7.20 bis Abb. 7.22):

- A: Anrissstelle
- B1: Gebiet des stabilen Risswachstums
- B2: Übergangsgebiet zur Instabilität der Risse
- C: Gewaltbruchfläche

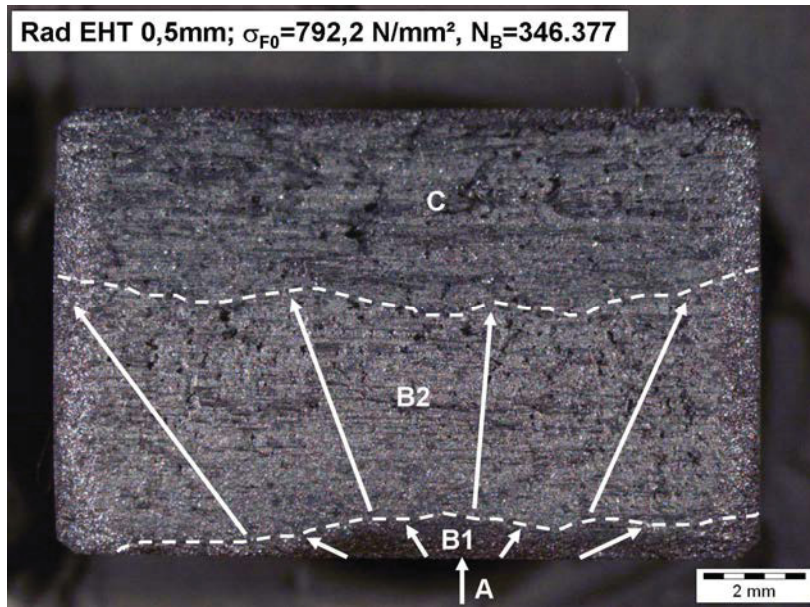


**Abb. 7.20:** Bruchfläche des Ritzels mit EHT 0,3 mm

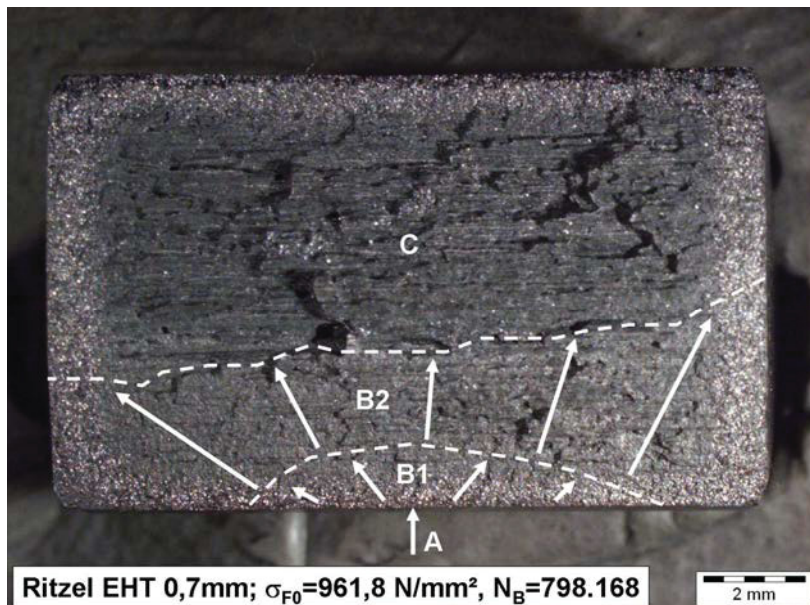
Die erkennbare Anrissstelle (A) ist direkt an der Oberfläche der Zugseite im Zahnfuß gelegen. Bei den meisten Proben entstand der Bruchausgang nahe der 30° Tangente an den Zahnfuß, wie es auch in der Norm angenommen wird. In weiterer Folge kommt es zu einem langsamen stabilen Risswachstum mit Hauptausbreitungsrichtung entlang der Zahndicke. Daraus resultiert eine feinkristalline Schwingbruchfläche (B1). Die stabile Rissausbreitung wird beschleunigt und es kommt zu einer etwas größeren Schwingbruchfläche (B2). Letztlich tritt ein Versagen des Zahnes auf, d.h. das Risswachstum wird instabil und es kommt zum Gewaltbruch (C). Die dabei entstandenen Restbruchflächen nehmen mit zunehmendem Lastniveau an Größe zu. Bei allen Versuchen tritt der Anriss an der Zugseite im Zahnfuß auf, dieser führte zum Versagen des Zahnes. Die Bruchcharakteristik zeigt keinen Unterschied zwischen den verschiedenen Einsatzhärtetiefen, es wurden keine signifikanten Abweichungen in Bezug auf die Rissinitiierung, Rissausbreitung und Restbruch festgestellt.



In den Abb. 7.20 bis Abb. 7.22 der Bruchflächen ist die einsatzgehärtete Randschicht besonders gut erkennbar. Bei allen Proben wurden Messungen der Einsatzhärtetiefe durchgeführt, welche eine gute Übereinstimmung mit einer Abweichung von höchstens  $\pm 0,05$  mm zu den geforderten Werten aufwiesen.



**Abb. 7.21:** Bruchfläche des Rades mit EHT 0,5mm



**Abb. 7.22:** Bruchfläche des Ritzels mit EHT 0,7 mm

## 7.3. Numerische Simulation der Zahnfußbeanspruchung

### 7.3.1. Aufbau des FE Modells

Ausgehend von der Zahngeometrie des FZG-C Ritzels und Rades nach Tab. 3.1 wurde mit Hilfe des Programms KISSsoft eine 2D Geometrie generiert, diese wurde in Abaqus 6.8 importiert und letztlich die FE-Simulation durchgeführt.

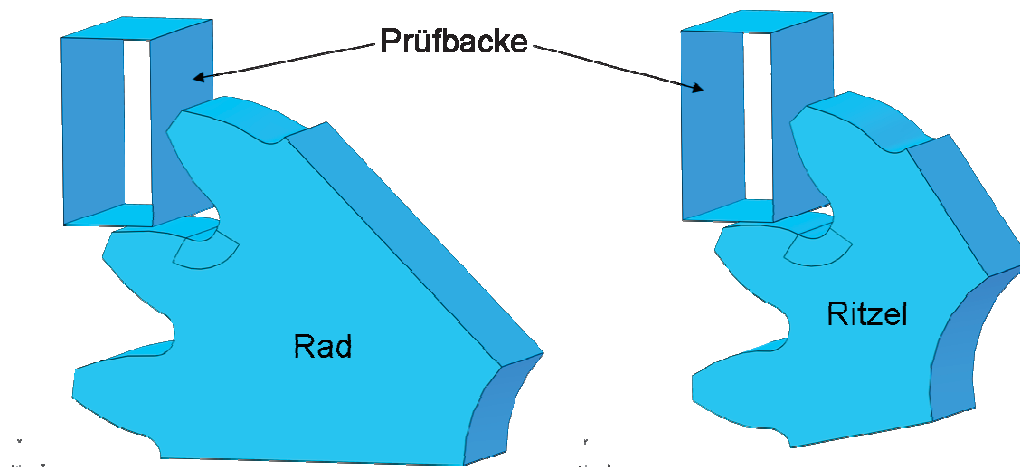
#### 7.3.1.1. Aufbau der 2D Geometrie mit KISSsoft

Das Programm KISSsoft bietet die Möglichkeit 2D Zahnformberechnungen durchzuführen. Sämtliche Arbeiten mit KISSsoft wurden innerhalb der für 30 Tage gültigen Testlizenz durchgeführt. Die aus der Simulation gewonnenen Ergebnisse dienen rein zu Forschungszwecken. Die Testversion kann von der Homepage [www.kisssoft.ch](http://www.kisssoft.ch) herunter geladen werden. [15]

Die Zahngeometrie kann hierbei mit bis zu 400 Punkten pro Flanke aufgelöst werden, was für eine FE-Simulation ausreichend ist. Die Geometrie wurde in Abaqus 6.8 importiert, partitioniert und vernetzt. Mit Hilfe von KISSsoft ist es zusätzlich möglich eine Berechnung der nach DIN 3990 (B) [19] bestimmenden Zahnfuß- und Zahnflankentragfähigkeiten sowie eine Auswertung der während des Abwälzvorganges auftretenden Geschwindigkeiten durchzuführen.

#### 7.3.1.2. Import der 2D Geometrie in Abaqus 6.8

Für den Import der Zahngeometrie wurde der Dateityp IGES gewählt, da dieser sehr gut in Abaqus 6.8 CAE importiert werden kann. Nach dem Einfügen wird die Erstellung der *Parts* für die FE Berechnung durchgeführt. Hierbei wird nur ein Teil des Ritzels bzw. Rades modelliert, da dieser für eine Bewertung der auftretenden Spannungen ausreicht. Hinzu kommt, dass eine Einsparung der Knoten- bzw. Elementanzahl, gegenüber der Modellierung des ganzen Ritzels / Rades, eine erhebliche Verkürzung der Rechendauer zur Folge hat. In Abb. 7.23 sind die FE Modelle für die Simulation der Zahnfußbeanspruchung bei Ritzel und Rad dargestellt.



**Abb. 7.23:** Aufbau der FE Modelle für numerische Simulation der Zahnfußbeanspruchung

Die Prüfbacke wurde mittels einem *Analytical Rigid Shell* modelliert, da diese nur für die Aufbringung der Kraft und nicht für eine Spannungsauswertung benötigt wird. Eine Partitionierung im Bereich der Zahnfußausrundung ermöglicht eine feine, genau definierte Vernetzung im Gebiet der auftretenden Zahnfußspannungen.

### 7.3.2. Materialdefinition

Den beiden *Parts*, Ritzel und Rad, wird ein E-Modul von 206000 N/mm<sup>2</sup> (Wert für den Werkstoff 20MnCr5 laut KISSsoft) und eine Querkontraktionszahl von  $\nu = 0,3$  zugewiesen. Zuweisung des Werkstoffes im Input-File:

```
*Material, name="Stahl 20MnCr5"
*Elastic
206000., 0.3
```

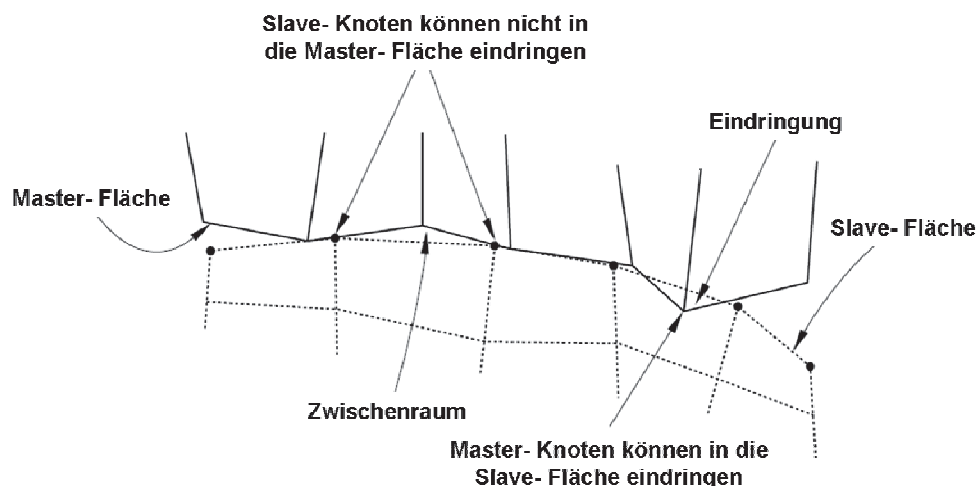
### 7.3.3. Kontaktbedingungen

Die Behandlung der Kontaktflächen zweier Körper erfolgt nach dem so genannten *Master-Slave*-Verfahren. Hierbei ist eine Fläche der *Master*, die andere der *Slave*. (Abb. 7.24)

Die Knoten der *Slave*-Oberfläche können die *Master*-Oberfläche nicht durchdringen, umgekehrt ist dies jedoch möglich. Die Kontakttrichtung ist normal zu der *Master*-Oberfläche, dementsprechend auch die Normalkomponente der Kontaktkraft. [25]

Bei einem Kontaktproblem muss vom Anwender folgendes festgelegt werden:

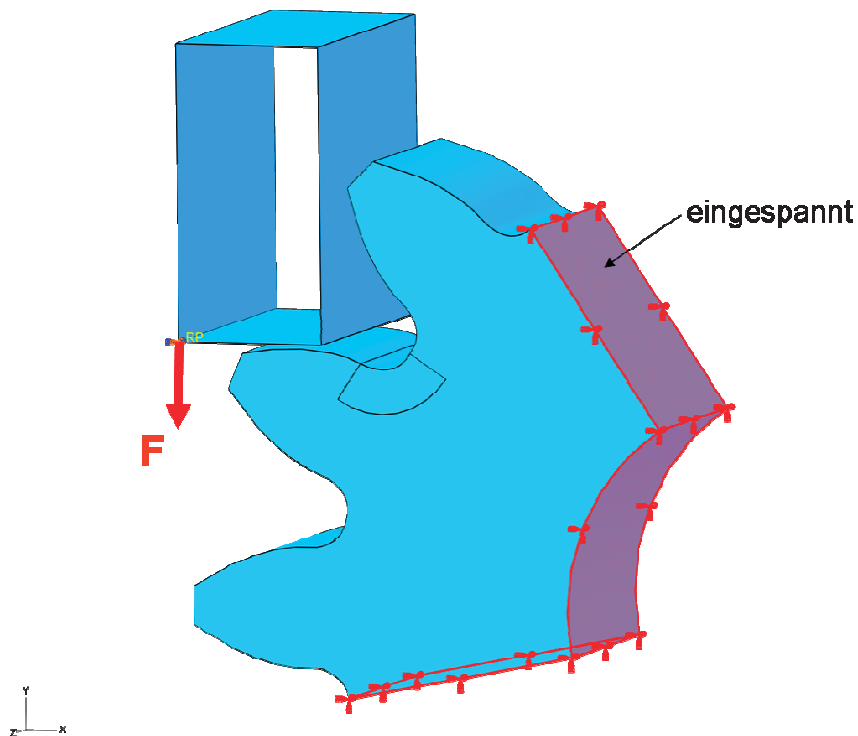
- Woraus setzen sich die Kontaktflächen zusammen
- Welche Flächen treten in Kontakt (mit Definition der *Master*- und *Slave*-Oberfläche)
- Definieren der mechanischen Kontaktverhältnisse



**Abb. 7.24:** *Master-Slave-Verfahren* beim Kontakt zweier Körper [25]

### 7.3.4. Randbedingungen

Der Ablauf der Simulation findet in zwei Schritten, den so genannten *Steps* statt. Im ersten *Step 1* wird durch Verschieben der Prüfbacke (über den *Reference Point RP*) in Richtung Zahnflanke der Kontakt hergestellt. Anschließend wird in *Step 2* die Prüfkraft am *RP* der Prüfbacke aufgebracht und der Zahnfuß dadurch beansprucht. In beiden *Steps* ist das Ritzel bzw. Rad an der in Abb. 7.25 dargestellten roten Fläche eingespannt und kann sich dadurch nicht verschieben.



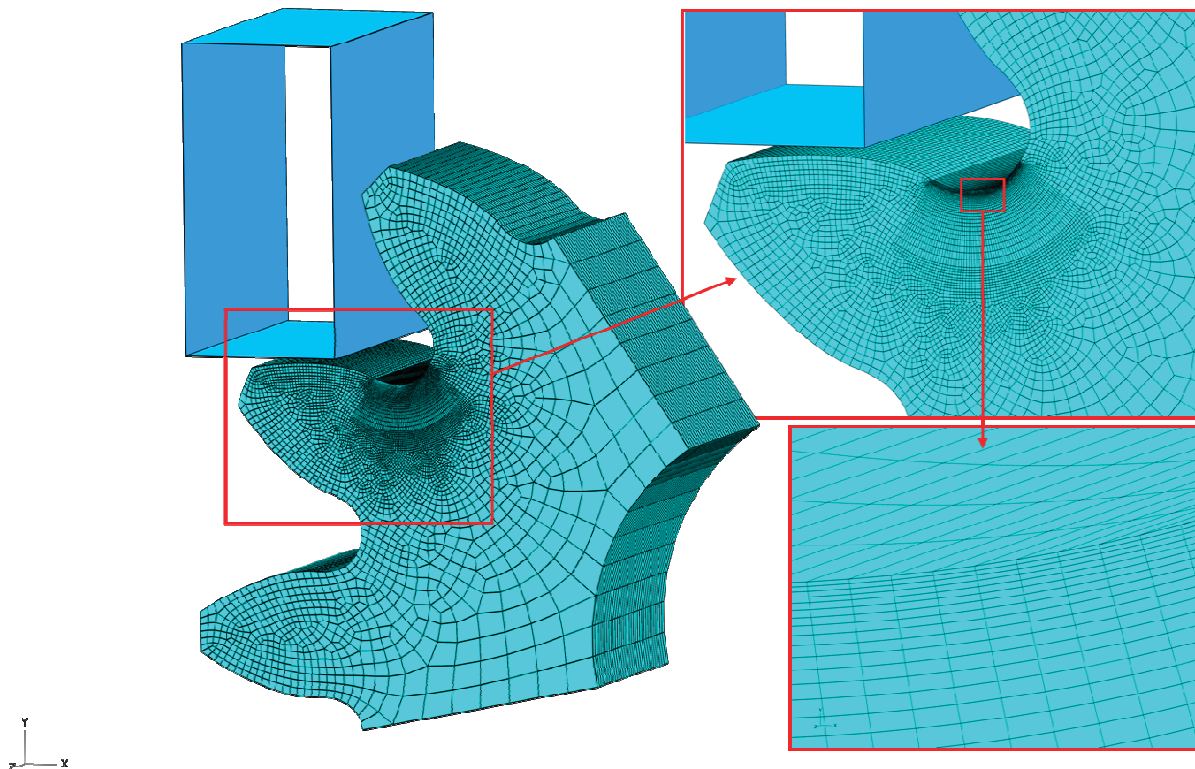
**Abb. 7.25:** Randbedingungen und Kraftaufbringung am Beispiel des FE Modells vom Ritzel

Diese Simulation wird verwendet um den Prüfaufbau im Einzelkontakt zu simulieren. Die Abwälzsimulation dient zur Berechnung der zeitlichen Spannungen während des Eingriffs. Dabei bietet die Simulation des Einzelkontaktes den Vorteil, dass nur eine Komponente der Verzahnung modelliert und somit auch vernetzt werden muss und dies eine erhebliche Einsparung an Knoten und Elementen bringt. Dadurch kann man den Zahnfußbereich sehr fein vernetzen ohne eine übermäßig lange Rechendauer zu erhalten.

### 7.3.5. Vernetzen des FE Modells für die Zahnfußbeanspruchung

Wie bereits erwähnt, wurde der Zahnfußbereich partitioniert um ein strukturiertes FE Netz in diesem Bereich realisieren zu können. Als erstes wurden mit Hilfe des Befehls *Seed Part Instance* die Knoten in das Modell eingefügt. Hierbei wurde mittels dem Unterbefehl *Seed Edge: Biased* eine Vergrößerung der Netzstruktur vom Zahnfuß in Richtung Zahnradbohrung eingebracht, um dadurch die Knoten- bzw. Elementanzahl gering zu halten. In den oberflächennahen Bereichen des Zahnfußes wurde eine sehr feine Netzstruktur in Tiefenrichtung angestrebt (ca. 0,005 mm Knotenabstand), um eine möglichst gute Auflösung des Spannungsverlaufes und dadurch eine genaue Auswertung des Spannungsgradienten zu gewährleisten.

Die Vernetzung selbst erfolgte mit dem Befehl *Mesh Part*. Hier wurden Elemente mit linearen Ansatzfunktionen gewählt, da nur dieser Elementtyp für Kontaktprobleme geeignet ist. Der für die Simulation der Beanspruchung im Zahnfuß gewählte Elementtyp ist C3D8. Das vernetzte FE Modell des Ritzels ist in Abb. 7.26 abgebildet.



**Abb. 7.26:** Vernetztes FE Modell des Ritzels für die Zahnfußbeanspruchung

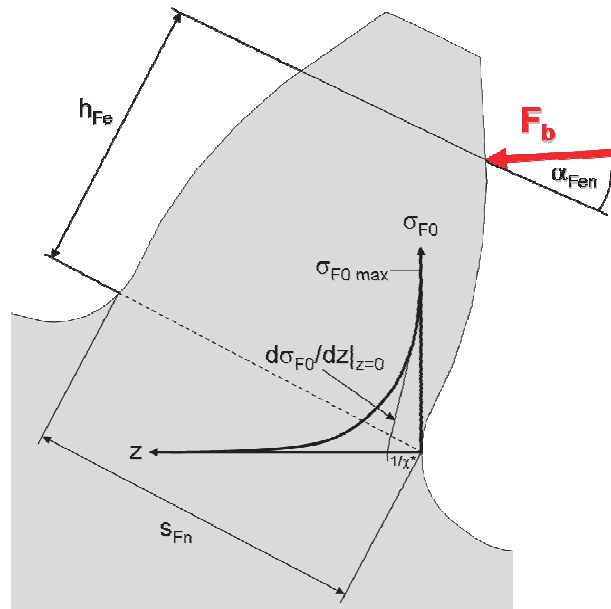
Die gewählte Vernetzung ist für die Berechnung der auftretenden Zahnfußspannungen gut geeignet und für eine ausreichend genaue Auflösung der Spannungen fein genug.

### 7.3.6. Ergebnisse der numerischen Simulation der Zahnfußbeanspruchung

#### 7.3.6.1. Berechnung des Kerbfaktors und des bezogenen Spannungsgradienten

Die im Zahnfuß an der Oberfläche auftretenden maximalen Zahnfußnennspannungen  $\sigma_{F0max}$  sind deutlich höher als die Nennspannung, die in diesem Zahnquerschnitt auftritt. Diese Spannungserhöhung kann mit einem Spannungsüberhöhungsfaktor, der Formzahl  $K_t$  nach Glg. (7.11) beschrieben werden.

$$K_t = \frac{\sigma_{F0max}}{\sigma_{F0nenn}} \quad \text{mit} \quad \sigma_{F0nenn} = \frac{F_b \cdot \cos(\alpha_{Fen}) \cdot h_{Fe}}{b \cdot s_{Fn}^2} \cdot \frac{1}{6} \quad \text{Glg. (7.11)}$$



**Abb. 7.27:** Abfall der Zahnfußspannung senkrecht zur Oberfläche der höchstbeanspruchten Stelle zur Definition des bezogenen Spannungsgradienten  $\chi^*$

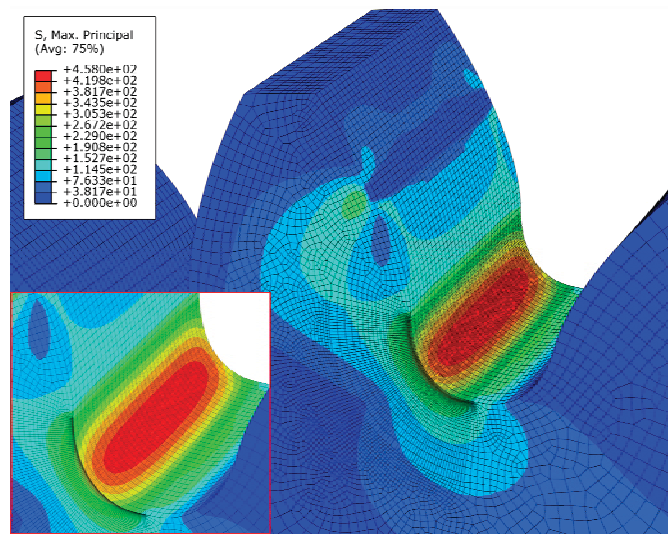
Zur Beschreibung der Spannungserhöhung ist neben der maximalen Kerbspannung, welche durch die Formzahl  $K_t$  ausgedrückt wird, auch der bezogene Spannungsgradient  $\chi^*$  senkrecht zur Oberfläche (Glg. (7.12)), an der höchstbeanspruchten Stelle  $\sigma_{F0max}$  von Bedeutung. Er beschreibt die Größe des Abfalls der Zahnfußspannungen in Tiefenrichtung  $z$  (Abb. 7.27).

$$\chi^*(z) = \frac{1}{\sigma_{F0max}} \cdot \frac{d\sigma_{F0}(z)}{dz} \quad \text{Glg. (7.12)}$$

Der bezogene Spannungsgradient wird direkt oder indirekt zur Erfassung von Stützwirkungsphänomenen in spannungsbasierenden Ansätzen nach Wöhler herangezogen. [26]

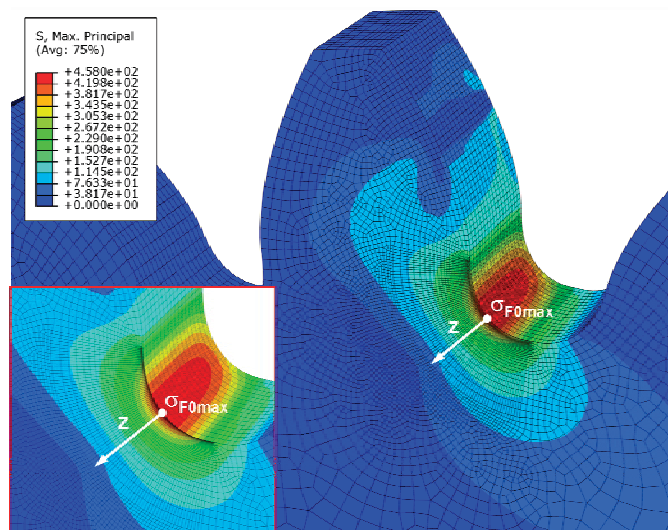
### 7.3.6.2. Simulationsauswertung der Zahnfußbeanspruchung

In diesem Abschnitt wird die Auswertung der FE Simulationsergebnisse für das Ritzel gezeigt. Eine nach demselben Schema ablaufende Simulationsauswertung für das Rad ist dem Anhang zu entnehmen. Für die Simulation der Zahnfußbeanspruchung wurde eine Belastung von  $F_b=10$  kN gewählt. Das sich daraus ergebende Resultat der FE Rechnung für das Ritzel ist in Abb. 7.28 ersichtlich. Dabei ergibt sich eine max. Zahnfußnennspannung von  $\sigma_{F0max} = 458,0$  N/mm<sup>2</sup>.



**Abb. 7.28:** FE Simulationsergebnis für die Zahnfußbeanspruchung des Ritzels

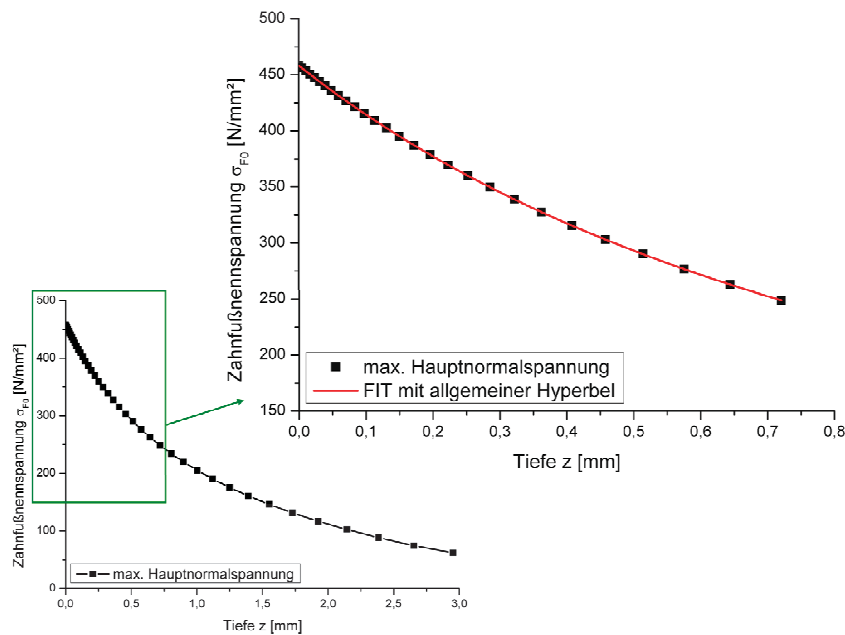
Die Richtung, der für die Spannungsauswertung in Tiefenrichtung maßgebende Koordinate  $z$ , ausgehend von der maximalen Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0max}$  an der Oberfläche des Ritzels, ist in Abb. 7.29 dargestellt.



**Abb. 7.29:** Darstellung der Richtung der Tiefenkoordinate  $z$  für die Auswertung des bezogenen Spannungsgradienten des Ritzels

Die nachfolgende Abb. 7.30 zeigt den Zahnfußnennspannungsverlauf  $\sigma_{F0}(z)$  in Tiefenrichtung des Ritzels. Für die Approximation des Spannungstiefenverlaufes durch eine Hyperbelfunktion (Glg. (7.13)) wird die Zahnfußnennspannung bis in eine Tiefe von  $z = 0,75$  mm sehr gut aufgelöst. Die darüber hinaus reichende Spannungsverteilung ist für die Tragfähigkeitsberechnung nicht relevant.

$$\sigma_{F0}(z) = A - \frac{B}{(1 + C \cdot z)^{1/D}} \quad \text{Glg. (7.13)}$$



**Abb. 7.30:** Abfall der Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0}$  an der Oberfläche der höchstbeanspruchten Stelle des Ritzels in Richtung der Tiefenkoordinate  $z$

Durch die Kenntnis des Verlaufes der Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0}$  in Tiefenrichtung  $z$  ist es möglich die Formzahl  $K_t$  und den bezogenen Spannungsgradienten  $\chi^*$  für das Ritzel zu ermitteln. Die Approximation der auftretenden Spannungen durch eine Hyperbel wurde mit Hilfe der Software OriginPro 8G durchgeführt. Die dadurch gewonnenen Werte weisen eine geringe Standardabweichung auf und sind somit für eine fortführende Auswertung gut geeignet.

Berechnung der Formzahl  $K_t$  für das Ritzel:

$$K_t = \frac{\sigma_{F0max}}{\sigma_{F0nenn}} = \frac{458}{254,7} = 1,80$$

$$\sigma_{F0nenn} = \frac{F_b \cdot \cos(\alpha_{Fen}) \cdot h_{Fe}}{b \cdot s_{Fn}^2} = \frac{10000 \cdot \cos(23,11) \cdot 5,13}{14 \cdot 8,91^2} = 254,7 \text{ N/mm}^2$$



Aus Abb. 7.1 folgt:

$$h_{Fe} = 5,13 \text{ mm}$$

$$s_{Fn} = 8,91 \text{ mm}$$

$$\alpha_{Fen} = 23,11^\circ$$

Aus Tab. 3.1 folgt:  $b = 14 \text{ mm}$

Berechnung des bezogenen Spannungsgradienten  $\chi^*$  senkrecht zur Oberfläche, an der höchstbeanspruchten Stelle  $\sigma_{F0max}$ :

Aus  $\sigma_{F0}(z) = A - \frac{B}{(1 + C \cdot z)^{1/D}}$  mit  $\frac{d\sigma_{F0}(z)}{dz} = \frac{B \cdot C \cdot (C \cdot z + 1)^{-1/D-1}}{D}$  folgt:

$$\chi^*(z) = \frac{1}{\sigma_{F0max}} \cdot \frac{d\sigma_{F0}(z)}{dz} = \frac{B \cdot C \cdot (C \cdot z + 1)^{-1/D-1}}{D \cdot \sigma_{F0max}}$$

In Tab. 7.2 sind die FIT Parameter für die allgemeine Hyperbel zur Beschreibung des Zahnfußnennspannungstiefenverlaufes in z-Richtung ersichtlich.

FIT Parameter	Wert	Standardfehler
A	-49,700	0,014
B	-508,063	0
C	0,804	0
D	0,859	0

**Tab. 7.2:** FIT Parameter für die allgemeine Hyperbel zur Beschreibung des Zahnfußnennspannungsverlaufes des Ritzels

Der bezogene Spannungsgradient an der Oberfläche  $\chi^*(z=0)$  ergibt sich demnach mit:

$$\chi^*(z=0) = \frac{1}{\sigma_{F0max}} \cdot \left. \frac{d\sigma_{F0}(z)}{dz} \right|_{z=0} = \frac{|B| \cdot C}{D \cdot \sigma_{F0max}} = \frac{508,063 \cdot 0,804}{0,859 \cdot 458} = 1,04 \text{ mm}^{-1}$$

### 7.3.6.3. Vergleich der Simulationsergebnisse für die Zahnfußbeanspruchung

In Tab. 7.3 ist eine Gegenüberstellung der aus der Simulation gewonnenen Resultate von Ritzel und Rad zu sehen.

$F_b = 10 \text{ kN}$	$\sigma_{F0max} [\text{N/mm}^2]$	$K_t [-]$	$\chi^*(z=0) [\text{mm}^{-1}]$
Ritzel	458,0	1,80	1,04
Rad	440,1	1,84	1,08

**Tab. 7.3:** Simulationsergebnisse der Zahnfußbeanspruchung

## 8. Vergleichsversuche an Umlaufbiegeproben

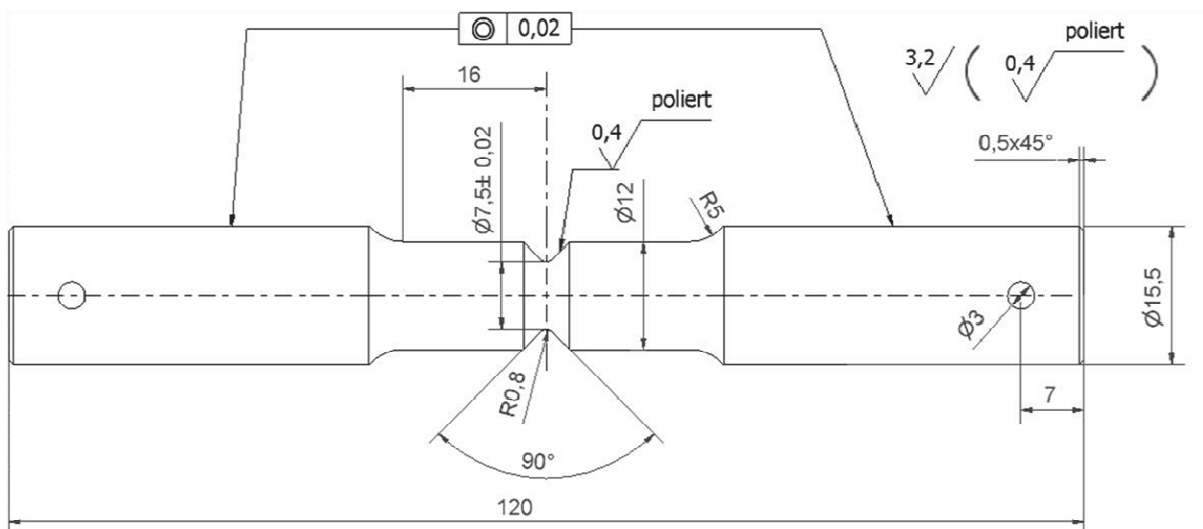
### 8.1. Allgemein

Mittels Umlaufbiegeprüfungen ist es möglich schnelle und kostengünstige Vergleichsuntersuchungen hinsichtlich des Schwingfestigkeitsverhaltens verschiedener Werkstoff- oder Fertigungsvarianten unter Umlaufbiegebelastung zu erhalten. Hierbei werden ungekerbte als auch gekerbte Probengeometrien eingesetzt um den Einfluss des Spannungsgradienten zu untersuchen. [27]

### 8.2. Experimentelle Ermittlung der Dauerfestigkeit

#### 8.2.1. Allgemein

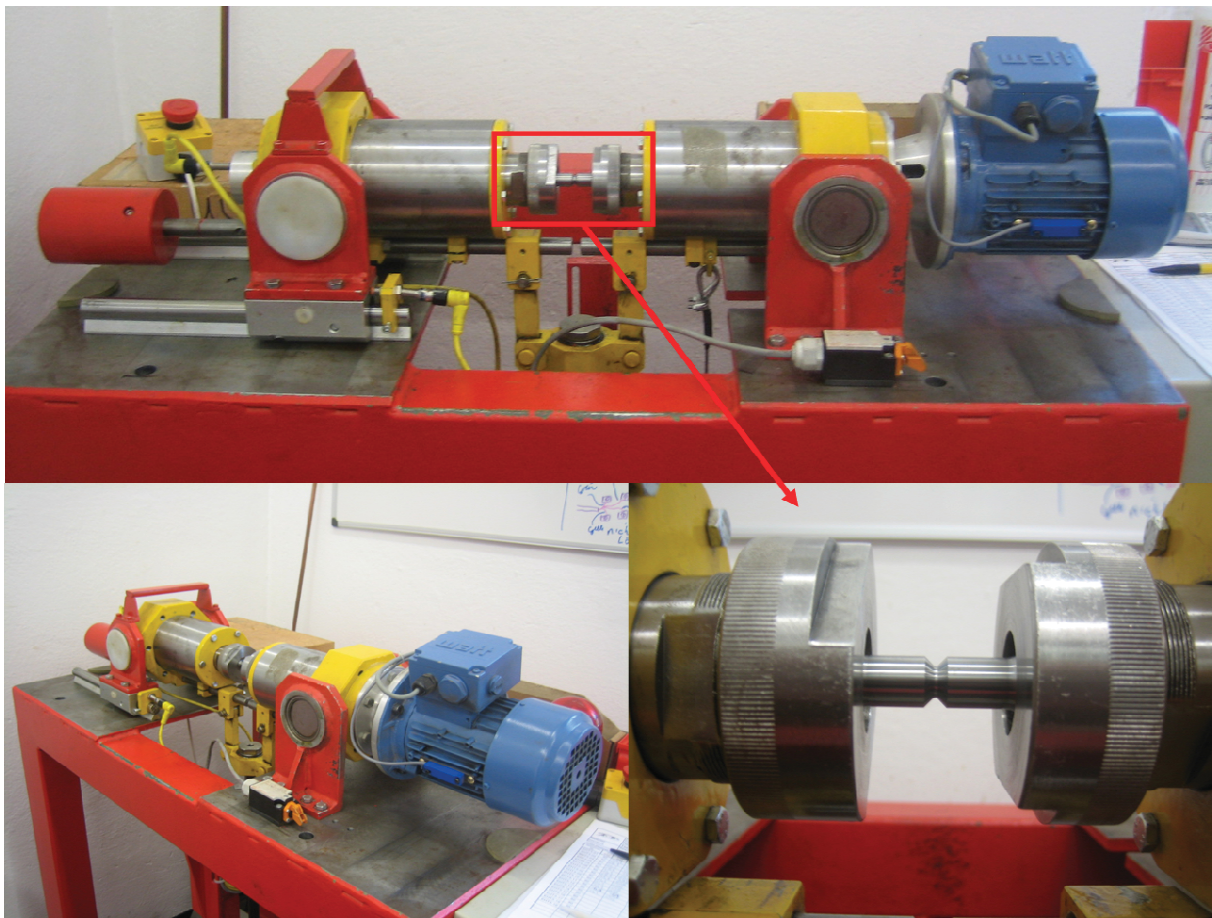
Die Umlaufbiegeprüfungen erfolgten an einer Umlaufbiegeprüfmaschine mit der Benennung UB 5 im Labor des Lehrstuhls für Allgemeinen Maschinenbau. Um einen Vergleich zwischen den einzelnen Einsatzhärteiefen in Bezug auf die Schwingfestigkeit zu erhalten wurden gekerbte Proben ( $K_t = 2$ ) mit EHT 0 mm (vergütet, nicht einsatzgehärtet), EHT 0,3 mm, EHT 0,5 mm und EHT 0,7 mm erzeugt. Um eine zusätzliche Gegenüberstellung zwischen gekerbter und ungekerbter Probengeometrie zu erhalten, wurden für eine EHT 0,5 mm zusätzlich ungekerbte Proben mit  $K_t = 1$  gefertigt. Die Probengeometrie der gekerbten Umlaufbiegeproben ist in Abb. 8.1 ersichtlich.



**Abb. 8.1:** Probengeometrie der gekerbten Umlaufbiegeprobe

### 8.2.2. Aufbau der Umlaufbiegemaschine

Allgemein wird bei einer Umlaufbiegeprüfung die Probe zweiseitig eingespannt, durch eine definierte Last die Biegebeanspruchung aufgebracht und mit einer bestimmten Drehzahl gedreht. Durch das beidseitige Einspannen der Probe, müssen die Lagerungen kippbar gestaltet sein, um über beide Seiten das Biegemoment einleiten zu können. Die in dieser Arbeit verwendete Umlaufbiegemaschine UB 5 ist in Abb. 8.2 zu sehen.

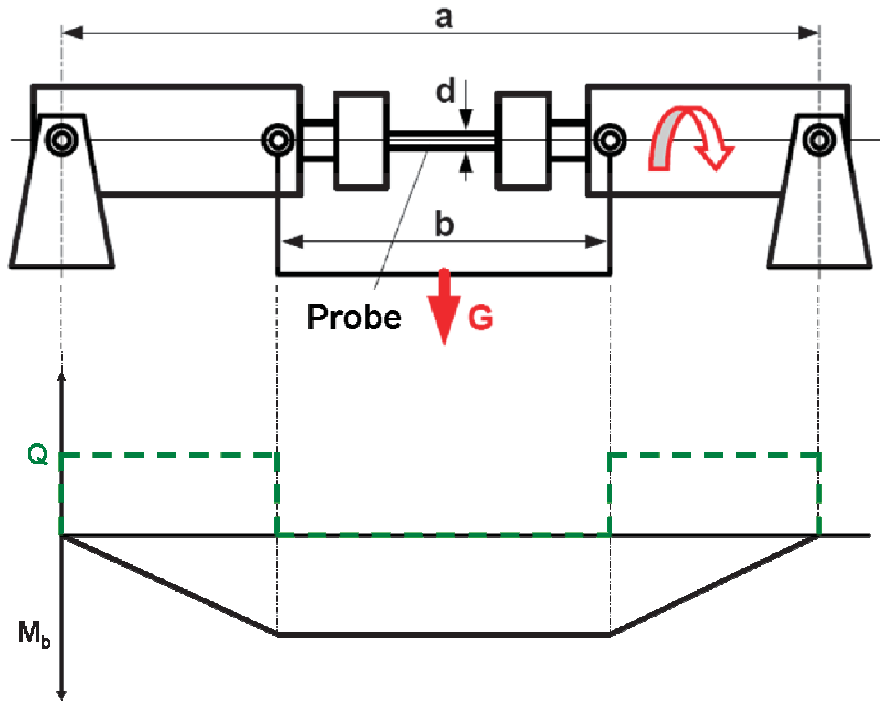


**Abb. 8.2:** Umlaufbiegemaschine im Labor des Lehrstuhls

Gegenüber Prüfungen mit Hydropulsanlagen ergeben sich folgende Vorteile:

- höhere Prüffrequenzen bis zu ca. 100 Hz
- kostengünstige Versuchsdurchführung
- einfache Probengeometrien

Durch die beidseitige Einspannung erhält man eine Vierpunktbiegung und es ergibt sich im Bereich der Probe ein konstanter Biegemomentenverlauf ( $M_B = \text{konst.}$ ). Die Beanspruchung der Probe ist hierbei querkraftfrei ( $Q = 0$ ).



**Abb. 8.3:** Prinzip der Lastaufbringung einer Vierpunktbiegemaschine [28]

Abb. 8.3 zeigt ein Schemabild und den Verlauf der Querkraft  $Q$  und des Biegemoments  $M_B$  der verwendeten Umlaufbiegemaschine. Durch die aufgebrachte Last  $G = m \cdot g$  ergibt sich folgendes Biegemoment an der Probe:

$$M_B = G \cdot \frac{(a-b)}{4} \quad \text{Glg. (8.1)}$$

Daraus ergibt sich eine Biegeennspannung von

$$\sigma_B = G \cdot \frac{(a-b)}{4} \cdot \frac{32}{d^3 \cdot \pi} \quad \text{Glg. (8.2)}$$

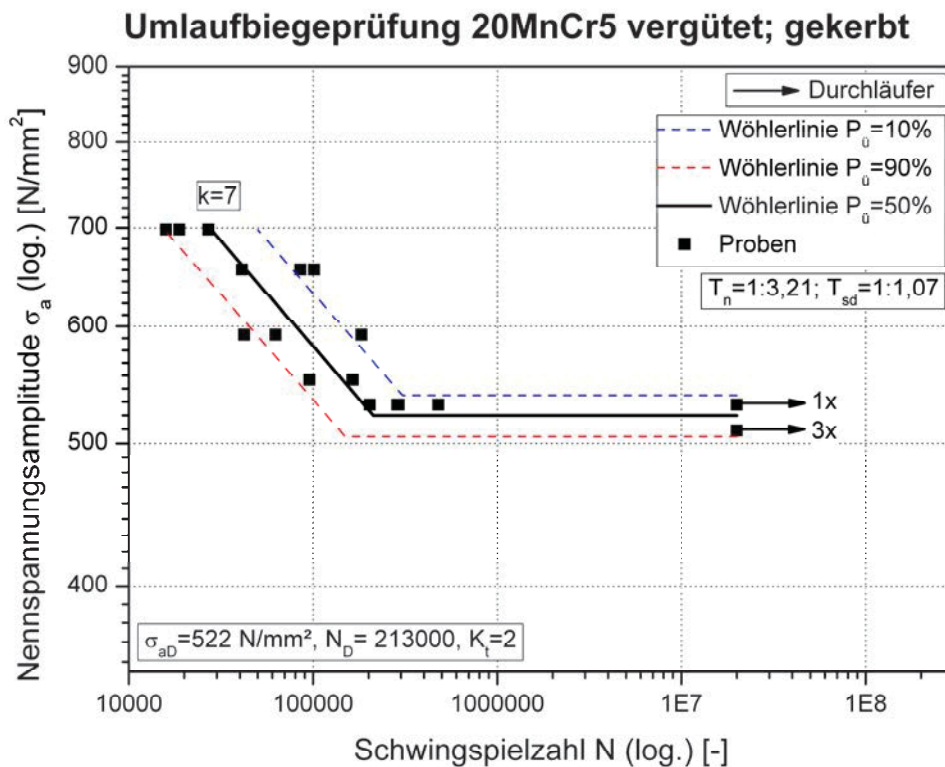
Die für die Wöhlerlinienauswertung herangezogenen Spannungswerte sind Biegeennspannungen. Diese entsprechen bei der gekerbten Probe nicht den tatsächlich auftretenden Spannungen im Kerbgrund.

### 8.2.3. Ergebnisse der Umlaufbiegeversuche

Die Ergebnisse unterteilen sich in Umlaufbiegewöhlerlinien und Bruchflächenanalysen der geprüften Proben.

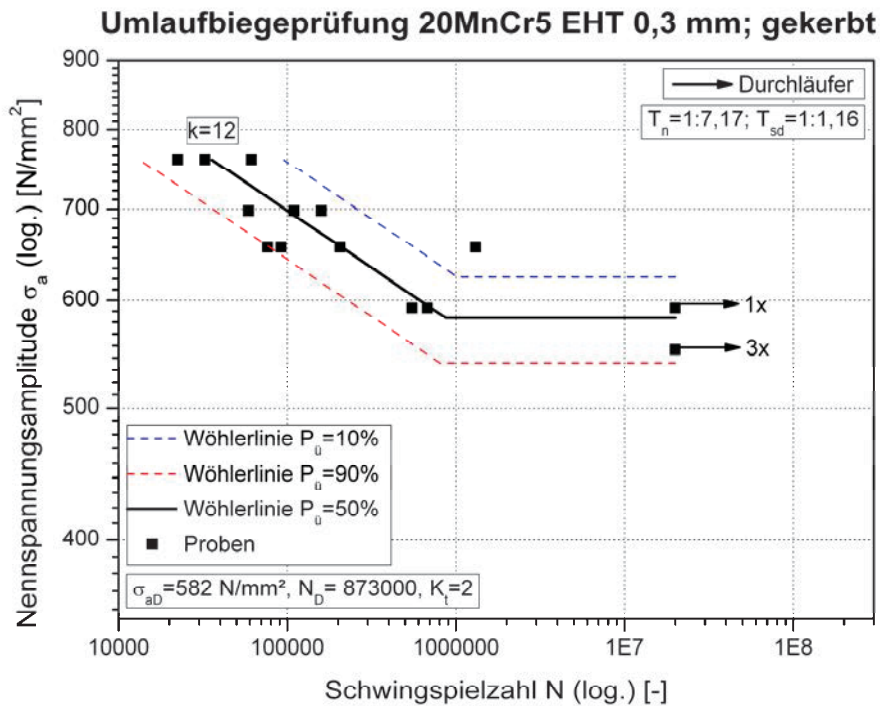
#### 8.2.3.1. Umlaufbiegewöhlerlinien

Die Abb. 8.4 zeigt die Wöhlerlinie der gekerbten Umlaufbiegeprobe aus dem Werkstoff 20MnCr5 vergütet. Die Umlaufbiegewechselfestigkeit liegt bei  $\sigma_{aD} = 522 \text{ N/mm}^2$ . Die Ecklastspielzahl beträgt  $N_D = 213000$  und die Wöhlerlinienneigung  $k = 7$ . Die Streuung im Zeitfestigkeitsgebiet wird mit  $T_n = 1 : 3,21$  und im Dauerfestigkeitsgebiet mit  $T_{sd} = 1:1,07$  beziffert.



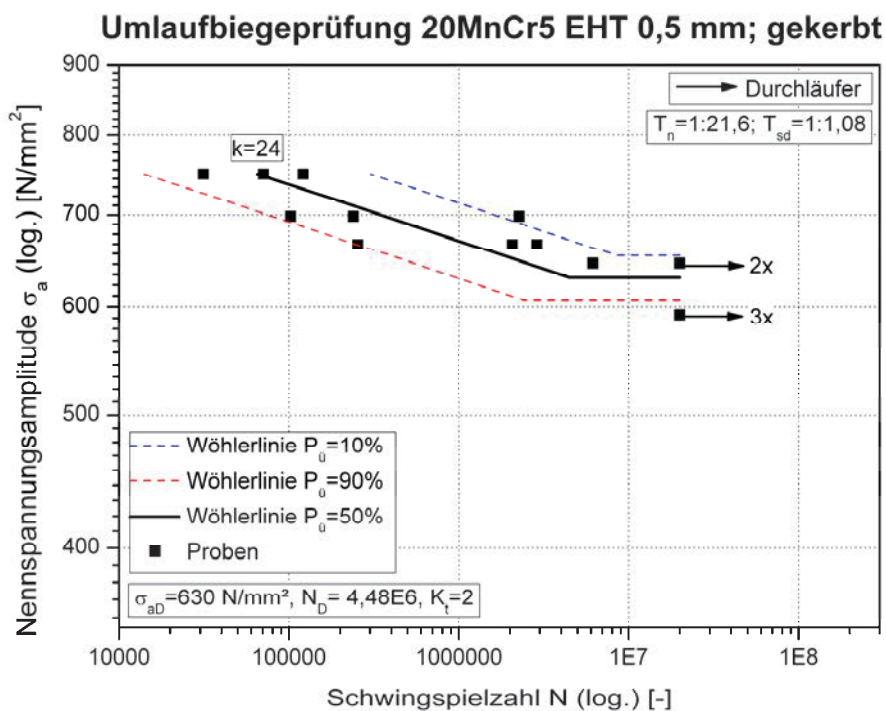
**Abb. 8.4:** Umlaufbiegewöhlerlinie der gekerbten Probe aus 20MnCr5 vergütet

Betrachtet man die Wärmebehandlungsvariante Einsatzhärten mit einer EHT von 0,3 mm (Abb. 8.5) steigt das Dauerfestigkeitsniveau auf  $\sigma_{aD} = 582 \text{ N/mm}^2$  mit einer Neigung im Zeitfestigkeitsgebiet von  $k = 12$ . Die Ecklastspielzahl beträgt hierbei  $N_D = 873000$  Lastwechsel und definiert das Ende der Zeitfestigkeitsgerade. Die Streuungen der Überlebenswahrscheinlichkeiten liegen im Zeitfestigkeitsbereich bei  $T_n = 1 : 7,17$  und im Dauerfestigkeitsbereich von  $T_{sd} = 1 : 1,16$ .



**Abb. 8.5:** Umlaufbiegewöhlerlinie der gekerbten Probe aus 20MnCr5 einsatzgehärtet mit einer Einsatzhärtetiefe von 0,3 mm

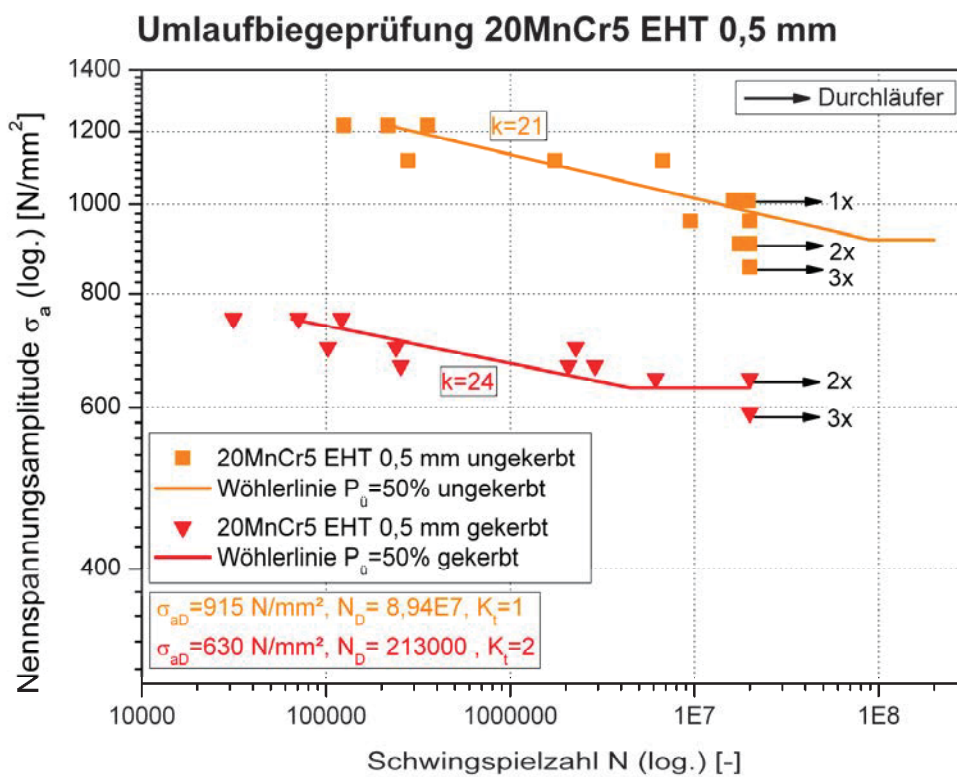
Als nächstes wurde eine Umlaufbiegeprüfung mit der Einsatzhärtetiefe von 0,5 mm durchgeführt. In Abb. 8.6 ist die Wöhlerlinie dieses Versuches dargestellt.



**Abb. 8.6:** Umlaufbiegewöhlerlinie der gekerbten Probe aus 20MnCr5 einsatzgehärtet mit einer Einsatzhärtetiefe von 0,5 mm

Hierbei zeigt sich eine weitere Erhöhung der Biegewechselfestigkeit auf  $\sigma_{aD} = 630 \text{ N/mm}^2$  mit einer Neigung im Zeitfestigkeitsgebiet von  $k = 24$ . Die Ecklastspielzahl beträgt  $N_D = 4,48 \cdot 10^6$  Lastwechsel und definiert das Ende der Zeitfestigkeitsgerade. Die aufgetretenen Streuungen der Überlebenswahrscheinlichkeiten liegen im Zeitfestigkeitsbereich sehr hoch bei Werten von  $T_n = 1 : 21,6$  und im Dauerfestigkeitsbereich gering bei  $T_{sd} = 1 : 1,08$ .

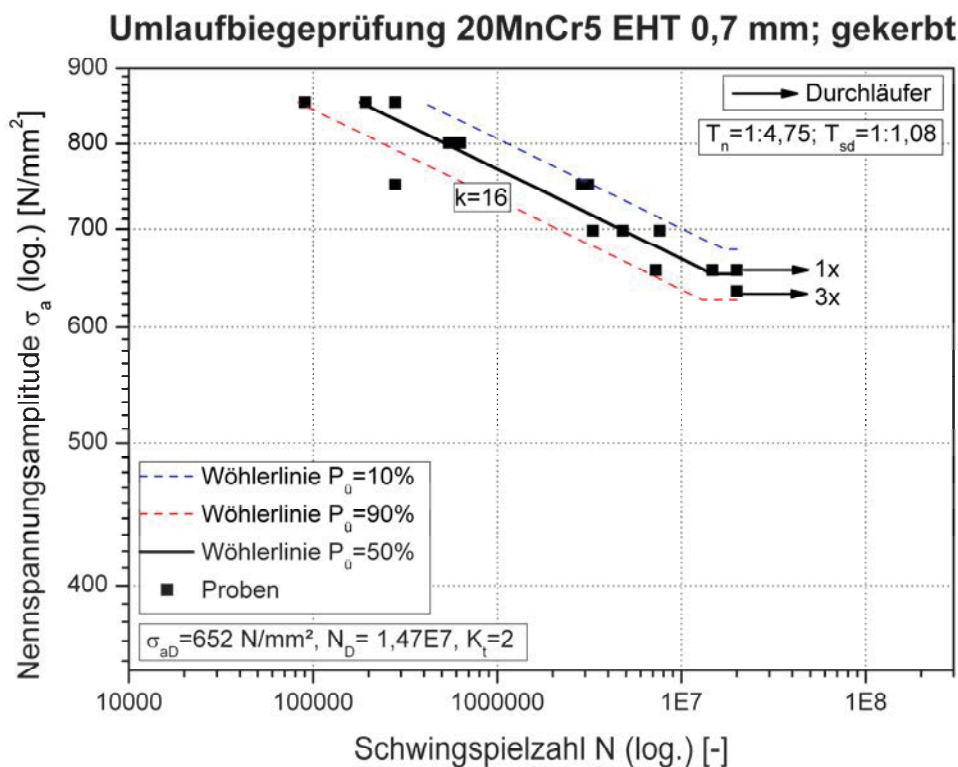
Neben den gekerbten Proben wurde auch eine Wöhlerlinie mit einer EHT von 0,5 mm aus einer ungekerbten Probe erstellt. Vergleicht man nun die Wöhlerlinien der gekerbten und der ungekerbten Umlaufbiegeprobe, so ist dabei deutlich ersichtlich, dass die Umlaufbiegewechselfestigkeit der ungekerbten Probe über dem Niveau der gekerbten Probe, bezogen auf die Nennspannungsamplitude  $\sigma_a$ , liegt. (Abb. 8.7).



**Abb. 8.7:** Vergleich zwischen einer ungekerbten und gekerbten Probe aus 20MnCr5 einseitiggehärtet mit einer Einsatzhärtetiefe von 0,5 mm

Die Neigung  $k$  ist in etwa gleich, jedoch ergibt sich ein wiederum markanter Unterschied in der Ecklastspielzahl, die bei den ungekerbten Proben bei einem weit höheren Wert von  $N_D = 8,94 \cdot 10^7$  liegt.

Zuletzt wurde die gekerbte Umlaufbiegeprobe mit einer Einhärtungstiefe von 0,7 mm geprüft. Hierbei zeigte sich ein im Vergleich zur EHT 0,5 mm höheres Dauerfestigkeitsniveau von  $\sigma_{aD} = 652 \text{ N/mm}^2$ , jedoch eine nicht so hohe Steigerung wie es in den vorherigen Einsatzhärtetiefen der Fall war. Die Neigung im Zeitfestigkeitsgebiet beträgt  $k = 14$  und die Ecklastspielzahl  $N_D = 1,47 \cdot 10^7$  Lastwechsel. Die aufgetretenen Streuungen der Überlebenswahrscheinlichkeiten liegen im Zeitfestigkeitsbereich bei  $T_n = 1 : 4,75$  und im Dauerfestigkeitsbereich von  $T_{sd} = 1:1,08$ . Abb. 8.8 zeigt die Wöhlerlinie des Versuches mit EHT 0,7 mm.

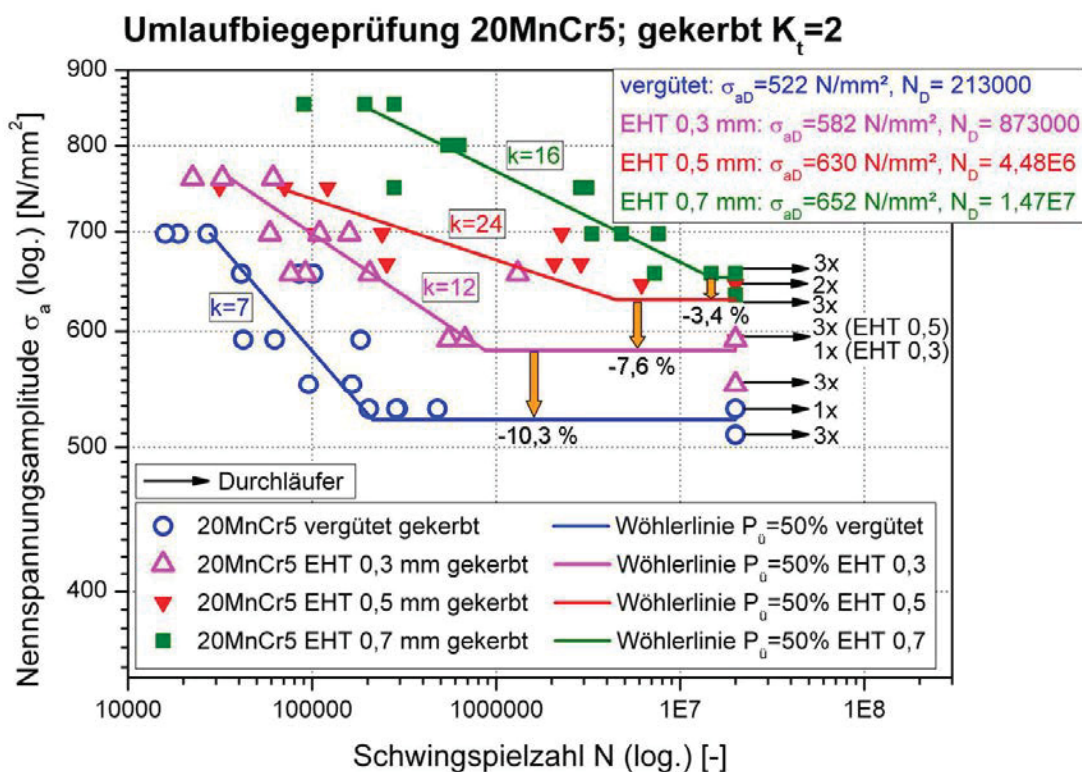


**Abb. 8.8:** Umlaufbiegewöhlerlinie der gekerbten Probe aus 20MnCr5 einsatzgehärtet mit einer Einsatzhärtetiefe von 0,7 mm

Eine Gegenüberstellung der Ergebnisse der Umlaufbiegeversuche ist in Abb. 8.9 dargestellt. Dabei ist ersichtlich, dass eine zunehmende Einsatzhärtetiefe eine Steigerung der Umlaufbiegewechselfestigkeit mit sich zieht. Im Speziellen ist das eine Differenz zwischen dem vergüteten Zustand zu einer Einsatzhärtung mit EHT 0,3 mm von 10,3 %. Der Unterschied zwischen EHT 0,3 mm und EHT 0,5 mm ist ein wenig geringer mit einem Wert von 7,6 %. Noch kleiner zeigt sich die Abweichung zwischen der EHT 0,5 mm und EHT 0,7 mm mit nur 3,4 %. Dies bedeutet, dass die Zunahme der Dauerfestigkeit der Umlaufbiegeproben durch die Steigerung der Einsatzhärtetiefe einen nicht-linearen, genauer einen degressiven Verlauf aufweist. Die gleiche Eigenschaft wurde bereits bei den Zahnfußversuchen von Ritzel und Rad erkannt, jedoch zeigt sich hier ein Maximum des Dauerfestigkeitsniveaus bei einer EHT von 0,5 mm.



Ebenfalls kann man aus diesen Versuchen folgern, dass eine tiefere Einsatzhärteschicht auch eine Veränderung des Randschichtzustandes zur Folge hat. Man kann davon ausgehen, dass Druckeigenspannungen in einer größeren Tiefe zu einer zusätzlichen Tragfähigkeitserhöhung führen. Ein bei den Umlaufbiegeversuchen gleichfalls zu erwartender Abfall der Dauerfestigkeit bei weiterer Erhöhung der EHT kann durch eine zunehmend im Verhältnis zum Probendurchmesser große martensitisch, spröde Zone sein, die zu wenig zäh ist um eine ausreichend große Festigkeit zu gewährleisten und durch die Veränderung der Druckeigenspannungen in der Randzone.



**Abb. 8.9:** Vergleich der Umlaufbiegewöhlerlinien mit den verschiedenen Einsatzhärteiefen

Zusammenfassend kann als Ergebnis der Umlaufbiegeversuche gesagt werden, dass eine Änderung der Wärmebehandlung vom einsatzgehärtetem Zustand mit EHT 0,7 mm zum vergüteten Zustand einen Abfall von 19,9 % der Umlaufbiegefestigkeit zur Folge hat (Tab. 8.1). Außerdem besitzt die Dauerfestigkeitssteigerung durch Einsatzhärten ein Maximum, welches bedingt durch die zunehmende spröde Randschicht auftritt.

	EHT 0,7 mm	EHT 0,5 mm	EHT 0,3 mm	vergütet
$\sigma_{aD} \text{ [N/mm}^2\text{]}$	652	630	582	522
$\Delta\sigma_{aD}$	-	-3,4 %	-10,7 %	-19,9 %

**Tab. 8.1:** Auflistung der Ergebnisse der Umlaufbiegeversuche mit den Abweichungen der Dauerfestigkeit bezogen auf den höchsten Wert der Variante EHT 0,7 mm

### 8.2.3.2. Bruchflächenanalyse der Umlaufbiegeproben

Im Folgenden wird von jeder EHT Variante der gekerbten Umlaufbiegeproben eine charakteristische Bruchfläche mittels des am Lehrstuhl vorhandenen Lichtmikroskops analysiert und miteinander verglichen.

Die Bruchflächen weisen vier typische Gebiete auf (Abb. 8.10 und Abb. 8.11):

- A: Anrissstelle
- B1: Gebiet des stabilen Risswachstums
- B2: Übergangsbereich zur Instabilität der Risse
- C: Gewaltbruchfläche



**Abb. 8.10:** Bruchfläche der gekerbten, vergüteten Umlaufbiegeprobe

Die erkennbaren Anrissstellen (A) entstanden alle an der Oberfläche des Kerbgrundes. In weiterer Folge kommt es zu einem langsamen stabilen Risswachstum aus dem eine feinkristalline Schwingbruchfläche (B1) resultiert. Die stabile Rissausbreitung wird beschleunigt und es kommt zu einer etwas gröberen Schwingbruchfläche (B2). Letztlich tritt ein Versagen der Probe auf, d.h. das Risswachstum wird instabil und es kommt zum Gewaltbruch (C). Die dabei entstandenen Restbruchflächen nahmen mit zunehmendem Lastniveau an Größe zu. Die Bruchanalyse zeigt keinen Unterschied zwischen den verschiedenen Einsatzhärtetiefen, sprich es wurde keine signifikante Abweichung in Bezug auf die Rissinitiierung, Rissausbreitung und Restbruch erfasst. In den Abb. 8.11 A, B und C der Bruchflächen EHT 0,3; 0,5 und 0,7 mm sind die einsatzgehärtete Randschichten besonders gut als glänzende körnige Fläche erkennbar. Bei allen Proben wurden Messungen der Einsatzhärtetiefe durchgeführt, welche eine gute Übereinstimmung mit einer Abweichung von höchstens  $\pm 0,05$  mm zu den geforderten Werten aufwies.

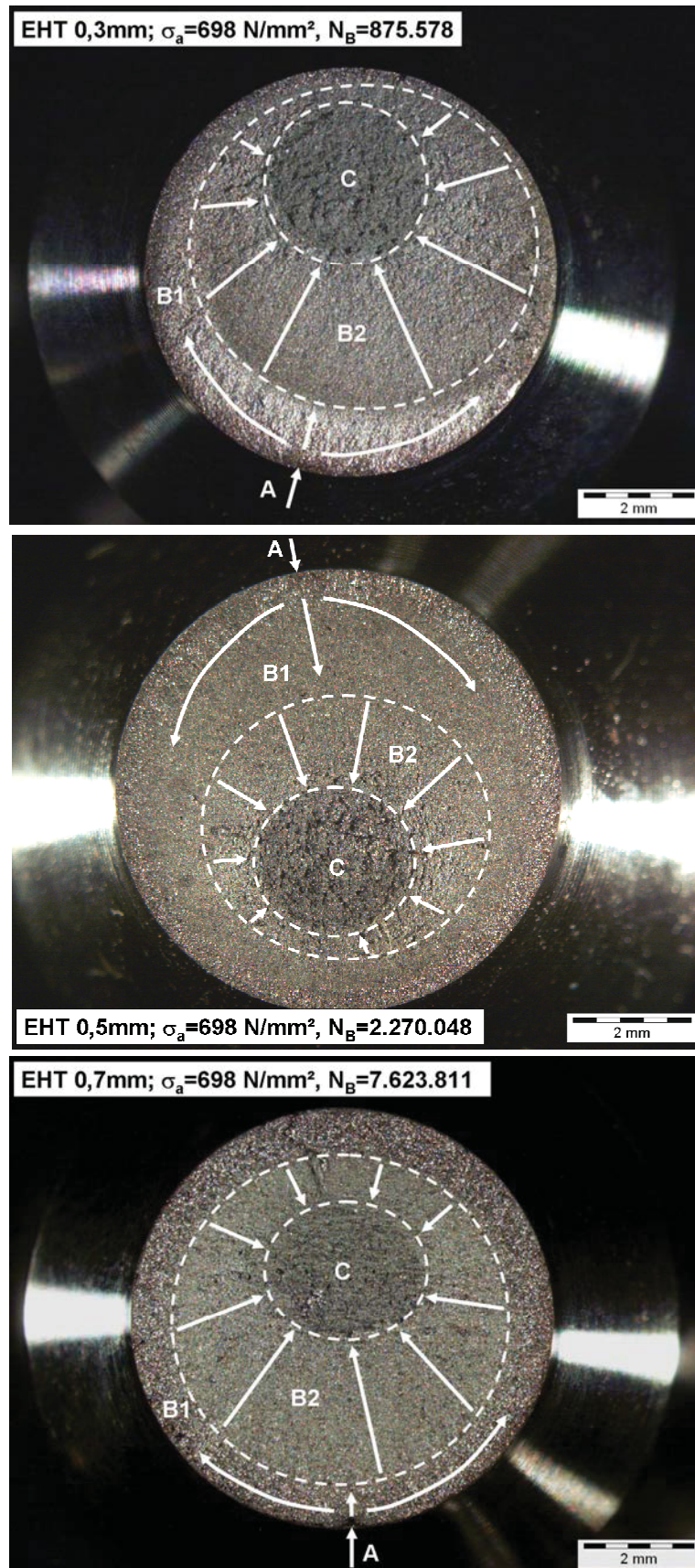
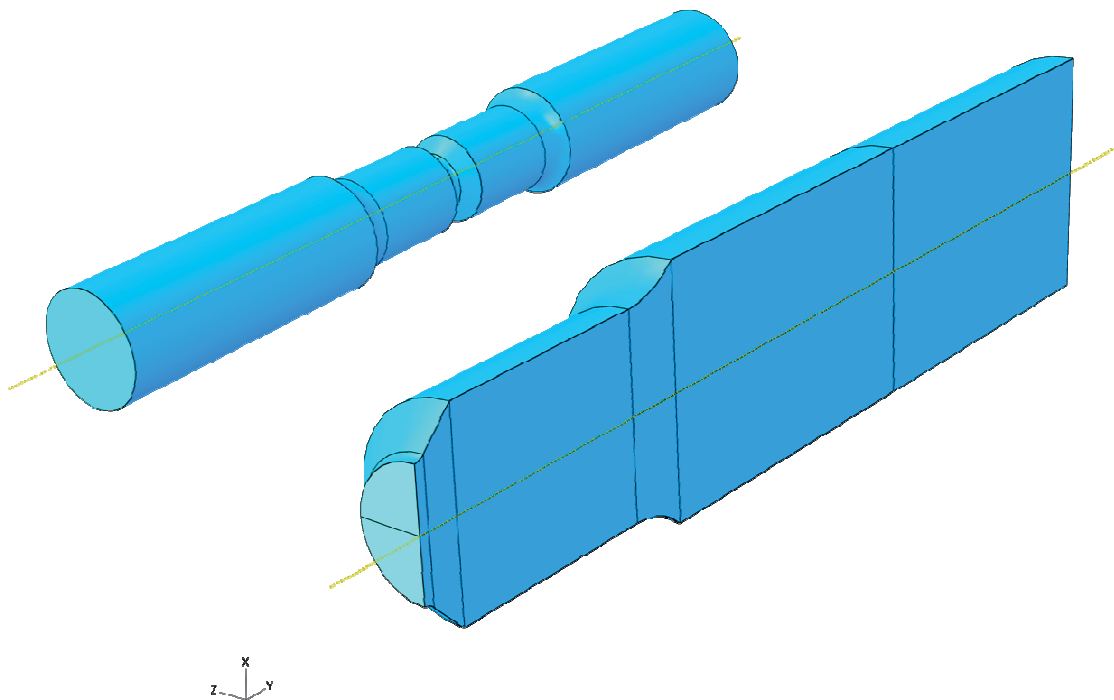


Abb. 8.11: Bruchflächen der gekerbten Umlaufbiegeproben mit EHT 0,3; 0,5 und 0,7 mm

## 8.3. Numerische Simulation der Umlaufbiegeprobe

### 8.3.1. Aufbau und Randbedingungen des FE Modells

Die Geometrie der Umlaufbiegeprobe wurde nach Abb. 8.1 direkt in Abaqus 6.8 erstellt, wobei aufgrund der Symmetrie nur ein Viertel der Probe modelliert wurde. Um eine im Kerbgrund sehr feine und in den hinteren Bereichen gröbere Vernetzung zu erzielen wurde die Probe in verschiedene Bereiche partitioniert. (Abb. 8.12)

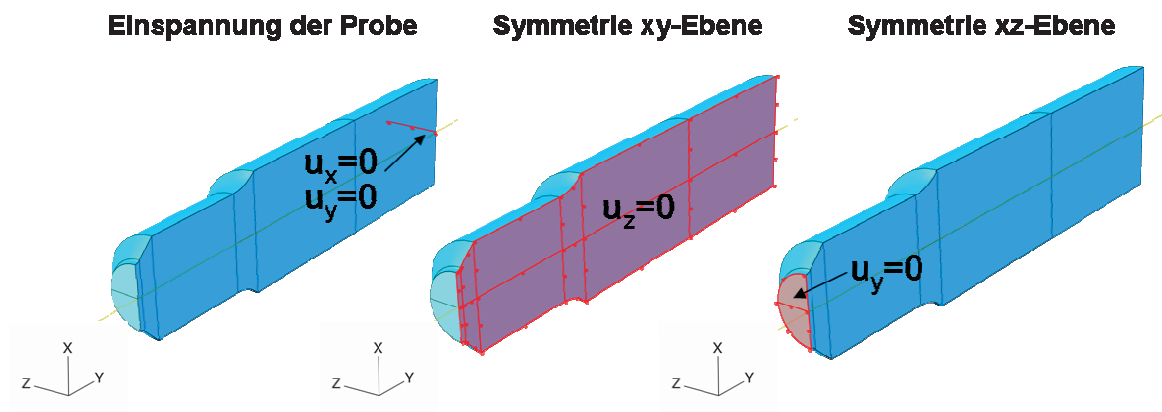


**Abb. 8.12:** Aufbau des FE Modells für die numerische Simulation der Umlaufbiegeprobe

Für die Simulation der Belastung ist es lediglich von Nöten einen Zeitpunkt während der Umlaufbiegung zu betrachten. Es wurde somit eine Biegung unter einem statischen Moment simuliert. Für Auswertungen hinsichtlich der lokal wirkenden Spannungen bzw. für die Ermittlung des höher beanspruchten Volumens, müsste man die gesamte Umlaufbiegung in der Simulation berücksichtigen. Eine identische Simulation lässt sich für die ungekerbte Umlaufbiegeprobe durchführen, dabei ist lediglich die Änderung der Geometrie nötig. Sämtliche Rand- und Belastungsbedingungen bleiben gleich. Aufgrund der einfachen Geometrie der ungekerbten Probe ergibt sich ein linearer Spannungsabfall mit dem Nulldurchgang in der neutralen Faser in der Mitte der Probe. Es erfolgt keine nähere Betrachtung der ungekerbten Umlaufbiegeprobe, da der lineare Spannungsverlauf nicht für vergleichende Untersuchungen herangezogen werden kann.

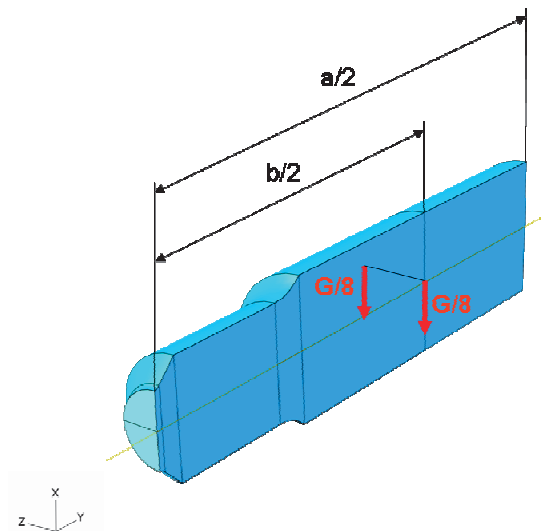
## Randbedingungen

Die Einspannung am Ende der Probe erfolgt durch Sperren der Verschiebungen  $u_x$  und  $u_y$  der hinteren horizontalen Teilungslinie (Abb. 8.13). Da nur ein Viertel der Probe modelliert wurde ist es notwendig zwei zusätzliche Randbedingungen zu definieren. Durch ein Sperren der Verschiebungen  $u_z$  der Querschnittsfläche längs der Probe ergibt sich eine Symmetrieebene um  $xy$ . Die andere Symmetrieebene um  $xz$  ergibt sich durch ein Blockieren der Verschiebungen  $u_y$  der Querschnittsfläche im Kerbgrund.



**Abb. 8.13:** Einspannung und Symmetrieebedingungen des FE Modells der Umlaufbiegeprobe

Der Ablauf der Simulation findet in nur einem *Step* statt. Darin wird das Biegemoment  $M_B$  durch die in Abb. 8.14 dargestellten Kräfte aufgebracht.



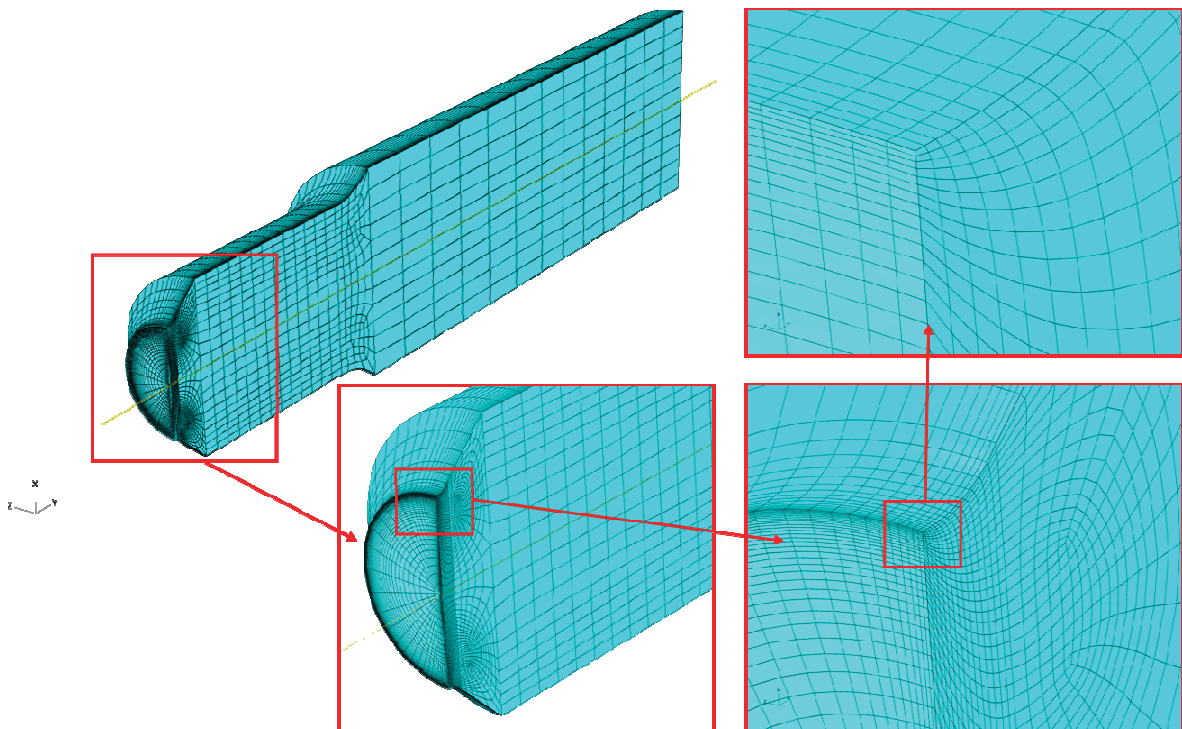
**Abb. 8.14:** Aufbringung des Biegemomentes im FE Modell

Die sich daraus resultierende Nennspannung im Kerbquerschnitt lässt sich, gleich wie bei der experimentellen Umlaufbiegeprüfung, nach der Glg. (8.2) berechnen, jedoch mit den Abständen  $a = 120$  mm und  $b = 80$  mm für die Geometrie der Umlaufbiegeprobe.

### 8.3.2. Vernetzen der Umlaufbiegeprobe

Der für die Auswertung der Spannungen und des Spannungsgradienten wichtige Bereich im Kerbgrund wurde sehr fein, mit einem Knotenabstand in Tiefenrichtung von ca. 0,005 mm in den oberflächennahen Bereichen, vernetzt. Dies erfolgte in Abaqus 6.8 mit Hilfe des Unterbefehls *Seed Edge: Biased* was eine Vergrößerung der Netzstruktur von der Oberfläche der Probe in Richtung Probenmitte brachte. Die hinteren Bereiche weisen ebenfalls eine gröbere Netzstruktur auf, da hier keine Spannungen ausgelesen werden mussten und somit auch die Knoten- bzw. Elementanzahl gering gehalten werden konnte.

Die Vernetzung selbst erfolgte mit dem Befehl *Mesh Part*. Hier wurden Elemente mit quadratischen Ansatzfunktionen gewählt, da dieser Elementtyp, im Gegensatz zu Elementen mit linearer Ansatzfunktion, genauere Simulationsergebnisse liefert. Der für die Simulation der Beanspruchung gewählte Elementtyp ist C3D20R. Das vernetzte FE Modell der Umlaufbiegeprobe ist in Abb. 8.15 abgebildet.



**Abb. 8.15:** Vernetztes FE Modell der Umlaufbiegeprobe

### 8.3.3. Ergebnisse der numerischen Simulation der Umlaufbiegeprobe

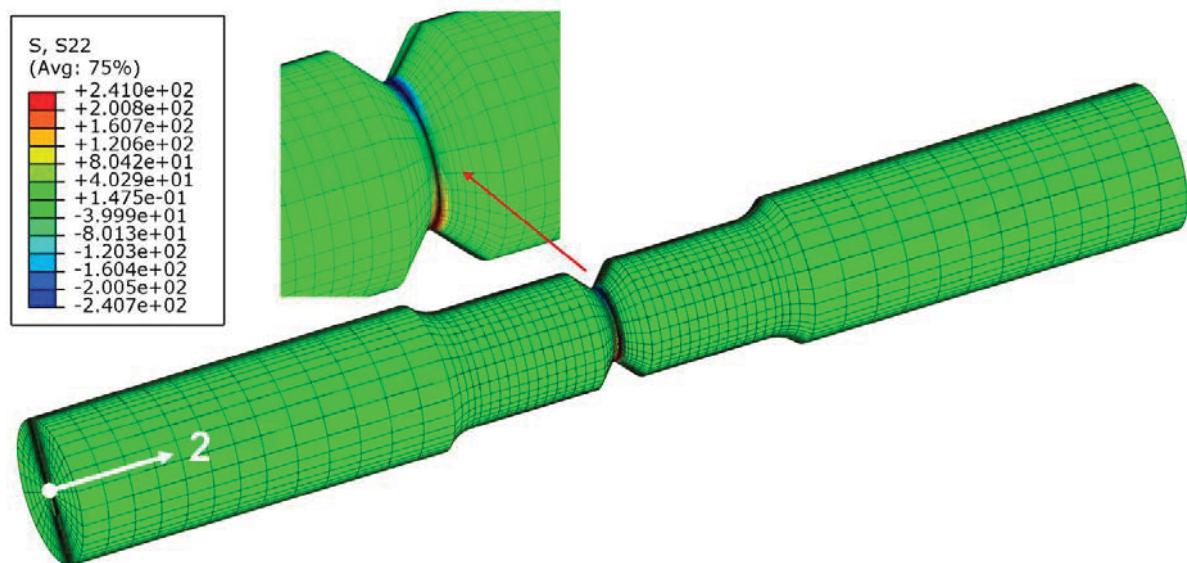
Für die Simulation der Umlaufbiegeprobe wurden folgende Werte verwendet:

- G = 1000 N
- a = 120 mm
- b = 80 mm
- d = 7,5 mm

Mit Hilfe der Glg. (8.2) lässt sich die daraus resultierende Biegeennspannung ermitteln:

$$\sigma_B = G \cdot \frac{(a-b)}{4} \cdot \frac{32}{d^3 \cdot \pi} = 500 \cdot \frac{(120-80)}{4} \cdot \frac{32}{7,5^3 \cdot \pi} = 120,7 \text{ N/mm}^2$$

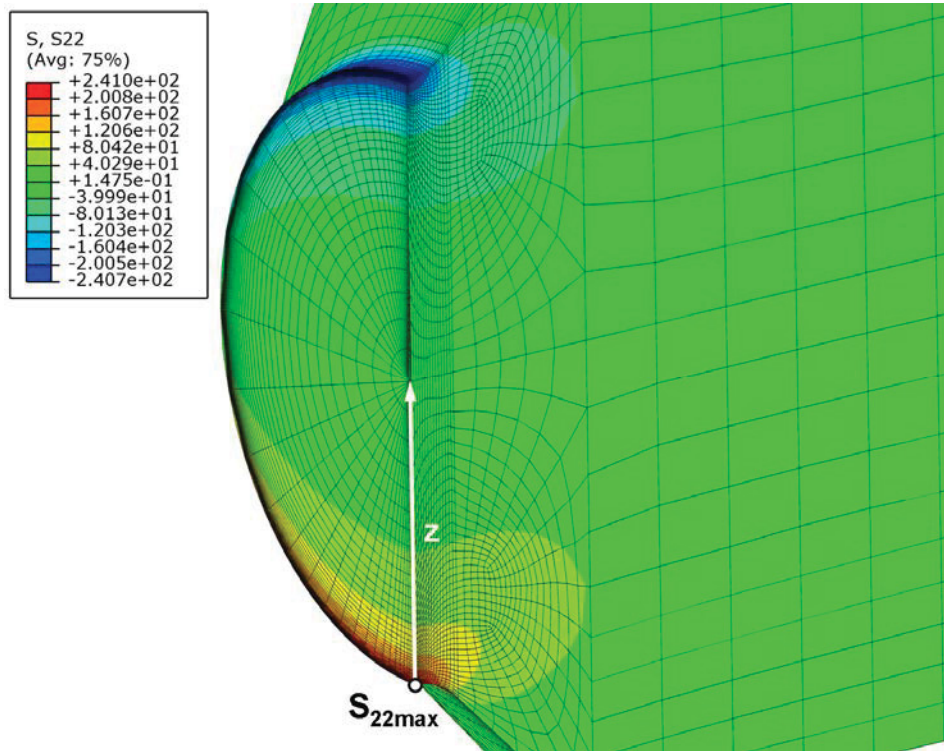
Das sich daraus ergebende Resultat der FE Rechnung für die Umlaufbiegeprobe ist in Abb. 8.16 ersichtlich. Dabei sind die Spannungen in der Längsrichtung (Richtung 2) der Probe dargestellt, da diese den Biegespannungen gleichen.



**Abb. 8.16:** FE Simulationsergebnis der gekerbten Umlaufbiegeprobe

Im oberen Bereich der Kerbe sind die Druckspannungen in blauer und im unteren Bereich die Zugspannungen in roter Farbe klar ersichtlich. Der aus der Simulation erhaltene Spannungswert an der Zugseite von  $\sigma_{BK} = 241 \text{ N/mm}^2$  ist verglichen mit den analytisch errechneten (multipliziert mit  $K_t = 2$  um die Biegespannung im Kerbgrund zu erhalten ergibt  $\sigma_{BK\text{exakt}} = 241,4 \text{ N/mm}^2$ ) um nur 0,2 % geringer. Dies zeigt eine gute Übereinstimmung der Simulation mit der analytischen Berechnung.

Eine detaillierte Darstellung der auftretenden Spannungsverteilung und des Verlaufes der Koordinate  $z$  für die Darstellung des Spannungsverlaufes in Tiefenrichtung ist in Abb. 8.17 dargestellt. Die maximale Biegekerbspannung  $\sigma_{BK_{max}} = 241 \text{ N/mm}^2$  tritt dabei an der Oberfläche der Zugseite im Kerbgrund auf.



**Abb. 8.17:** Darstellung der Richtung der Tiefenkoordinate  $z$  für die Auswertung des bezogenen Spannungsgradienten der Umlaufbiegeprobe

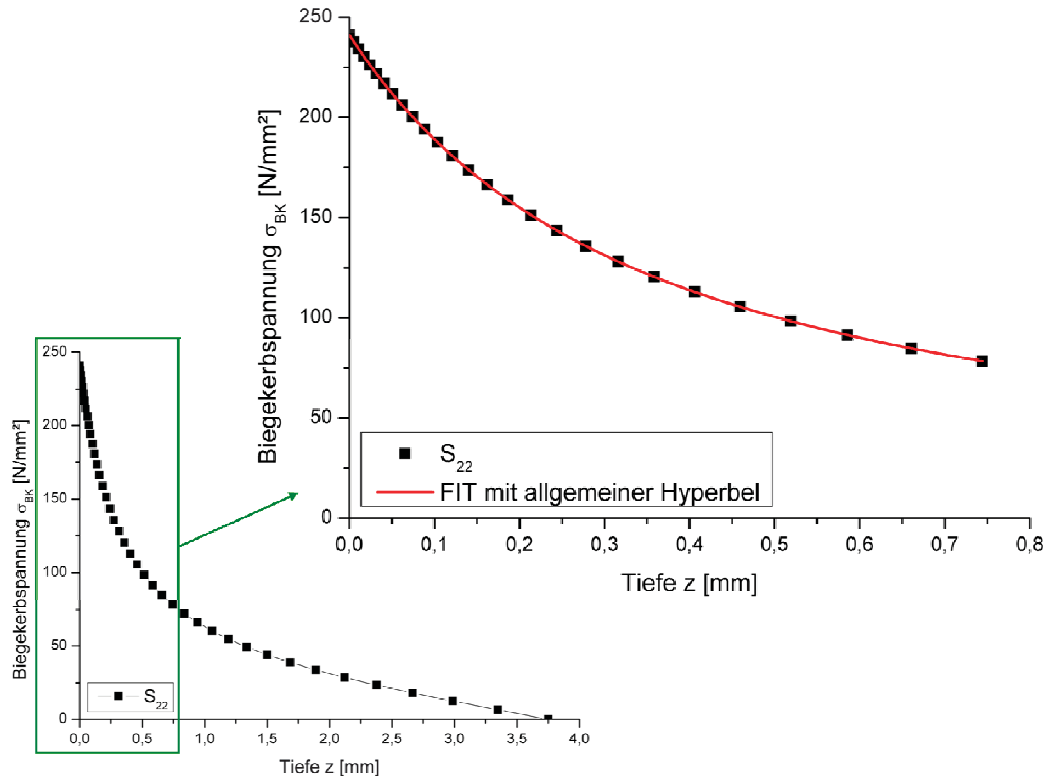
Da eine größere Anzahl von Spannungswerten eine ungenauere Annäherung durch eine Hyperbel als Resultat hat und eine Auswertung des Spannungsverlaufes nur bis zur höchsten in dieser Arbeit vorhandenen Einsatzhärte tiefe von 0,7 mm nötig ist, wurde ein detaillierter Verlauf bis zu einer Tiefe von 0,75 mm erstellt. Anhand von diesem Diagramm wurde die Umlaufbiegekerbspannung wie bei der Simulation der Zahnfußbeanspruchung mittels einer allgemeinen Hyperbel nach Glg. (8.3) angenähert.

$$\sigma_{BK}(z) = A - \frac{B}{(1 + C \cdot z)^{1/D}} \quad \text{Glg. (8.3)}$$

Durch die Kenntnis des Verlaufes der Biegekerbspannung  $\sigma_{BK}$  in Tiefenrichtung  $z$  ist es möglich die Formzahl  $K_t$  und den bezogenen Spannungsgradienten  $\chi^*$  für die gekerbte Umlaufbiegeprobe zu ermitteln. Die Annäherung der auftretenden Spannungen durch die Hyperbel wurde mit Hilfe der Software OriginPro 8G durchgeführt. Die dadurch gewonnenen Werte weisen eine geringe Standardabweichung auf und sind somit für eine fortführende Auswertung gut geeignet.



Die nachfolgende Abb. 8.18 zeigt den Biegekerbspannungsverlauf in Tiefenrichtung der gekerbten Umlaufbiegeprobe.



**Abb. 8.18:** Abfall der Biegekerbspannung  $\sigma_{BK}$  in Richtung der Tiefenkoordinate  $z$

Berechnung der Formzahl  $K_t$  für die Umlaufbiegeprobe:

$$K_t = \frac{\sigma_{BK \max}}{\sigma_{BK \text{nenn}}} = \frac{241}{120,7} = 1,997$$

$$\sigma_{BK \text{nenn}} = \sigma_B = G \cdot \frac{(a-b)}{4} \cdot \frac{32}{d^3 \cdot \pi} = 500 \cdot \frac{(120-80)}{4} \cdot \frac{32}{7,5^3 \cdot \pi} = 120,7 \text{ N/mm}^2$$

Berechnung des bezogenen Spannungsgradienten  $\chi^*$  senkrecht zur Oberfläche, an der höchstbeanspruchten Stelle  $\sigma_{BK \max}$  im Kerbgrund:

Aus  $\sigma_{BK}(z) = A - \frac{B}{(1 + C \cdot z)^{1/D}}$  folgt:

$$\chi^*(z) = \frac{1}{\sigma_{BK \max}} \cdot \frac{d\sigma_{BK}(z)}{dz} = \frac{B \cdot C \cdot (C \cdot z + 1)^{-1/D-1}}{D \cdot \sigma_{BK \max}}$$

In Tab. 8.2 sind die FIT Parameter für die allgemeine Hyperbel zur Beschreibung des Biegekerbspannungstiefenverlaufes in z-Richtung ersichtlich.

FIT Parameter	Wert	Standardfehler
A	13,247	0,0143
B	-227,837	0
C	2,302	0
D	0,798	0

**Tab. 8.2:** FIT Parameter für die allgemeine Hyperbel zur Beschreibung des Biegekerbspannungstiefenverlaufes an der Umlaufbiegeprobe

Der bezogene Spannungsgradient an der Oberfläche  $\chi^*(z=0)$  ergibt sich demnach mit:

$$\sigma_{BK \max} = 241 \text{ N/mm}^2$$

$$\chi^*(z=0) = \frac{1}{\sigma_{BK \max}} \cdot \left. \frac{d\sigma_{BK}(z)}{dz} \right|_{z=0} = \frac{|B| \cdot C}{D \cdot \sigma_{BK \max}} = \frac{227,837 \cdot 2,302}{0,798 \cdot 241} = 2,72 \text{ mm}^{-1}$$

Für die gekerbte Umlaufbiegeprobe kann als Vergleich der bezogene Spannungsgradient mit Hilfe der Glg. (8.4) analytisch berechnet werden.

$$\chi^*(z=0) = \frac{2}{d} + \frac{2}{\rho} \tag{Glg. (8.4)}$$

Bei einem Kerbradius von  $\rho = 0,8 \text{ mm}$  und einem Probendurchmesser von  $d = 7,5 \text{ mm}$  ergibt sich folgendes Ergebnis:

$$\chi^*(z=0) = \frac{2}{d} + \frac{2}{\rho} = \frac{2}{7,5} + \frac{2}{0,8} = 2,77 \text{ mm}^{-1}$$

Dies ergibt einen Unterschied des bezogenen Spannungsgradienten  $\chi^*$  an der Oberfläche zwischen der FE Simulation und der analytischen Ermittlung von:

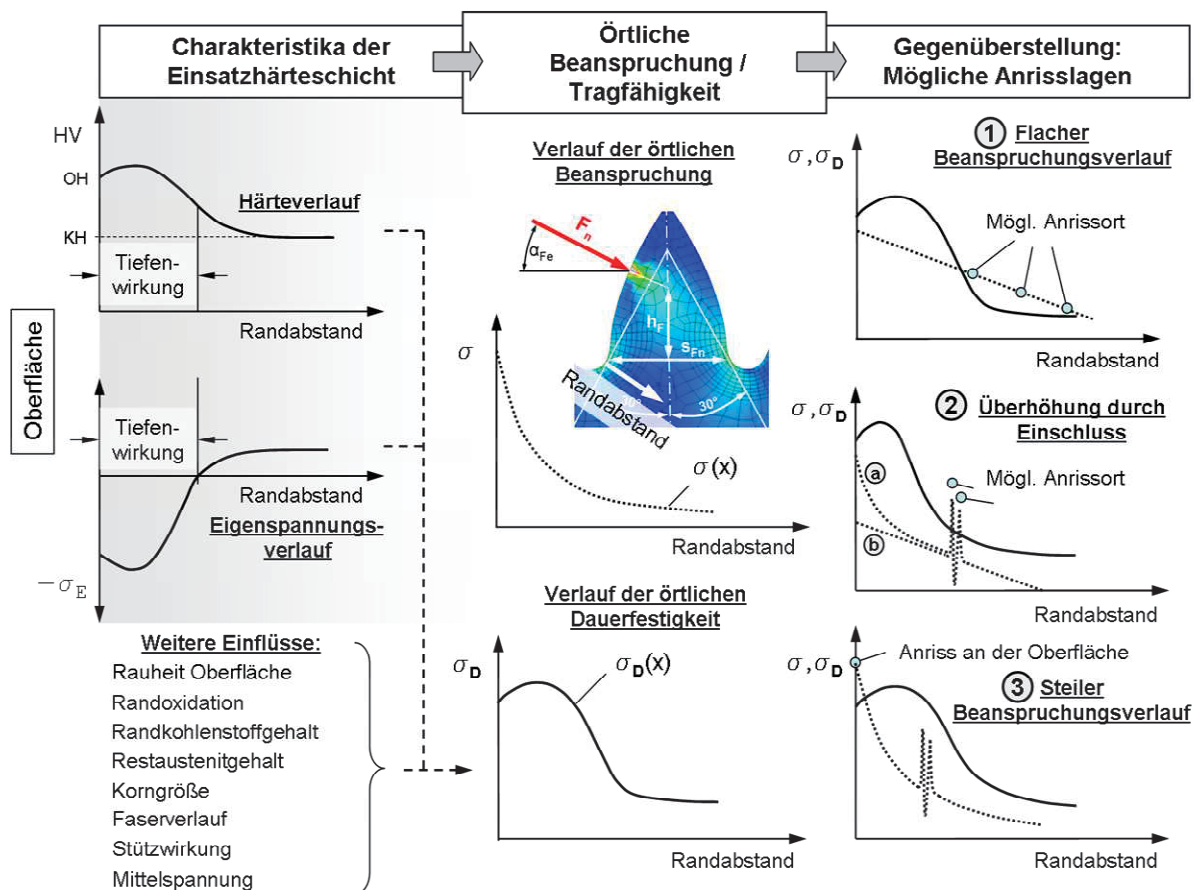
$$\Delta\chi^*(z=0) = \left( 1 - \frac{\chi^*(z=0)_{FE}}{\chi^*(z=0)_{analytisch}} \right) \cdot 100 = \left( 1 - \frac{2,72}{2,77} \right) \cdot 100 = 1,8\%$$

Eine Abweichung von nur 1,8 % zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen der numerischen Simulation (und Annäherung mit allgemeiner Hyperbel) und der analytischen Berechnung.

## 9. Konzept zur Abschätzung der lokalen Tragfähigkeit unter Berücksichtigung der Einsatzhärtetiefe

### 9.1. Grundlagen zur Berechnung einer lokalen Tragfähigkeit

Der Charakterisierung der Randschicht kommt eine große Relevanz zu, da die Tragfähigkeitseigenschaften des Zahnfußes, beeinflusst durch die Einsatzhärtung, inhomogen über die Tiefe verteilt sind. Zur Bewertung der örtlichen Zahnfußtragfähigkeit und zur Bestimmung des Anrissortes eignet sich das Konzept der örtlichen Zahnfußtragfähigkeit (Abb. 9.1). Der Eigenspannungsverlauf wird auf Seite der Tragfähigkeit berücksichtigt und verschiebt über die Goodman-Beziehung [29] die örtlich wirkende Mittelspannung. [30]



**Abb. 9.1:** Modell zur Berechnung der lokalen Zahnfußtragfähigkeit und Bestimmung des Anrissortes [30]

Unter Berücksichtigung weiterer Einflüsse, wie der Oberflächenrauigkeit, des Restaustenitgehaltes und der Stützwirkung durch den Spannungsgradienten kann der Verlauf der örtlichen Beanspruchung gefunden werden. Diesbezügliche Berechnungsmodelle sind in der Literatur in [31] [32], [33] und [34] zu finden.

Der aus der Finiten Elemente (FE) Simulation des Zahnrades gewonnene Beanspruchungstiefenverlauf kann dem Verlauf der örtlichen Tragfähigkeit gegenüber gestellt werden. Übersteigt der Beanspruchungsverlauf die örtliche Tragfähigkeit, so wird Versagen durch Rissbildung angenommen. Hierbei ergeben sich drei verschiedene Fälle möglicher Anrisslagen der einsatzgehärteten Randschicht (vgl. Abb. 9.1). Fall 1 zeigt einen flachen Beanspruchungsverlauf, welcher erst ab einem gewissen Randabstand den Verlauf der örtlichen Tragfähigkeit übersteigt. Bevorzugt kann dieser Fall bei ungekerbten, fehlerfreien Umlaufbiegeproben festgestellt werden. Für Zahnräder, deren Beanspruchungsverlauf durch geometrie- oder fehlerbedingte Kerbwirkung überhöht ist spielt Fall 1 jedoch eine unbedeutende Rolle. Fall 2 zeigt die Überhöhung des Beanspruchungsverlaufes eines (a) gekerbten Zahnfußes und (b) einer ungekerbten Probe. Fall 2a tritt vermehrt bei randschichtverfestigten Zahnrädern auf. Hohe Druckeigenstressungen im Randbereich steigern die örtliche Tragfähigkeit im unmittelbaren Oberflächenbereich, wobei der Anriss meist an einem Einschluss unterhalb der Oberfläche zum so genannten Fish-Eye Bruch führt. Fall 2b wurde an ungekerbten Biegeproben beobachtet. Fall 3 ist der bei Zahnrädern am häufigsten erkennbare Anrissort direkt an der Oberfläche im Zahnfuß nahe der 30°-Tangente. Mögliche innere Einschlüsse führen zu keinem Anriss unterhalb der Oberfläche. [30]

Ein Ansatz für ein örtliches Konzept zur Bestimmung der lokalen Tragfähigkeit von einsatzgehärteten Randschichten wurde von Winderlich [35] diskutiert. Der Berechnungsvorschlag beschränkt sich auf eine rein elastische Beanspruchung und wird mit folgendem Zusammenhang beschrieben:

$$\sigma_D = \sigma_{BW} \cdot n - M_m \cdot \sigma_m - M_E \cdot \sigma_E \quad \text{Glg. (9.1)}$$

Die verwendeten Parameter werden in Kapitel 9.2 ausführlich erklärt. Zu beachten ist hierbei, dass die lokalen Eigenstressungen  $\sigma_E$  wie Mittelstressungen  $\sigma_m$  betrachtet werden und mit Hilfe einer Eigenstressempfindlichkeit  $M_E$  in die Berechnung mit einbezogen werden. Setzt man voraus, dass schwingstabile Eigenstressungen wie lokale Mittelstressungen wirken und die örtliche Wechselfestigkeit nur durch die örtlichen Eigenstressungen direkt beeinflusst wird, so sollte sich auch die lokale Eigenstressempfindlichkeit nicht von der lokalen Mittelstressempfindlichkeit unterscheiden. Deshalb wird angenommen, dass die Eigenstressempfindlichkeit der lokalen Dauerfestigkeit gleich der lokalen Mittelstressempfindlichkeit ist. [35]

Der Berechnungsvorschlag nach Glg. (9.1) berücksichtigt nur die lokalen Verhältnisse und nicht die Tragfähigkeitserhöhung, die durch die Einsatzhärte tiefe hervorgerufen wird. Im folgenden Kapitel 9.2 wird versucht einen Ansatz zu generieren, der die Tragfähigkeitserhöhung der Randschicht, im Speziellen die Tiefenwirkung des Eigenstressungs- und des Beanspruchungsverlaufes berücksichtigt.

## 9.2. Berechnungsmodell unter Berücksichtigung der Einsatzhärtetiefe

### 9.2.1. Grundgleichungen des Modells

Ausgehend von dem bekannten Modell nach Winderlich [35] wurde eine modifizierte Gleichung erstellt, die bei einem Versagen durch einen Anriss an der Bauteiloberfläche ( $z=0$ ) die Steigerung der Tragfähigkeit durch die Einsatzhärteschicht mit einbezieht. Der Zusammenhang wird durch Glg. (9.2) beschrieben.

$$\sigma_D = \sigma_{BW} \cdot n - M_m \cdot \sigma_m - \sigma_{EHT} \quad \text{Glg. (9.2)}$$

$\sigma_{BW}$  Biegewechselfestigkeit glatter Proben [N/mm<sup>2</sup>] nach [35]  
für 340 HV < Härte ≤ 900 HV gilt:

$$\sigma_{BW} = 1,98 \cdot HV - 0,0011 \cdot HV^2 \quad \text{Glg. (9.3)}$$

HV Randhärte (bei  $z = 0$ ) nach Vickers [HV]

n lokale Stützziffer [-] nach [35]

$$n = 1 + \sqrt{\frac{1600}{HV^2} \cdot \chi^*} \quad \text{Glg. (9.4)}$$

$\chi^*$  bezogener Spannungsgradient an der Oberfläche ( $z = 0$ ) [mm<sup>-1</sup>]

$M_m$  lokale Mittelspannungsempfindlichkeit [-] nach [35]

$$M_m = \frac{HV}{1000} \quad \text{Glg. (9.5)}$$

$\sigma_m$  lokale Mittelspannung [N/mm<sup>2</sup>]

$\sigma_{EHT}$  Festigkeitserhöhung durch die Einsatzhärteschicht [N/mm<sup>2</sup>]

$$\sigma_{EHT} = \frac{1}{t_{EHT}} \cdot \int_0^{t_{EHT}} \sigma_E(z) dz \cdot \int_0^{t_{EHT}} \chi^*(z) dz \quad \text{Glg. (9.6)}$$

$\sigma_E(z)$  Eigenspannungsverlauf über die Tiefe  $z$  [N/mm<sup>2</sup>]

$\chi^*(z)$  Verlauf des bezogenen Spannungsgradienten über die Tiefe  $z$  [mm<sup>-1</sup>]

$t_{EHT}$  Tiefe der Einsatzhärteschicht [mm]

Eingesetzt in Glg. (9.2) ergibt sich folgender Zusammenhang (Glg. (9.7)):

$$\sigma_D = \sigma_{BW} \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{1600}{HV^2} \cdot \chi^*} \right) - \frac{HV}{1000} \cdot \sigma_m - \frac{1}{t_{EHT}} \cdot \int_0^{t_{EHT}} \sigma_E(z) dz \cdot \int_0^{t_{EHT}} \chi^*(z) dz \quad \text{Glg. (9.7)}$$

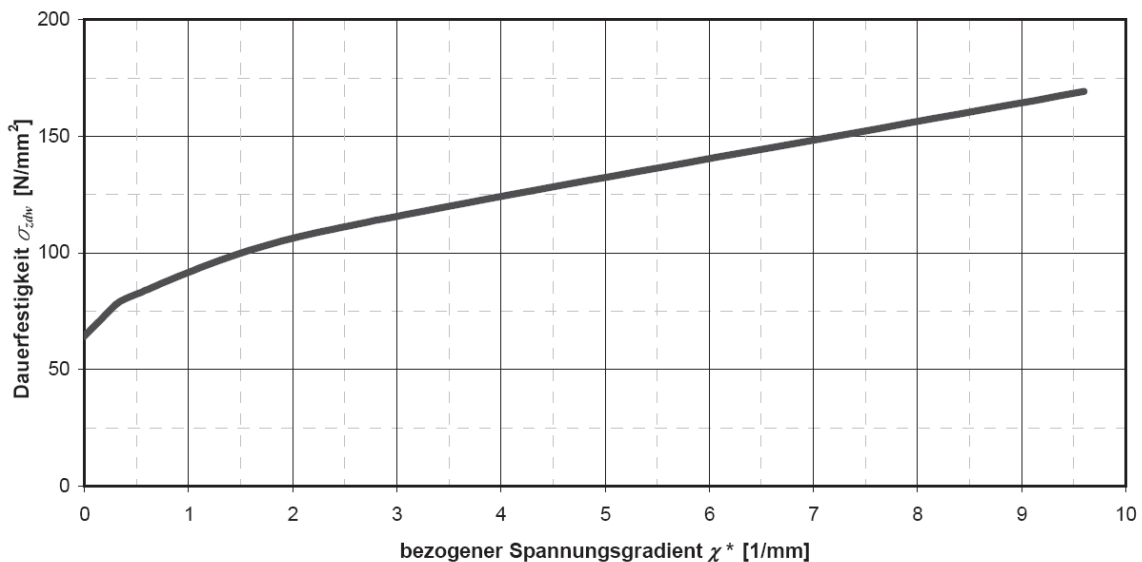
### 9.2.2. Einfluss der lokalen Stützziffer unter Berücksichtigung des bezogenen Spannungsgradienten und der Härte

Grundsätzlich wirkt sich eine Kerbe im Bauteil in Bezug auf die Nennspannung festigkeitsmindernd aus, das heißt mit zunehmender Kerbschärfe ergeben sich geringere Dauerfestigkeitswerte, als bei glatten, ungekerbten Proben. Betrachtet man aber, den auf die Maximalspannung bezogenen Spannungsgradienten, so ertragen gekerbte Proben mit hohem Spannungsgradienten örtlich (lokal) eine höhere Spannung als ungekerbte. Diese Erscheinung wird durch die Stützziffer  $n$  beschrieben. Dabei haben Spannung und relativer Spannungsgradient gegenteilige Wirkung. Eine erhöhte Spannung führt zu einer Erhöhung der Schädigung, während ein erhöhter relativer Spannungsgradient die Schädigung absenkt. Nach Eichlseder wird ein exponentieller Ansatz mit dem Exponenten  $K_D$  zur Berechnung der dauerfestigkeitserhöhenden Stützziffer gewählt. [36]

$$n_\chi = 1 + \left( \frac{\sigma_{BW}}{\sigma_{ZDW}} - 1 \right) \cdot \left( \frac{\chi^*}{2/b} \right)^{K_D} \quad \text{mit} \quad \sigma_D = \sigma_{ZDW} \cdot n_\chi \quad \text{Glg. (9.8)}$$

$\sigma_{BW}$             Biege-wechselfestigkeit einer Probe mit Dicke  $b$  und  $\chi^* = 2/b$  [N/mm<sup>2</sup>]  
 $\sigma_{ZDW}$             Zug-Druck Wechselfestigkeit einer glatten Probe [N/mm<sup>2</sup>]

Trägt man die so berechnete Dauerfestigkeit über den bezogenen Spannungsgradienten auf erhält den Verlauf der in Abb. 9.2 zu sehen ist.



**Abb. 9.2:** Dauerfestigkeit in Abhängigkeit des bezogenen Spannungsgradienten [37]

Nach Winderlich [35] wird die Stützwirkung mit Hilfe von Glg. (9.4) beschrieben. Hierbei wird zusätzlich der Einfluss der Werkstofffestigkeit, über die Härte, auf die Stützwirkung mit berücksichtigt.

### 9.2.3. Einfluss der Mittelspannung

Der Zusammenhang zwischen ertragbarer Spannungsamplitude und Mittelspannung bzw. Spannungsverhältnis wird in Zeit- und Dauerfestigkeitsschaubildern dargestellt. In der heute bevorzugten Darstellungsweise nach Haigh wird die ertragbare Spannungsamplitude als primär festigkeitsrelevante Beanspruchungsgröße über der Mittelspannung aufgetragen. [37]

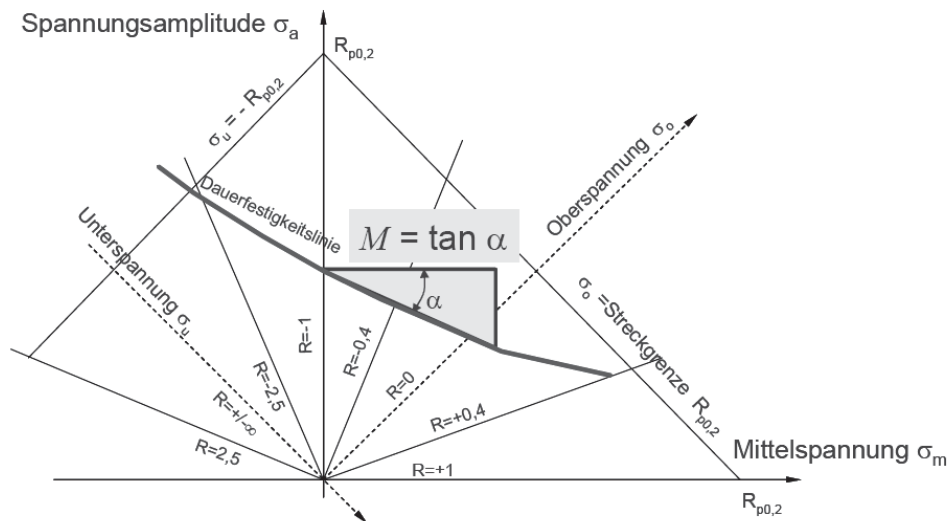


Abb. 9.3: Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh [37]

Der Einfluss der Mittelspannung  $\sigma_m$  bzw. des Spannungsverhältnisses  $R$  auf die dauerhaft ertragbare Spannungsamplitude  $\sigma_a$  wird durch die Mittelspannungsempfindlichkeit  $M$  beschrieben.

$$M = \frac{\sigma_a(R = -1) - \sigma_a(R = 0)}{\sigma_m(R = 0)} = \frac{\sigma_a(R = -1)}{\sigma_a(R = 0)} - 1 = \tan(\alpha) \quad \text{Glg. (9.9)}$$

Die Berechnung der sich daraus ergebenden Dauerfestigkeit  $\sigma_a$  wird durch die Glg. (9.10) beschrieben. Daraus folgt mit zunehmender Mittelspannungsempfindlichkeit  $M$  ergibt sich eine geringere dauerhaft ertragbare Spannungsamplitude  $\sigma_a$ .

$$\sigma_a = \sigma_w - M \cdot \sigma_m \quad \text{Glg. (9.10)}$$

Die Mittelspannungsempfindlichkeit ist abhängig vom Werkstoff. Generell reagieren höherfestere Werkstoffe mit hoher Härte empfindlicher (hohes  $M$ ) auf eine Mittelspannung als niederfestere (geringeres  $M$ ). Die Versuche von Winderlich [35] zeigten, dass Glg. (9.5) eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen an einsatzgehärteten Proben lieferte, womit diese Beziehung für die Berechnung der Mittelspannungsempfindlichkeit verwendet wird. [37]

#### 9.2.4. Einfluss der Einsatzhärte tiefe

Für die quantitative Berücksichtigung der Tragfähigkeitserhöhung der Einsatzhärteschicht wurde ein empirischer Ansatz erarbeitet. Für die Vergleichbarkeit zwischen Modell und Versuch mussten einige charakteristische Eigenschaften des Bauteils, in diesem Fall die gekerbte Umlaufbiegeprobe, spezifiziert werden. Diese Messungen, im Speziellen des Härte- und Eigenspannungsverlaufes, wurden am Materials Center Leoben, kurz MCL durchgeführt. Die daraus gewonnenen Daten stellten die Basis für die Aufstellung eines Berechnungsmodells dar. In Abb. 9.4 ist der Härteverlauf an der gekerbten Umlaufbiegeprobe bei den drei verschiedenen Einsatzhärte tiefen ersichtlich.

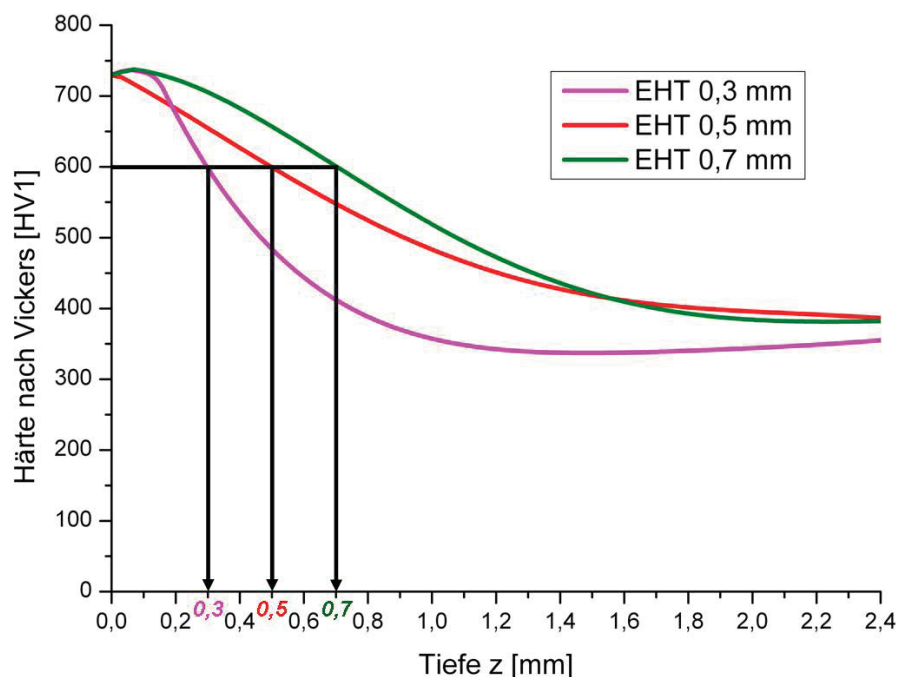
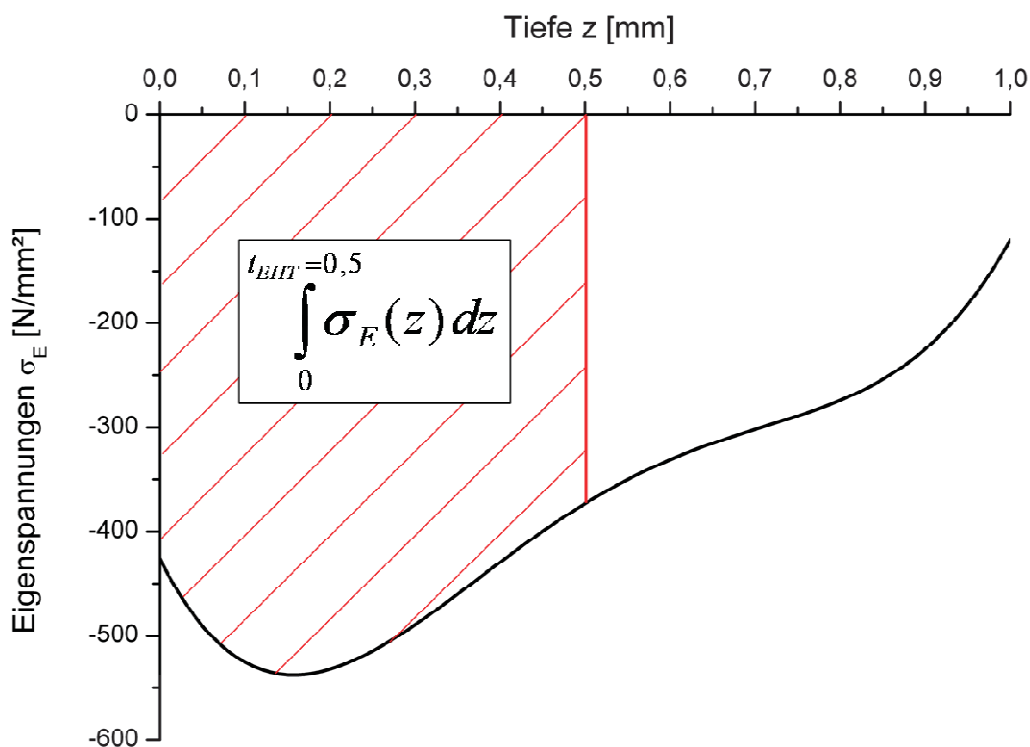


Abb. 9.4: Härteverläufe in Tiefenrichtung der gekerbten Umlaufbiegeprobe

Die Härteverläufe wurden in HV1 gemessen, das entspricht einer Prüflast von 10 N. Bei einer Grenzhärte (GH) von 600 HV1 kann die Einsatzhärte tiefe abgelesen werden. Diese passt mit den nominell angegebenen Werten von 0,3 mm, 0,5 mm und 0,7 mm zusammen. Danach ist ein Abfall der Härte in die Tiefe auf die sogenannte Kernhärte (KH), der eigentlichen Härte des Materials, zu verzeichnen. Bei allen Proben (Umlaufbiegeprobe und FZG Zahnfußprüfung) wurde ein Anriss an der Oberfläche festgestellt. Aufgrund dieser Tatsache ist für die Berechnung ausschließlich die Härte an der Oberfläche von Bedeutung. Diese liegt bei allen drei Probenvarianten mit den unterschiedlichen Einsatzhärte tiefen bei etwa dem gleichen Wert von 740 HV1.



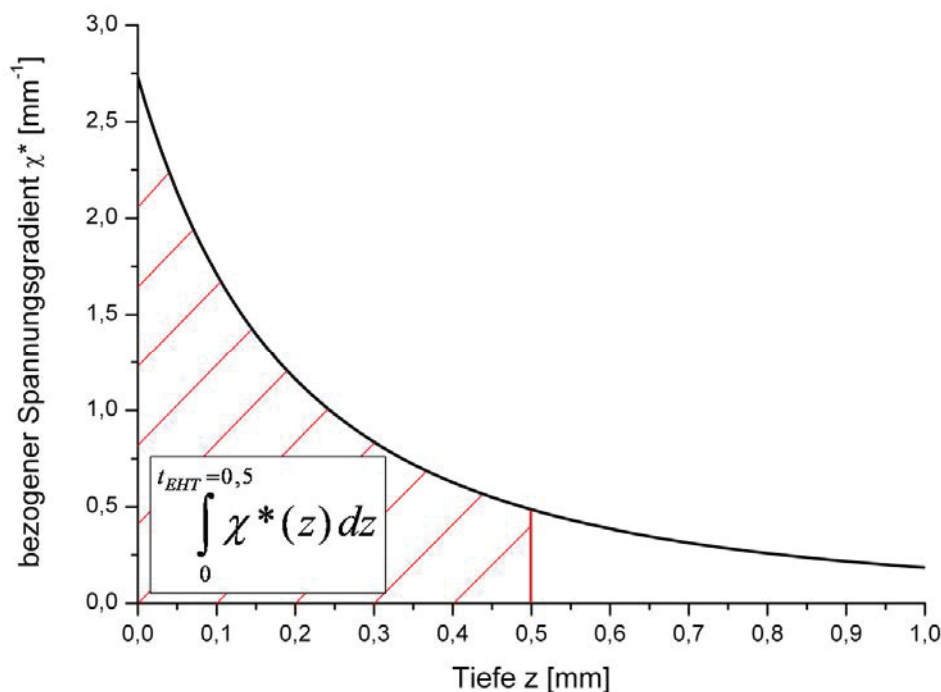
Die eigentliche Berücksichtigung der Tragfähigkeitserhöhung erfolgt über den Verlauf der Eigenspannungen in Tiefenrichtung. Grundsätzlich gilt, dass eine höhere EHT keine höheren absoluten Werte für die Eigenspannung hervorruft, lediglich eine Verschiebung des Verlaufes in z- Richtung. Die Versuche an der Umlaufbiegeprobe zeigten, dass eine Steigerung der EHT eine Steigerung der Dauerfestigkeit mit sich führte. Als Folgerung kann gesagt werden, dass eine tiefere Wirkung der Eigenspannungen sich günstig auf die Dauerfestigkeit auswirkt. Quantitativ wurde dies mit der Fläche unter dem Eigenspannungsverlauf bis zur jeweiligen Tiefe der Randschicht  $t_{EHT}$  berücksichtigt. Dabei wurde der Eigenspannungsverlauf mit einem Polynom fünfter Ordnung mittels der vorhandenen Messpunkte angenähert. Abb. 9.5 zeigt den Verlauf der Eigenspannungen an der Umlaufbiegeprobe bei einer Tiefe der Randschicht von  $t_{EHT} = 0,5$  mm (bzw. EHT 0,5 mm).



**Abb. 9.5:** Eigenspannungsverlauf der gekerbten Umlaufbiegeprobe mit EHT 0,5 mm und Berechnung der dadurch entstehenden Tragfähigkeitserhöhung

Die Fläche unter der Kurve wird durch ein bestimmtes Integral des Eigenspannungsverlaufes über die Tiefe von der Oberfläche ( $z = 0$ ) bis zur Einsatzhärtetiefe ( $t_{EHT} = 0,5$  mm) berechnet. Der sich dabei ergebende Wert beschreibt gewissermaßen die Tragfähigkeitserhöhung die durch die Eigenspannungen infolge der Einsatzhärtung entstehen. Da die betrachteten Eigenspannungen in der Randschicht Druckspannungen sind, also Spannungen mit negativen Vorzeichen, ist auch die berechnete Fläche unter dem Verlauf negativ. Um eine Erhöhung der Dauerfestigkeit zu erreichen muss die Wirkung der Eigenspannungen (siehe Glg. (9.7)) berücksichtigt werden.

Zusätzlich zu den Eigenspannungen spielt der Beanspruchungsverlauf in Tiefenrichtung eine wesentliche Rolle. Betrachtet man den Verlauf der Spannungen an einer gekerbten Biegeprobe so ist es günstiger, wenn die höheren Spannungen im Kerbgrund innerhalb der gehärteten Randschicht (da hier die größte Tragfähigkeit ist) und die geringen in Probenmitte liegen. Bei einer glatten Zugprobe hingegen liegt eine konstante Spannungsbeanspruchung über den Querschnitt vor ( $\chi^* = 0$ ), so dass eine Einsatzhärtung nur sehr wenig Sinn ergibt, da diese Probe durch einen Anriss im Kern (in der nicht gehärteten Zone) versagen würde. Für die Beschreibung des Beanspruchungsverlaufes dient der bezogene Spannungsgradient  $\chi^*$ , dessen Verlauf mit Hilfe der FE Simulationen bestimmt werden kann. Dieser charakterisiert die Höhe des Spannungsabfalls von der Oberfläche im Kerbgrund in die Tiefe. In Abb. 9.6 ist der Verlauf von  $\chi^*$  über  $z$  von der gekerbten Umlaufbiegeprobe dargestellt.



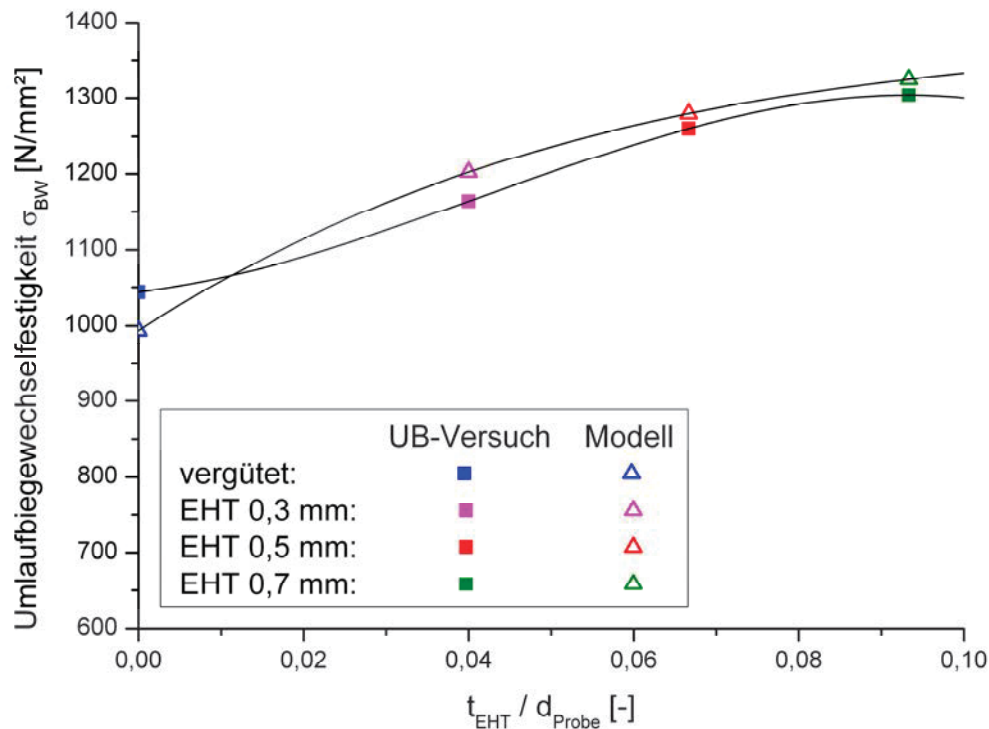
**Abb. 9.6:** Verlauf des bezogenen Spannungsgradienten in Tiefenrichtung der gekerbten Umlaufbiegeprobe

Ein hoher Spannungsgradient bedeutet einen großen Spannungsabfall, aber auch hohe Spannungswerte im Kerbgrund relativ zu den in der Mitte des Bauteils. Daraus ergibt sich, dass je größer die Fläche unter dem Verlauf von  $\chi^*$  bis zur betrachteten Einsatzhärtetiefe ist, desto besser wirkt es sich auf die auftretende Dauerfestigkeit aus. Berechnet wird die Fläche wie bei den Eigenspannungen durch ein bestimmtes Integral über  $\chi^*(z)$  mit den Integrationsgrenzen  $z = 0$  bis zur Einsatzhärtetiefe  $t_{EHT} = 0,5$  mm.

Zusammenfassend ergibt sich eine lokale Erhöhung der Dauerfestigkeit an der Oberfläche durch die Tiefe der Einsatzhärteschicht nach Glg. (9.6). Die beiden Werte für die Eigenspannung und bezogenen Spannungsgradient werden auf die Tiefe der Einsatzhärteschicht  $t_{EHT}$  normiert um die Festigkeitserhöhung durch die Einsatzhärtetiefe einheitenkonform in das Modell mit einbeziehen zu können.

### 9.2.5. Gegenüberstellung der Ergebnisse von Modell und Versuch

Das im vorigen Kapitel gezeigte Modell wurde an der gekerbten Umlaufbiegeprobe angewandt. In Abb. 9.7 ist ein Vergleich der Umlaufbiegewechselfestigkeit zwischen den experimentell ermittelten Werten der Umlaufbiegeprüfungen und den berechneten Werten aus dem Berechnungsmodell dargestellt.



**Abb. 9.7:** Vergleich der Umlaufbiegewechselfestigkeit zwischen Versuch und Modell

Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Modell mit geringen Abweichungen im Bereich von 5 % im vergüteten Zustand. Im Bereich der Einsatzhärtung zeigt sich eine leichte Überschätzung der berechneten Dauerfestigkeitsverteilung mit einer maximalen Abweichung bei EHT 0,3 mm von 3,3 %. Die Anwendung auf FZG Zahnräder konnte nicht durchgeführt werden, da keine entsprechenden Eigenspannungsmessungen durchgeführt wurden. Wichtig dabei ist, dass die nach dem Modell berechneten Werte stark von den Ergebnissen der Eigenspannungs- und Härtemessung abhängen. Eine große Streuung bzw. eine ungenaue Messung führt zu Teils großen Differenzen im Berechnungsergebnis. Aus diesem Grund ist es immer sinnvoll die auf Messungen basierenden Berechnungsergebnisse kritisch zu betrachten und wenn möglich durch vergleichende Bauteilversuche abzusichern. Eine Problematik für die Anwendung dieses Modells zeigt sich bei einer Umlagerung der Eigenspannungen. Hierbei könnte sich eine andere Eigenspannungsverteilung, als die in dieser Berechnung verwendete, ergeben. Bei einer Flächengleichheit würde laut Modell eine gleiche Tragfähigkeitserhöhung durch die Einsatzhärteschicht resultieren, aber im Versuch könnten sich aufgrund der unterschiedlichen Wirkung der Eigenspannungen auch verschiedene Werte für die Tragfähigkeit ergeben.

## 10. Untersuchungen zur Zahnflankenbeanspruchung und der Wirkung der Einsatzhärtetiefe

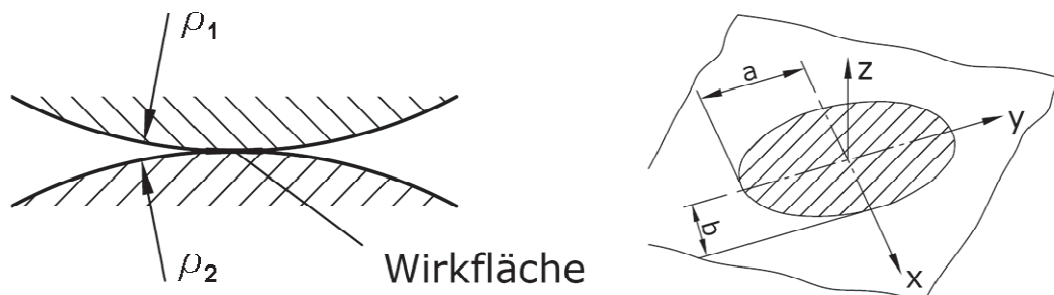
### 10.1. Allgemein

Die vom Einsatzfall erforderliche Einsatzhärtetiefe wird im Wesentlichen von der zu erwartenden Flächenbelastung im Kontakt der Zahnflanken bestimmt. Die Berechnung dieser auftretenden Beanspruchung wird analytisch durch die Gleichungen nach Hertz durchgeführt. Entscheidend dabei ist, dass die für die Schädigung relevante Vergleichsspannung im Allgemeinen nicht auf, sondern unterhalb der Oberfläche ihr Maximum erreicht.

### 10.2. Hertz'sche Pressung in der Kontaktzone

#### 10.2.1. Allgemein

Bei Wirkflächen, an denen die Berührungsradien stark unterschiedlich sind (Wirkfläche klein gegenüber den Radien der Wirkkörper) werden die Beanspruchungen in der Wirkfläche mittels der Theorie nach Hertz berechnet. [38]



**Abb. 10.1:** Flächenpressung gewölbter Wirkflächen [38]

Bei der Pressung zwischen den beiden Körpern mit gekrümmter Oberfläche entsteht ein Spannungs- und Verformungszustand der mit guter Näherung von Hertz theoretisch gelöst wurde. Werden zwei elastische Körper mit gekrümmten Oberflächen gegeneinander gepresst, so platten beide Körper an der Berührungsstelle ab. (Abb. 10.1)

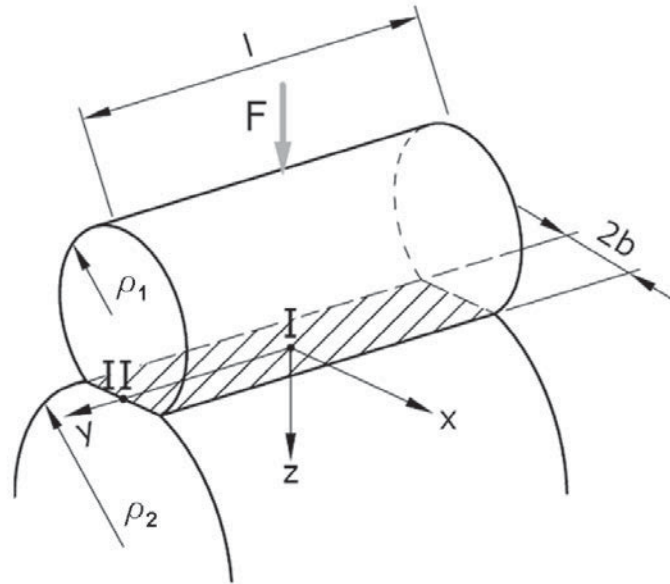
Die Hertz'sche Theorie wurde unter folgenden Voraussetzungen entwickelt:

- Die Abmessungen  $a$  und  $b$  der Abplattung infolge der Kraftwirkung sind klein gegenüber den Krümmungsradien der gewölbten Oberflächen.
- Die Elastizitätsgrenze wird nicht überschritten.
- Auf den Druckoberflächen treten nur Normal-, jedoch keine Schubspannungen auf, wie sie z. B. durch Reibkräfte induziert sein können. [38]

## 10.2.2. Berechnung der Hertz'schen Pressung bei Zahnrädern

### 10.2.2.1. Flächenpressung zwischen zwei parallelen Zylinder

Bei der Pressung zweier Zahnflanken aneinander kann im Berührungspunkt ein Ersatzradius  $\rho$  an jeden der beiden Zahnräder gelegt werden. Durch die Breite der Zahnräder erhält man ersatzweise zwei Zylinder die gegeneinander pressen. (Abb. 10.2)



**Abb. 10.2:** Gegeneinander gepresste Zylinder [38]

Die Theorien nach Hertz lauten in diesem Fall wie folgt:

#### Maximale Pressung $p_{\max}$

$$p_{\max} = \sqrt{\frac{F \cdot \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)}{\pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \cdot l}} \quad \text{Glg. (10.1)}$$

#### Mittlere Pressung $p_m$

$$p_m = \frac{F}{2 \cdot b \cdot l} \quad \text{Glg. (10.2)}$$

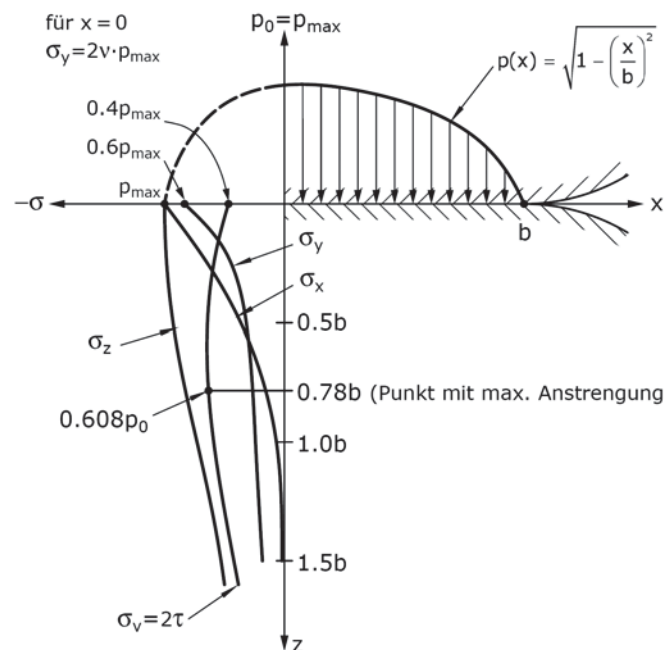
### Halbe Druckflächenbreite $b$

$$b = \sqrt{\frac{\frac{4}{\pi} \cdot (1-\nu^2) \cdot F \cdot \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}{l \cdot \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)}} \quad \text{Glg. (10.3)}$$

- mit
- $E_1$     Elastizitätsmodul des Zylinders 1 (Prüfritzel) [N/mm<sup>2</sup>]
  - $E_2$     Elastizitätsmodul des Zylinders 2 (Prüfritzel) [N/mm<sup>2</sup>]
  - $\nu$       Querdehnzahl [-]
  - $F$       Anpresskraft (Zahnnormalkraft  $F_b$ ) [N]
  - $\rho_1$     Zylinderradius 1 (Eingriffersatzkrümmungsradius vom Prüfritzel) [mm]
  - $\rho_2$     Zylinderradius 2 (Eingriffersatzkrümmungsradius vom Prüfrad) [mm]
  - $b$       halbe Breite der Druckfläche [mm]
  - $l$       Länge der Druckfläche (Breite der Zahnflanke) [mm]

### Auftretende Spannungsverteilung

Aus Abb. 10.3 ist erkennbar, dass die Spannungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\sigma_z$  in  $z$ -Richtung variieren. Die Vergleichsspannung wird nach der Schubspannungshypothese nach Tresca in einer Funktion von  $z$  berechnet. [38]



**Abb. 10.3:** Spannungsverteilung entlang der  $z$ -Achse ( $x = y = 0$ ) [38]

Bei  $z = 0$  ist  $\sigma_z = p_0 = p_{\max}$  und nimmt mit fortschreitenden  $z$  ab.  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  sind ungleich und nehmen auch mit zunehmender Tiefe  $z$  ab. Die maximale Vergleichsspannung  $\sigma_V$  bzw. Schubspannung  $\tau$  beträgt  $\sigma_V = 0,608 \cdot p_{\max} = 2 \cdot \tau$  und liegt bei  $z = 0,78 \cdot b$ .

Die Erkenntnis, dass die maximale Vergleichsspannung (bzw. Schubspannung  $\tau$ ) nicht auf, sondern unter der Oberfläche liegt, hat eine große Bedeutung für die Praxis. Um eine gute Festigkeit unter Wirkung der Druckspannungen zu erreichen, werden die Oberflächen der gewölbten Körper häufig einsatzgehärtet oder nitriert. Auf diese Weise wird eine hohe Festigkeit und Oberflächenhärte erreicht. Gleichzeitig bleibt ein weicher Kern bestehen, der einen positiven Einfluss auf die Festigkeit bei ruhender oder wechselnder Stoss- und Schwellbeanspruchung hat. Die EHT oder Nitrierhärte muss jedoch genügend tief sein (mindestens die Tiefe der maximalen Vergleichsspannung), ansonsten tritt ein „Schälen der Oberfläche“ ein. Die weiteren Betrachtungen in dieser Arbeit sind hauptsächlich auf die Wirkung der EHT und nicht auf die Nitrierhärte bezogen. [38]

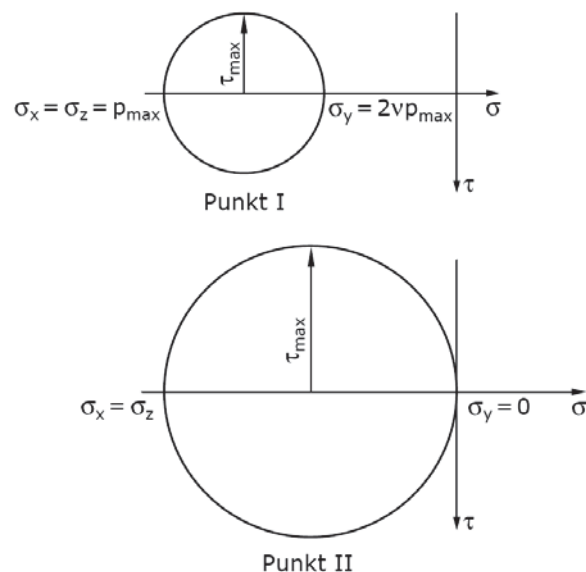
Für Konstruktionen relevant ist auch die Variation von  $\sigma_y$  auf der  $y$ -Achse. In der Mitte der Druckfläche (Abb. 10.2, Punkt I) beträgt diese Spannung:

$$\sigma_y = 2 \cdot \nu \cdot \sigma_z \quad \text{Glg. (10.4)}$$

und am freien Ende (Abb. 10.2, Punkt II) muss jedoch gelten:

$$\sigma_y = 0$$

Für die Mohr'schen Spannungskreise ergeben sich:



**Abb. 10.4:** Mohr'sche Spannungskreise für die Punkte I und II in Abb. 10.2 [38]

Man erhält an den Enden höhere Vergleichsspannungen (Abb. 10.4). Aus diesem Grund werden Enden von Zylindern vorzugsweise bombiert, bzw. Zahnräder mit einer Breitenballigkeit versehen. Obwohl bei der Hertz'schen Theorie die Schmierschicht und Reibung nicht berücksichtigt werden, bildet diese Theorie das Grundmodell für die Berechnung der Spannungen bei fast allen gegeneinander gepressten Elementen mit gewölbten Flächen. So werden die Hertz'schen Beziehungen auch zur Tragfähigkeitsbestimmung von Wälzpaarungen angewandt. [38]

### 10.2.2.2. Ersatzmodell für Zahnradpaare und Ermittlung des Ersatzkrümmungsradius

Für die Berechnung der Hertz'schen Pressung bei Verzahnungen wird der Wälzpunkt C mit den zugehörigen Ersatzkrümmungsradien  $\rho_{C1}$  für das Ritzel und  $\rho_{C2}$  für das Rad herangezogen, da in diesem Punkt keine Gleitbewegungen der Flanken auftritt und somit kein bzw. nur ein geringer Einfluss auf die Berechnung gegeben ist. Abb. 10.5 zeigt die Definition der maßgebenden Größen.

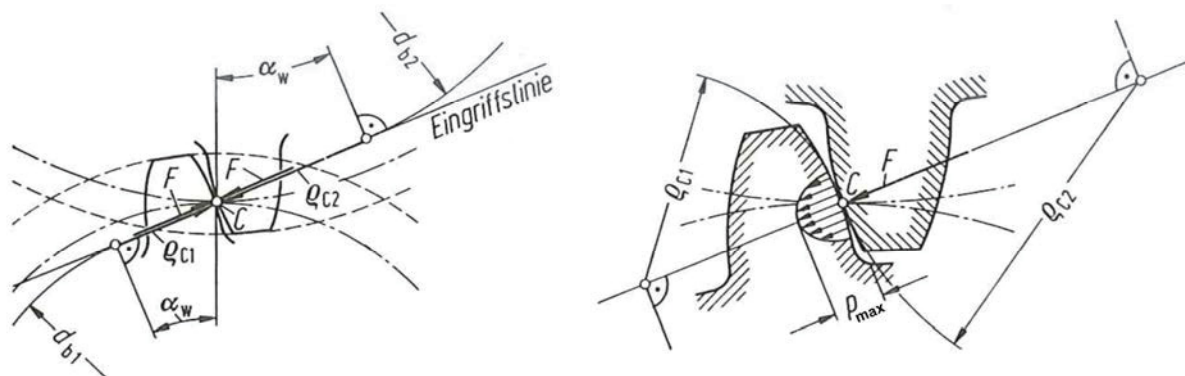


Abb. 10.5: Berechnung der Hertz'schen Pressung bei Zahnrädern [16]

Die Ersatzkrümmungsradien  $\rho_C$  im Wälzpunkt errechnen sich nach:

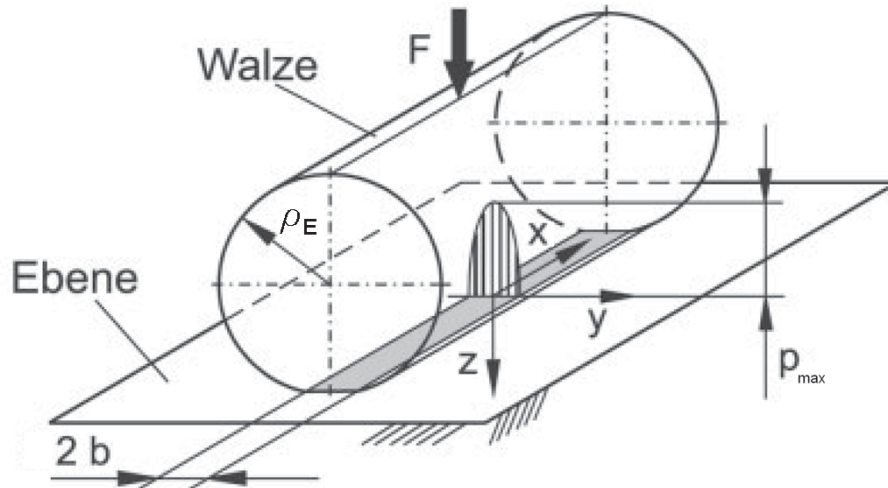
$$\rho_{C1,2} = \frac{d_{w1,2}}{2} \cdot \sin(\alpha_w) \quad \text{Glg. (10.5)}$$

mit

$$d_{w1,2} = d_{1,2} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)} = m \cdot z_{1,2} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)} \quad \text{und} \quad \cos(\alpha_w) = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot a} \cdot \cos(\alpha)$$



Durch das Einführen eines Ersatzkrümmungsradius  $\rho_E$  im Wälzpunkt für das Zahnradpaar, ist es möglich ein Ersatzmodell „Walze auf Ebene“ anzuwenden (Abb. 10.6).



**Abb. 10.6:** Ersatzmodell "Walze auf Ebene" für ein Zahnradpaar [33]

Der Ersatzkrümmungsradius für das Zahnradpaar lässt sich nach folgender Gleichung ermitteln:

$$\rho_E = \frac{1}{\frac{1}{\rho_{C1}} + \frac{1}{\rho_{C2}}} \quad \text{Glg. (10.6)}$$

Durch Einsetzen von  $\rho_E$  in Glg. (10.1) und Glg. (10.3) und ersetzen von  $E_1 = E_2 = E$  erhält man für die halbe Druckflächenbreite  $b$  und die maximale Pressung  $p_{\max}$  folgende Ausdrücke:

$$p_{\max} = \sqrt{\frac{F \cdot E}{2 \cdot \pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot l \cdot \rho_E}} \quad \text{Glg. (10.7)}$$

$$b = \sqrt{\frac{\frac{8}{\pi} \cdot (1 - \nu^2) \cdot F \cdot \rho_E}{l \cdot E}} \quad \text{Glg. (10.8)}$$

### 10.2.3. Berechnung der Hertz'schen Pressung bei der FZG-C Verzahnung

#### Berechnungsdaten für die analytische Ermittlung nach Hertz:

$$E = 206000 \text{ N/mm}^2$$

$$\nu = 0,3$$

$$m = 4,5 \text{ mm}$$

$$z_1 = 16$$

$$z_2 = 24$$

$$F = F_b \text{ Kraftstufe}$$

$$a = 91,5 \text{ mm}$$

$$l = 12,5 \text{ mm}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

#### Ermittlung der Ersatzkrümmungsradien

$$\rho_{C1} = \frac{d_{w1}}{2} \cdot \sin(\alpha_w) = \frac{m \cdot z_1}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)} \cdot \sin(\alpha_w) = \frac{4,5 \cdot 16}{2} \cdot \frac{\cos(20)}{\cos(22,44)} \cdot \sin(22,44) = 13,97 \text{ mm}$$

$$\rho_{C2} = \frac{d_{w2}}{2} \cdot \sin(\alpha_w) = \frac{m \cdot z_2}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)} \cdot \sin(\alpha_w) = \frac{4,5 \cdot 24}{2} \cdot \frac{\cos(20)}{\cos(22,44)} \cdot \sin(22,44) = 20,96 \text{ mm}$$

$$\text{mit } \alpha_w = \arccos\left(\frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot a} \cdot \cos(\alpha)\right) = \arccos\left(\frac{4,5 \cdot (16 + 24)}{2 \cdot 91,5} \cdot \cos(20)\right) = 22,44^\circ$$

#### Ermittlung des Ersatzkrümmungsradius für das FZG-C Zahnradpaar

$$\rho_E = \frac{1}{\frac{1}{\rho_{C1}} + \frac{1}{\rho_{C2}}} = \frac{1}{\frac{1}{13,97} + \frac{1}{20,97}} = 8,38 \text{ mm}$$

#### Berechnung der maximalen Pressung $p_{\max}$

$$p_{\max} = \sqrt{\frac{F \cdot E}{2 \cdot \pi \cdot (1 - \nu^2) \cdot l \cdot \rho_E}} = \sqrt{\frac{F \cdot 206 \cdot 10^3}{2 \cdot \pi \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 12,5 \cdot 8,38}}$$

**Berechnung der halben Druckflächenbreite b**

$$b = \sqrt{\frac{\frac{8}{\pi} \cdot (1 - \nu^2) \cdot F \cdot \rho_E}{l \cdot E}} = \sqrt{\frac{\frac{8}{\pi} \cdot (1 - 0,3^2) \cdot F \cdot 8,38}{12,5 \cdot 206 \cdot 10^3}}$$

**Berechnung der maximalen Vergleichsspannung  $\sigma_V$**

$$\sigma_V = 0,608 \cdot p_{\max}$$

**Berechnung der Tiefe z der maximalen Vergleichsspannung  $\sigma_V$**

$$z = 0,78 \cdot b$$

**10.2.4. Ergebnisse nach der Hertz'schen Theorie**

Für die Berechnung nach der Hertz'schen Theorie wurden zwei Lastniveaus herangezogen, die im experimentellen FZG-Versuch aufgebracht wurden. Die nachfolgende Tab. 10.1 zeigt die analytisch nach der Hertz'schen Theorie ermittelten Resultate, die in späterer Folge den FE Simulationsergebnissen gegenübergestellt werden.

Belastung	gilt für Ritzel und Rad
Kraftstufe 9: $F_b = 8949 \text{ N}$	$p_{\max} = 1657,6 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_V = 1007,8 \text{ N/mm}^2$ $z = 0,19 \text{ mm}$
Kraftstufe 10: $F_b = 11029 \text{ N}$	$p_{\max} = 1840,1 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_V = 1118,8 \text{ N/mm}^2$ $z = 0,21 \text{ mm}$

**Tab. 10.1:** Ergebnisse der analytischen Berechnung nach der Hertz'schen Theorie

Die Ergebnisse belegen, dass mit zunehmenden Drehmoment M bzw. mit zunehmender Normalkraft  $F_b$  sich eine Erhöhung der Vergleichsspannung  $\sigma_V$  und auch eine höhere Tiefe z der wirkenden Vergleichsspannung auftritt. Wichtig ist, dass diese Ergebnisse auf der Annahme eines reibungsfreien Kontaktes der Zahnflanken basiert. In der Realität entsteht eine Reibung im Kontakt, die zusätzlich vom Schlupf der sich durch den Abwälzvorgang ergibt wesentlich beeinflusst wird und auch entscheidende Auswirkungen auf die EHT haben. Eine Analyse der auftretenden Relativgeschwindigkeiten ist im nächsten Kapitel 10.3 zu finden.

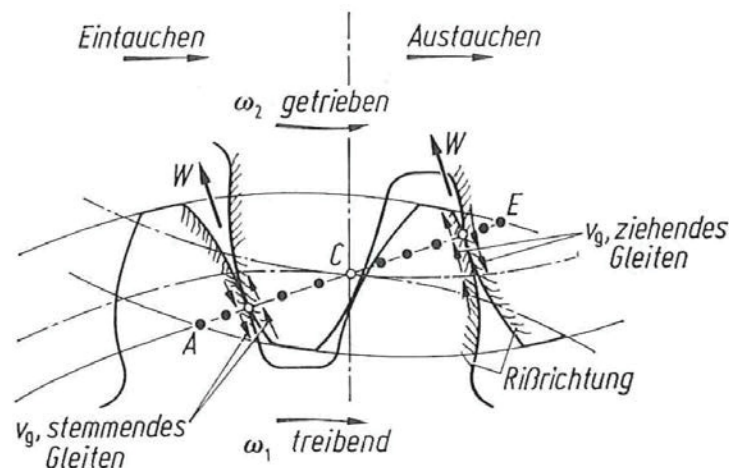
## 10.3. Auswirkung der Relativgeschwindigkeiten auf die Ermüdung der Zahnflanken

### 10.3.1. Allgemein

Die Kenntnis über den Verlauf der Relativgeschwindigkeiten entlang der Eingriffsstrecke hat eine wesentliche Bedeutung für die Untersuchung und Charakterisierung der Ermüdungsvorgänge an den Zahnflanken. Die Relativbewegungen und die zusätzliche Kontaktbeanspruchung stellen die wichtigsten Parameter für die Grübchenbildung dar. Um dem entgegenzuwirken ist es von Nöten die erforderliche Einsatzhärtetiefe den vorgegebenen Randbedingungen anzupassen um eine optimale Tragfähigkeit der Zahnflanken zu erreichen.

### 10.3.2. Verzahnungsgesetz und Relativbewegungen der Zahnflanken

Die Voraussetzung für den gleichmäßigen Lauf eines Zahnradpaares ist eine stets konstant bleibende Übersetzung  $i = \omega_1 / \omega_2$ . Das treibende Rad 1 dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$ , das getriebene Rad 2 mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_2$ . Kommt ein treibender Zahn in Eingriff, so fängt zuerst sein Fuß an, sich mit dem Kopf des getriebenen Rades im Eingriffspunkt A zu berühren. Hierbei tritt ein stemmendes Gleiten zwischen den sich berührenden Zahnflanken auf, bei dem für die treibende Flanke von Rad 1 die Gleitbewegung  $v_g$  der Wanderbewegung des Berührungspunktes entgegengerichtet, jedoch für die getriebene Flanke von Rad 2 gleichgerichtet ist. (Abb. 10.7) [16]

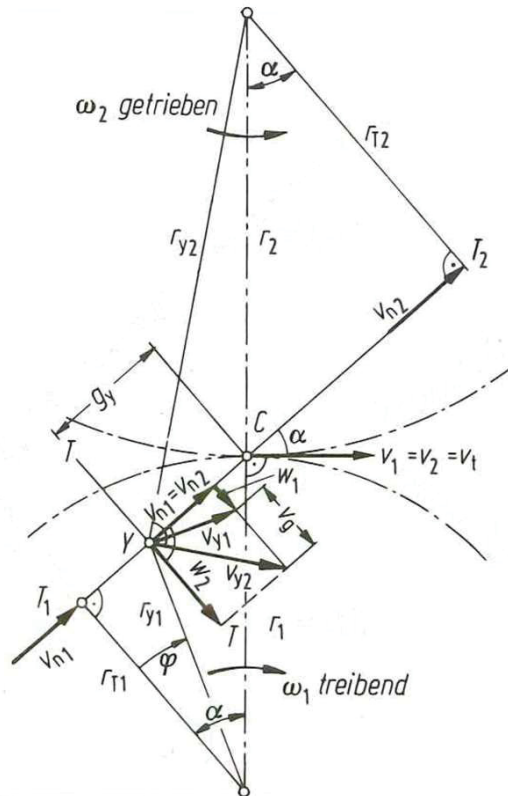


**Abb. 10.7:** Eingriffslinie und Relativbewegungen während des Abwälzvorganges [16]

Im Verlauf der Drehung wandert der Eingriffspunkt von A, der stets auf der gemeinsamen Eingriffsnormalen liegt, über den Wälzpunkt C bis zum Ende des Eingriffs am Kopf des treibenden Rades im Punkt E, wobei ein ziehendes Gleiten in Erscheinung tritt. Der Abstand zwischen dem Punkt A und E wird Eingriffsstrecke  $g_\alpha$  genannt. Dabei sind für die treibende Flanke des Rades 1 Gleit- und Wanderbewegung gleich-, für die getriebene Flanke des Rades 2 entgegengerichtet. Die Wälzrichtung der Flankenberührungspunkte ist durch den Vektor W gekennzeichnet. [2], [16]

### 10.3.3. Verlauf der Gleit- und Wälzbewegungen entlang der Eingriffstrecke

Werden in einem beliebigen Punkt Y die Umfangsgeschwindigkeiten  $v_{y1}$  und  $v_{y2}$  in ihre Komponenten  $w_1$  und  $w_2$  in Richtung der gemeinsamen Tangente T-T und in die dazugehörigen Normalkomponenten  $v_{n1}$  und  $v_{n2}$  zerlegt und sind die Radien  $r_{T1}$  im Fußpunkt  $T_1$  bzw.  $r_{T2}$  im Fußpunkt  $T_2$  senkrecht auf die Eingriffsgerade, die durch den Wälzpunkt C geht, dann müssen auch die Umfangsgeschwindigkeiten  $v_{y1}$  und  $v_{y2}$  gleichgerichtet und gleich groß sein. (Abb. 10.8) [2], [16]



**Abb. 10.8:** Geschwindigkeiten während des Abwälzvorganges [16]

Die Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_1$  des treibendes Rades und  $\omega_2$  des getriebenen Rades betragen nach dem Verzahnungsgesetz:

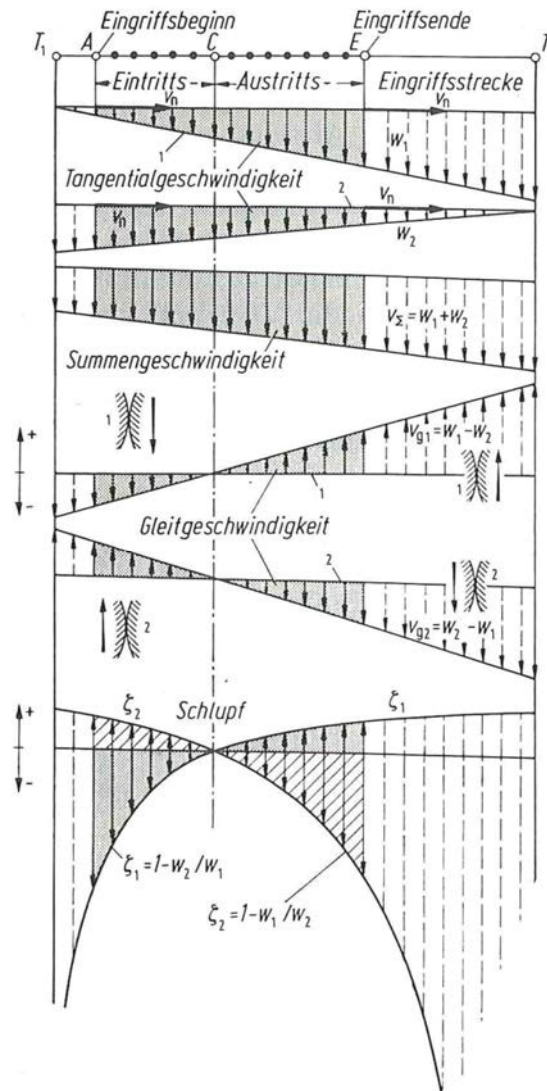
$$\omega_{1,2} = \frac{v_{y1,2}}{r_{y1,2}} = \frac{v_{1,2}}{r_{1,2}} = \frac{v_{n1,2}}{r_{T1,2}} \quad \text{Glg. (10.9)}$$

mit den Beziehungen

$$\cos(\alpha) = \frac{r_{T1,2}}{r_{1,2}} \quad \text{Glg. (10.10)}$$

$$v_{n1,2} = v_{1,2} \cdot \cos(\alpha) \quad \text{Glg. (10.11)}$$

Die absolute Geschwindigkeit in Richtung der Berührtangenten entsprechen der Tangentialgeschwindigkeit  $w$ . Die Bewegung des Berührungspunktes kann als Zusammensetzung einer Schiebung gerichtet auf C und einer Drehung um  $T_1$  aufgefasst werden. Die Verläufe entlang der Eingriffsstrecke der Tangentialgeschwindigkeit und der daraus resultierenden Summengeschwindigkeit  $v_{\Sigma}$ , der Gleitgeschwindigkeiten  $v_g$  und dem Schlupf  $\zeta$  kann aus der Abb. 10.9 abgelesen werden.



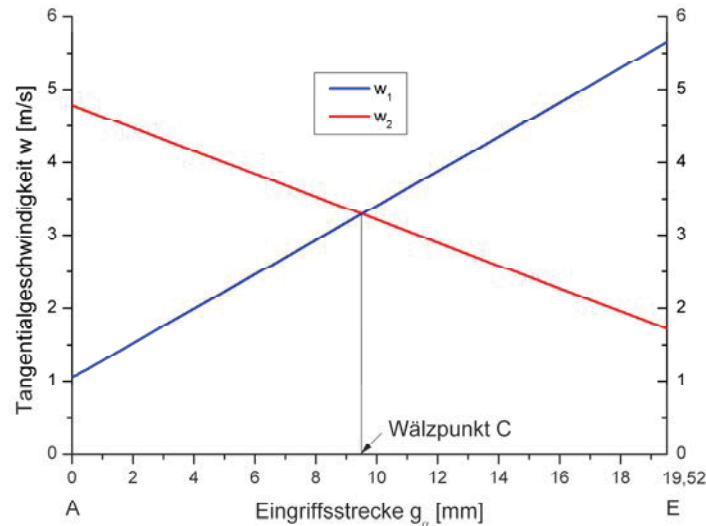
**Abb. 10.9:** Geschwindigkeiten der Flankenberührungspunkte entlang der Eingriffsstrecke [16]

Hierbei berechnet sich die Tangentialgeschwindigkeit  $w$  mit den Größen nach Abb. 10.8 wie folgt:

$$w_{1,2} = \omega_{1,2} \cdot (r_{1,2} \cdot \sin(\alpha) \pm g_y) \quad \text{Glg. (10.12)}$$

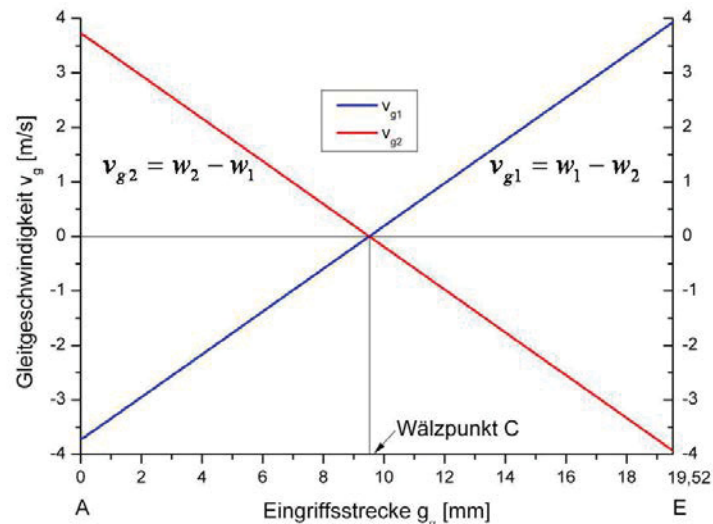
Dabei gilt: + für den Eingriff am Kopf bzw. – für den Eingriff am Fuß des jeweiligen Rades

Mit Hilfe dieser Kenntnisse können die während dem Abwälzvorgang auftretenden Tangentialgeschwindigkeiten  $w$  über die Eingriffsstrecke  $g_\alpha = 19,52$  mm berechnet werden. Der dadurch entstehende Verlauf für eine Drehzahl des Ritzels von  $n_1=2250$  U/min (entspricht der aus dem FZG-Versuch) ist in Abb. 10.10 ersichtlich.



**Abb. 10.10:** Verlauf der Tangentialgeschwindigkeit  $w$  entlang der Eingriffsstrecke

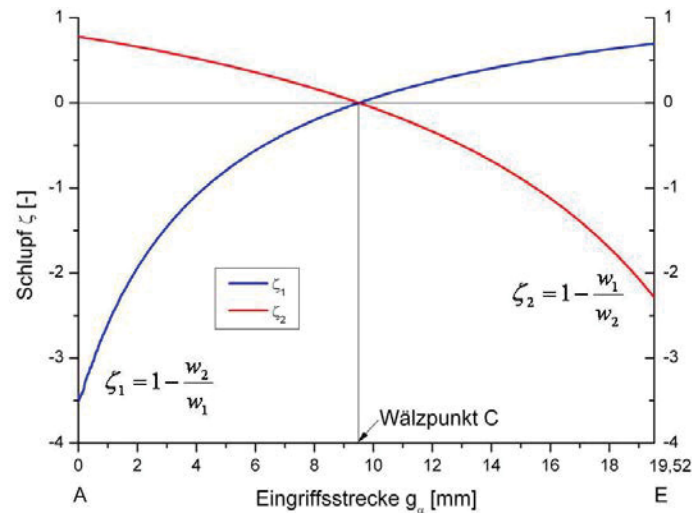
Aus diesen Verläufen lässt sich die in Abb. 10.9 definierte Gleitgeschwindigkeit  $v_g$  ermitteln. Die sich daraus ergebenden Verläufe sind in Abb. 10.11 dargestellt.



**Abb. 10.11:** Verlauf der Gleitgeschwindigkeit  $v_g$  entlang der Eingriffsstrecke

Aus Abb. 10.11 ist ersichtlich, dass die Werte der Gleitgeschwindigkeiten für das Ritzel  $v_{g1}$  und für das Rad  $v_{g2}$  im Wälzpunkt C gleich null sind, das bedeutet in diesem Punkt tritt reines Rollen der Zahnflanken aufeinander (Rollreibung) und kein Gleiten relativ zueinander auf.

Das spezifische Gleiten (Schlupf)  $\zeta$  stellt die Gleitgeschwindigkeit  $v_g$  bezogen auf die absolute Tangentialgeschwindigkeit  $w_1$  oder  $w_2$  des Flankenpunktes in Richtung der gemeinsamen Tangente dar. Die sich daraus aus der Definition in Abb. 10.9 ergebenden Verläufe für den Schlupf  $\zeta$  sind in Abb. 10.12 dargestellt.



**Abb. 10.12:** Verlauf des spezifischen Gleitens (Schlupf)  $\zeta$  entlang der Eingriffstrecke

Im Wälzpunkt ist der Schlupf  $\zeta$  gleich Null. Die absoluten Maximalwerte werden in den Endpunkten der Eingriffstrecke erreicht. Ein großer negativer Schlupf  $\zeta$  (wie er im Fußbereich auftritt) bedeutet, dass ein kleiner Flankenabschnitt mit einem großen Abschnitt der Gegenflanke kämmt. Die Reibarbeit wirkt also (am Fuß) auf einen kleinen Flankenabschnitt, an der Gegenflanke (am Kopf) auf einen großen Abschnitt. [16]

#### 10.3.4. Auswirkung der Relativgeschwindigkeit auf die Ermüdung der Zahnflanken

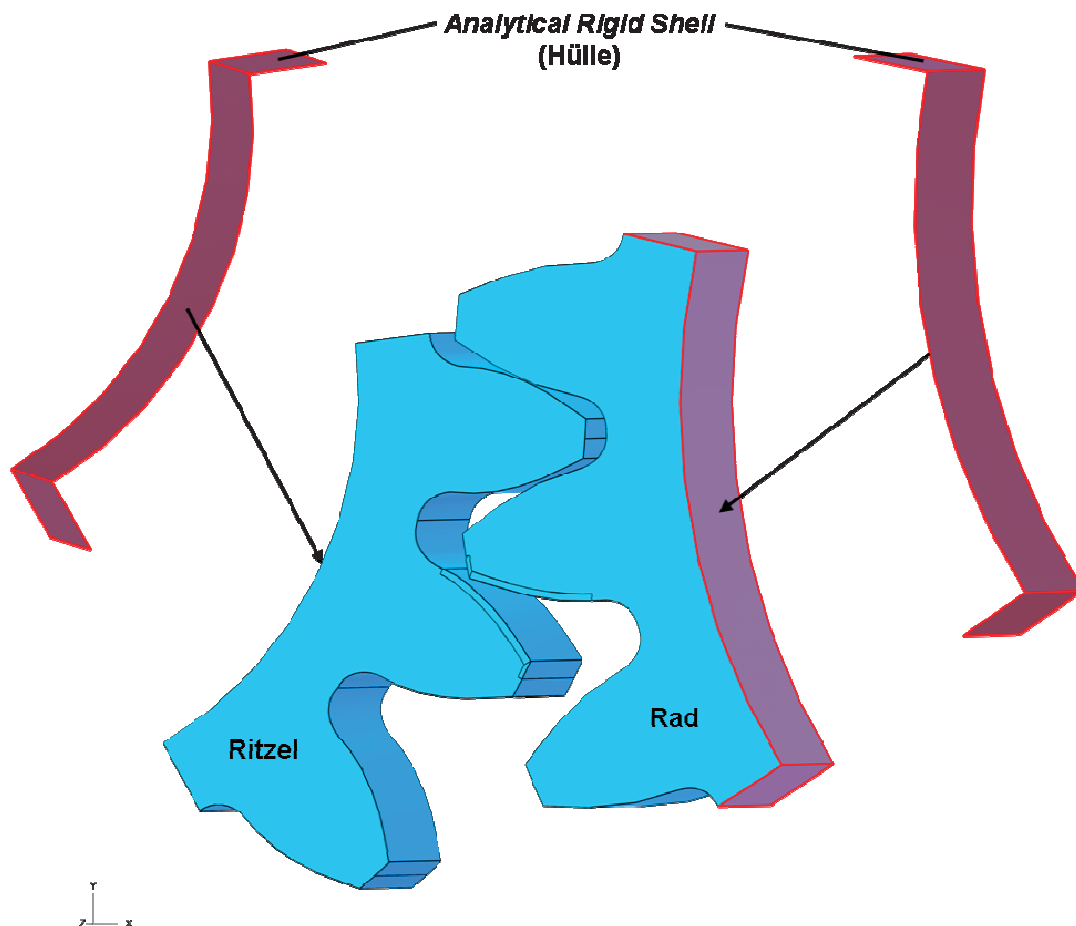
Untersuchungen zeigen, dass die Ermüdung durch Grübchenbildung an der Zahnflanke vorwiegend im Bereich des Wälzpunktes C bei geringen Schlupfwerten entsteht. Zudem meist verursacht durch ein ziehendes Gleiten an der Oberfläche, da dies das Risswachstum begünstigt. Weniger Schlupf bedeutet weniger Reibung und somit eine höhere Tiefe der maximalen Vergleichsspannung die diesen Schadensmechanismus verursacht. In den Bereichen des Eingriffsbeginns A und des Eingriffsendes E steigt der Schlupf und die maximale Vergleichsspannung wandert zur Oberfläche hin. In diesem Fall ist der Fressschaden die dominierend. Dieser kann durch eine höhere Oberflächenhärte und durch günstige Schmierbedingungen abgewehrt werden. Am Ritzel gehen die Anrisse von der Oberfläche aus und wandern in Richtung Wälzpunkt C. Am getriebenen Rad beginnt die Risseinleitung ebenfalls an der Oberfläche, die Rissfortschrittsrichtung ist vom Wälzpunkt C weggerichtet. Offensichtlich reicht eine Betrachtung der Normalbeanspruchung nach der Hertz'schen Theorie nicht aus, um den Schadensbeginn zu erklären, da diese Gleichungen einen ruhenden Festkörperkontakt voraussetzen. Eine Einbringung von Zusatzbeanspruchungen durch Reibung im Kontakt wird nicht berücksichtigt. Daher wurden weitere Untersuchungen in Form von Abwälzsimulationen durchgeführt um den Schadensmechanismus besser zu verstehen. [39]



## 10.4. Numerische Abwälzsimulation der Verzahnung

### 10.4.1. Aufbau des FE Modells

Der Aufbau der 2D Geometrie mit KISSsoft und der Import in Abaqus 6.8 sind in den Kapiteln 7.3.1.1 und 7.3.1.2 genau beschrieben. Für die Simulation der Zahnflankenbeanspruchung wurden wiederum nur Segmente des Ritzels und des Rades herausgeschnitten um somit beim Vernetzen eine zu hohe Knoten- bzw. Elementanzahl und dadurch eine übermäßig lange Rechendauer zu vermeiden. Um eine Deformation des Radkranzes unter der Einwirkung des statischen Drehmomentes zu vermeiden, wurden die Zahnradsegmente von einem *Analytical Rigid Shell* umhüllt. In Abb. 10.13 ist die Geometrie der *Parts* und die Positionierung im Ausgangszustand zueinander ersichtlich.



**Abb. 10.13:** Aufbau des FE Modells für die numerische Abwälzsimulation zur Beurteilung der Zahnflankenbeanspruchung

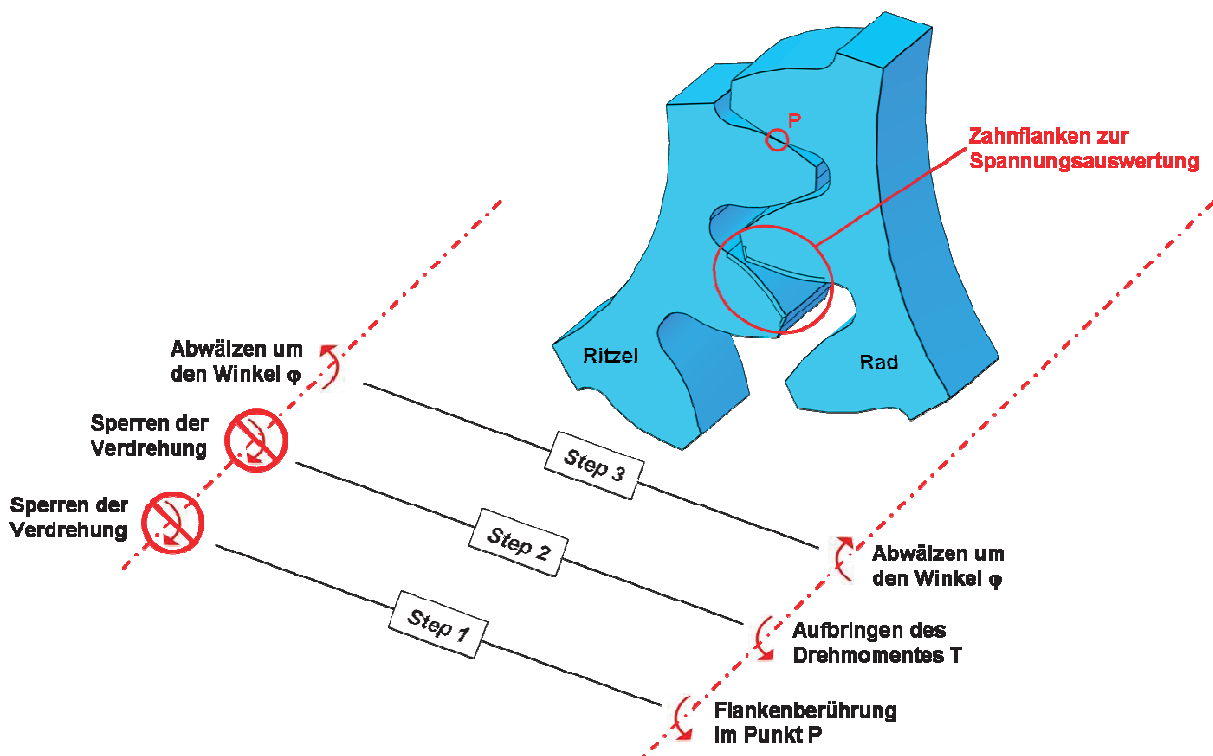
Eine Partitionierung in den Bereichen der Zahnflanken an denen die Kontaktspannungen ermittelt werden ermöglicht eine feine, genau definierte Vernetzung in diesem Gebiet und dadurch bessere Ergebnisse der Spannungsauswertungen.

### 10.4.2. Materialdefinition, Kontakt- und Randbedingungen

Die Materialdefinition der beiden Körper wurde bereits in Kapitel 7.3.2. näher beschrieben. Für die Kontaktbedingungen zwischen den Zahnflanken des Ritzels und des Rades gilt dasselbe *Master-Slave-Verfahren* wie in 7.3.3. bereits behandelt wurde. Für den Kontakt zwischen Hülle und Zahnradsegment wurden beide Zahnradsegmente fest mit ihren Hüllen verbunden. Dies erfolgte in Abaqus 6.8 über ein *Constraint* (Bedingung) namens *Tie* (Verknüpfen). Dabei mussten die Knoten (Knotennummern) des jeweiligen Zahnradsegmentes angegeben werden. Diese wurden innerhalb einer Toleranzzone an die *Analytical Rigid Surface* angezogen und mit ihr fest verbunden. Die Angabe der zu verknüpfenden Knoten erfolgte bei der 3D-Simulation über die Auswahl der dementsprechenden Flächen.

#### Randbedingungen

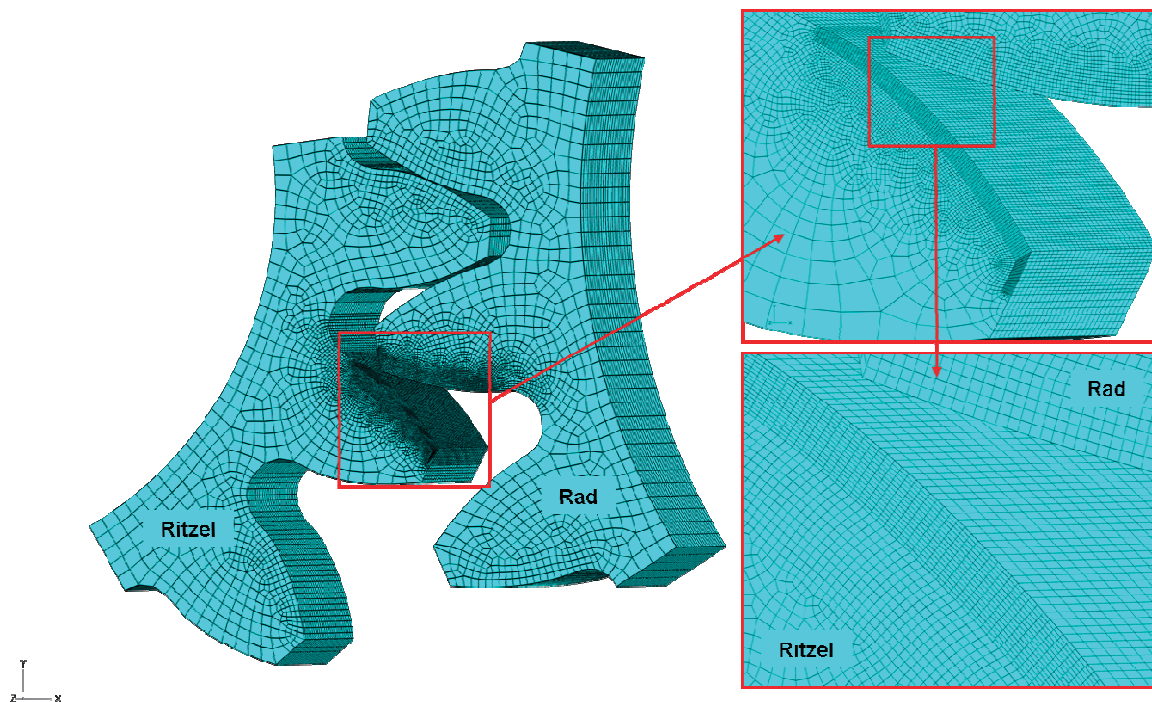
Der erste Kontakt zwischen Ritzel und Rad (die beiden oberen Zahnflanken im Modell) wurde in *Step 1* realisiert. Dabei ist die Verdrehung um die Radachse von Ritzel gesperrt, während durch eine Verdrehung von Rad um die Radachse der Kontakt hergestellt wird. Danach wurde in *Step 2* durch Einleiten eines, durch eine vorgegebene Normalkraft ermittelten Drehmomentes, das Zahnradpaar verspannt. Hierbei ist die Verdrehung von Ritzel gesperrt und das Drehmoment  $T$  über den *Reference Point* der Hülle von Rad eingeleitet. In *Step 3* findet schließlich der eigentliche Abwälzprozess statt, bei dem die beiden Zahnräder über einen Winkel  $\varphi$  gedreht werden. (Abb. 10.14)



**Abb. 10.14:** Randbedingungen und *Step* - Definition für die FE Abwälzsimulation

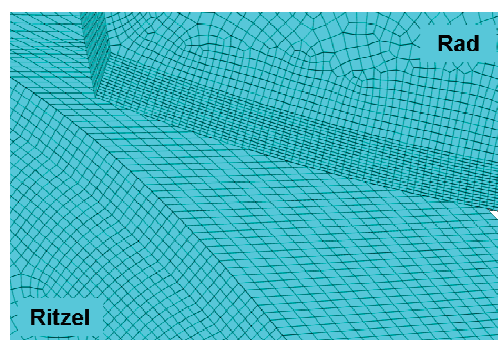
### 10.4.3. Vernetzen des FE Modells für die Zahnflankenbeanspruchung

Im ersten Schritt der Vernetzung wurden mit Hilfe des Befehls *Seed Part Instance* die Knoten in das Modell eingebracht. Da beim *Master-Slave*-Verfahren die Knoten der *Master*-Oberfläche in die *Slave*-Oberfläche eindringen können, ist es vorteilhaft die *Slave*-Oberfläche etwas feiner als die *Master*-Oberfläche zu vernetzen. Um für die Auswertung der Kontaktspannungen bei Ritzel und Rad ein gleiches Netz und somit vergleichbare Ergebnisse zu erzielen, wurde das Modell zweimal verschieden vernetzt. Für die Spannungsberechnung am Ritzel wurde die Zahnflanke des Ritzels feiner vernetzt (Abb. 10.15).



**Abb. 10.15:** Vernetztes FE Modell der Zahnflankenbeanspruchung mit fein vernetzter Flanke des Ritzels

Umgekehrt, für die Spannungsberechnung des Rades, wurde mit exakt gleicher Netzfeinheit die Rad-Zahnflanke vernetzt (Abb. 10.16).

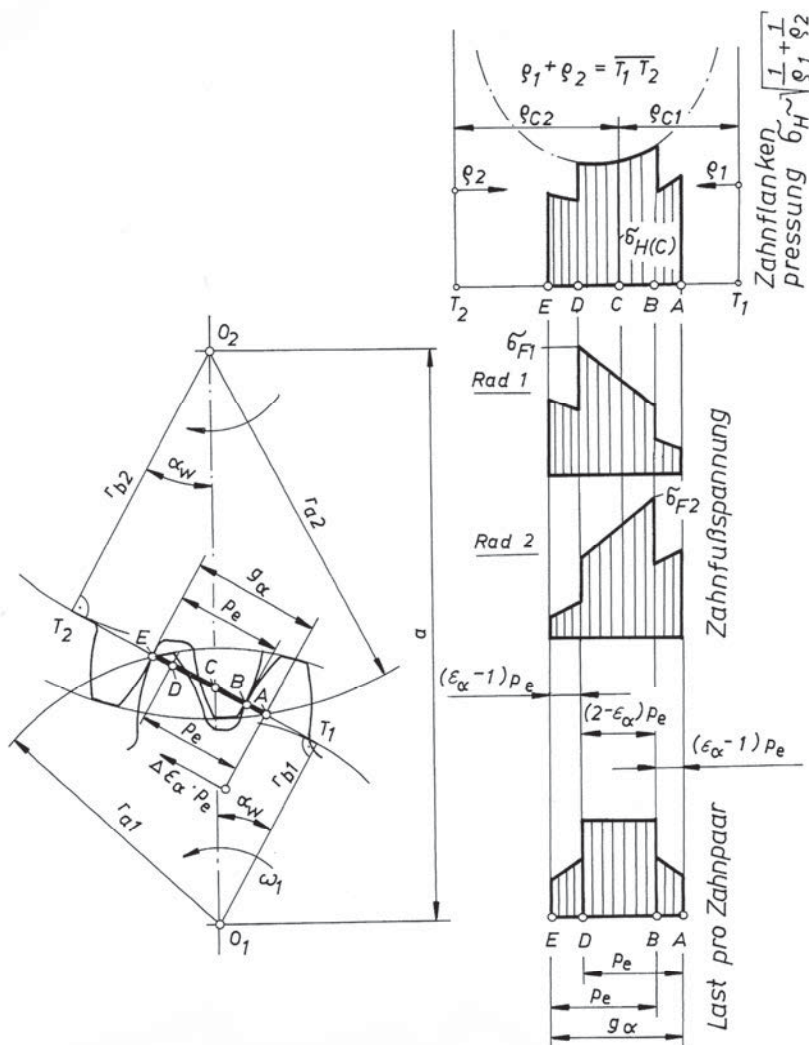


**Abb. 10.16:** Vernetzung für die Spannungsauswertung an der Zahnflanke des Rades

## 10.4.4. Ergebnisse der numerischen Abwälzsimulation

### 10.4.4.1. Last- und Beanspruchungsverlauf entlang der Eingriffstrecke

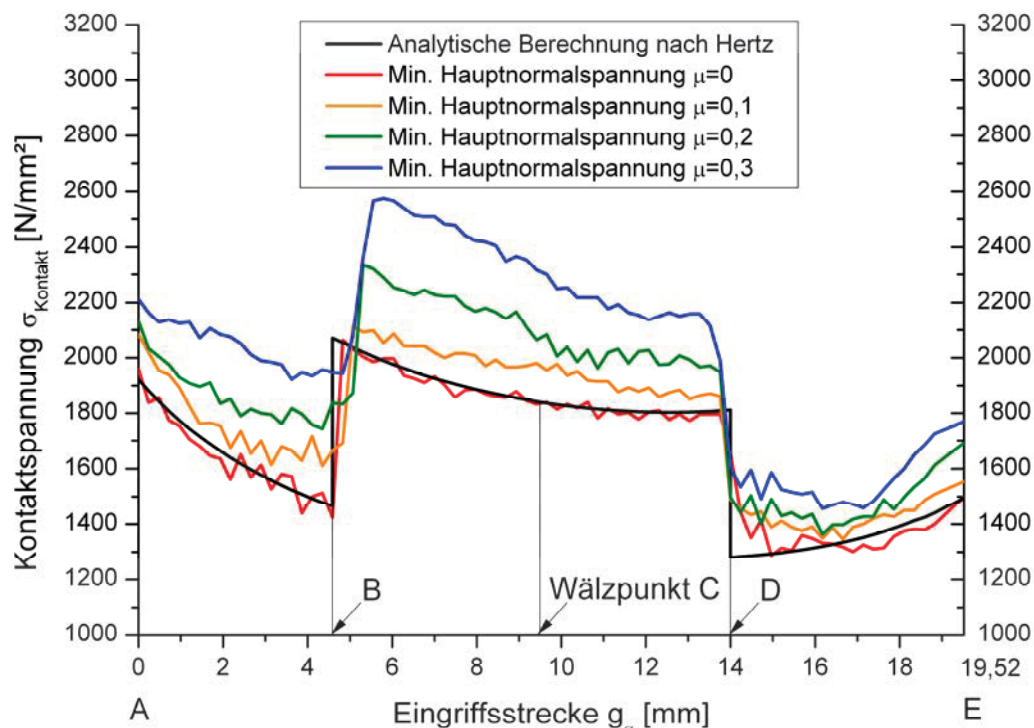
In Abb. 10.17 ist der Verlauf der Zahnflankenpressung, Zahnfußspannung und Last entlang der Eingriffstrecke  $g_\alpha$  dargestellt. Bei Verzahnungen liegt üblicherweise eine Profilüberdeckung von  $1,2 \leq \epsilon_\alpha \leq 1,7$  vor, das bedeutet es ergibt sich ein Bereich BD bei dem nur ein Zahnpaar im Eingriff ist (Einzeleingriff) bzw. zwei Bereiche AB und DE bei denen ständig zwei Zahnpaare gleichzeitig im Eingriff sind (Doppeleingriff). Je kleiner die Profilüberdeckung, desto größer wird das Gebiet des Einzeleingriffs. Die Profilüberdeckung ist damit sowohl für die Laufruhe als auch für die Tragfähigkeit von Bedeutung.



**Abb. 10.17:** Eingriffspunkte A, B, D, E auf der Eingriffstrecke  $g_\alpha$ ; Last- und Beanspruchungsverlauf [18]

#### 10.4.4.2. Einfluss der Reibung auf die zeitlich veränderliche Kontaktspannung

Für die Abwälzsimulation wurde eine Belastung, die im FZG Versuch gefahren wurde aufgebracht. Dies entspricht hier der Kraftstufe 10 nach Norm mit einem Drehmoment von  $M = 372,6 \text{ Nm}$  und einer daraus resultierenden Normalkraft von  $F_b = 11029 \text{ N}$ . Mit diesen Werten wurden Abwälzsimulationen mit verschiedenen Reibwerten  $\mu$  zwischen den Zahnflanken durchgeführt und anschließend gegenübergestellt. In Abb. 10.18 sind die Kontaktspannungen über der Eingriffsstrecke dargestellt.

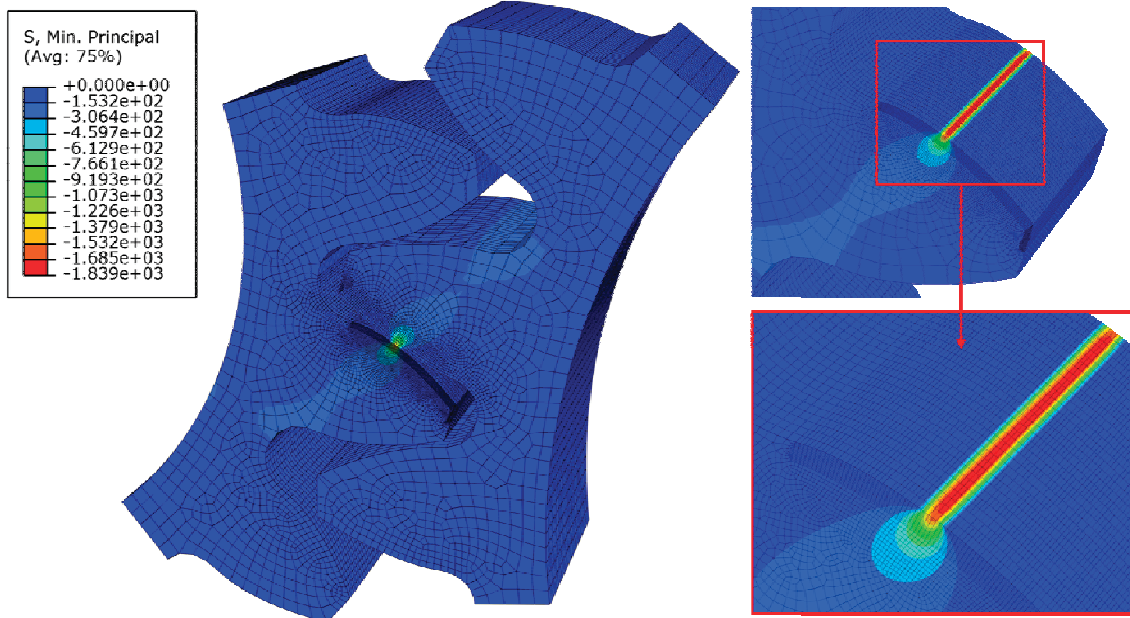


**Abb. 10.18:** Darstellung der Kontaktspannung entlang der Eingriffsstrecke  $g_\alpha$

Grundsätzlich kann gesagt werden, dass sich die FE Simulation für die Berechnung der Kontaktspannungen gut eignet. Dies zeigt ein Vergleich der Pressungswerte nach Hertz (hier wird die Reibung nicht mit berücksichtigt) mit den Ergebnissen der Simulation bei  $\mu=0$ . Die Ungleichmäßigkeiten des Verlaufes entstehen durch die quaderförmigen Elemente, die nicht exakt den aktuellen Zahnflankenradius nachbilden. Eine Abhilfe wäre eine noch feinere Vernetzung, die jedoch eine zusätzlich höhere Rechenzeit mit sich ziehen würde.

Die Auswertung der Kontaktspannungen erfolgte mit einer feineren Vernetzung des Ritzels. Der Grund für eine ungleiche Vernetzung beider Kontaktpartner ist eine daraus mögliche ungünstige Durchdringung der *Slave* Flächen durch die *Master* Knoten und dadurch eine nicht optimale Ausbildung der Kontaktzone. Deswegen wurden alle FE Simulationen doppelt durchgeführt, einmal mit einer feineren Vernetzung des Ritzels und einmal mit einer feineren Vernetzung des Rades, um etwaige Differenzen in den Resultaten zu erkennen. Nachfolgend kann gesagt werden, dass sich daraus nur minimale Unterschiede ergaben, die vernachlässigt werden können.

Die nachfolgende Abb. 10.19 zeigt das Ergebnis der Abwälzsimulation mit der minimalen Hauptnormalspannung  $S_{\min}$  für  $\mu=0$ . Dabei wurde der Wälzpunkt betrachtet um die Werte in diesem Punkt mit denen der Hertz'schen Pressung und später mit denen des Kontaktmodells vergleichen zu können.



**Abb. 10.19:** FE Ergebnis der minimalen Hauptnormalspannung  $S_{\min}$  zwischen den Zahnflanken im Wälzpunkt bei einem Reibwert von  $\mu=0$

In diesem Ergebnis zeigt sich ein Spannungsverlauf mit den höchsten Werten im Bereich der halben Zahnbreite, da hier im Gegensatz zu den äußeren Stirnflächen, in der Mitte des Zahnrades Verformungen behindert werden. Der maximale Spannungswert im Wälzpunkt beträgt  $S_{\min} = 1839 \text{ N/mm}^2$  und ist in dem Knoten der in exakt der halben Zahnradbreite liegt, zu finden. Weiters ist anzumerken, dass es bei der Simulation keine Probleme mit einer guten Ausbildung der Kontaktzone gegeben hat, wie es beispielsweise bei FE Rechnungen von schräg- oder hypoidverzahnten Rädern auftreten kann.

Dieses Simulationsergebnis zeigt eine starke Abhängigkeit der auftretenden Spannungen im Kontaktbereich der Zahnflanken durch die vorherrschenden Reibverhältnisse. Im Gegensatz dazu bleibt die reine Pressung zwischen den Flanken unbeeinflusst. Durch die höheren Kontaktspannungen entsteht eine wesentlich höhere Beanspruchung der Oberfläche. In diesem Fall ist zwischen einer minimalen Reibung von  $\mu=0$  und einer maximalen Reibung von  $\mu=0,3$  (Stahl auf Stahl) eine Spannungserhöhung von  $\Delta\sigma_{\text{Kontakt}} = +26,3 \%$  zu verzeichnen. Um eine Auswirkung auf die Einsatzhärtetiefe zu ermitteln wurde zusätzlich eine Auswertung für die Tiefenabhängigkeit der maximalen Vergleichsspannungen durchgeführt.

### 10.4.4.3. Verschiebung der maximalen Vergleichsspannungstiefe

In diesem Abschnitt wurde eine Parameterstudie über den Einfluss des Reibkoeffizientens  $\mu$  zwischen den Zahnflanken auf die Tiefe  $z$  der maximal auftretenden Vergleichsspannung nach von Mises  $\sigma_{V,Mises}$  durchgeführt. In Abb. 10.20 sind die FE Ergebnisse, bei einer Relativbewegung, der sich kurz nach dem Wälzpunkt C im Eingriff befindlichen Kontaktpartner, mit unterschiedlichen Reibverhältnissen dargestellt.

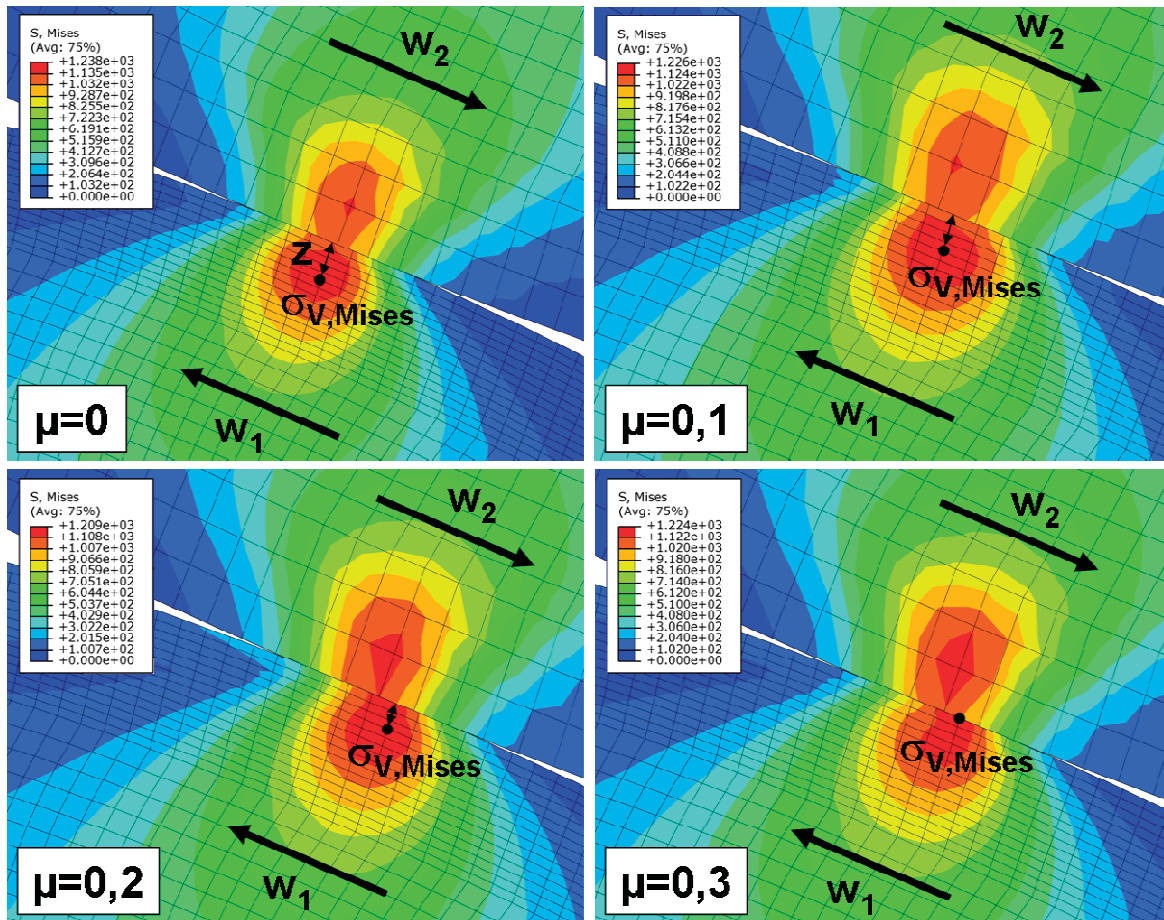


Abb. 10.20: Tiefe der maximalen Vergleichsspannung bei verschiedenen Reibwerten  $\mu$

In Tab. 10.2 sind die Werte, der aus der Simulation erhaltenen Tiefen  $z$  von  $\sigma_{V,Mises}$  eingetragen. Die Messung der Tiefe erfolgte von der Oberfläche zu dem jeweiligen Knoten an dem die maximale Vergleichsspannung aufgetreten ist.

	$\mu=0$	$\mu=0,1$	$\mu=0,2$	$\mu=0,3$
$z$ von $\sigma_{V,Mises}$	0,16 mm	0,13 mm	0,1 mm	0 mm

Tab. 10.2: Auflistung der auftretenden Werte für die Tiefe der max. Vergleichsspannung

Aus diesen Ergebnissen geht hervor, dass sich mit zunehmendem Reibkoeffizient  $\mu$  der Ort der maximal auftretenden Vergleichsspannung nach von Mises in Richtung der Oberfläche ( $z = 0$ ) bewegt. Grund hierfür ist die zusätzlich an der Oberfläche wirkende Schubspannung, die durch die Reibung zwischen den Zahnflanken entsteht und mit größer werdenden  $\mu$  zunimmt, sodass schließlich bei einem Reibwert von  $\mu=0,3$  (entspricht Stahl auf Stahl) die maximale Vergleichsspannung nach von Mises nur noch auf der Oberfläche auftritt. Diese Tatsache hat einen signifikanten Einfluss auf den Schadensmechanismus der Zahnflanken. Bei keiner oder nur geringen Reibung und in den Bereichen geringer Relativgeschwindigkeiten tritt ein je nach Belastung (Drehmoment  $M$  und sich daraus ergebende Normalkraft  $F_b$ ) unterschiedliches Maximum der Vergleichsspannung  $\sigma_{V,Mises}$  unter der Oberfläche auf. Hierbei ist die Grübchenbildung der primäre Schadensfall. Mittels einer Einsatzhärtung mit einer minimalen EHT bis zu der Tiefe der maximal auftretenden Vergleichsspannung kann dieser Ermüdungsart entgegengewirkt werden.

Bei einer dazu relativ geringen Belastung und hohen Relativgeschwindigkeit verschiebt sich die maximal auftretende Vergleichsspannung zu oberflächennahen Bereichen. Dies bewirkt eine Verlagerung des vorrangig auftretenden Ermüdungsmechanismus. Anstatt von Grübchenbildung tritt hierbei das Fressen der Zahnflanken in den Vordergrund. Dabei ist eine hohe Randhärte an der Oberfläche von Nöten, die beispielsweise durch Nitrieren erreicht werden kann. Vergleichsversuche an Zweischeibenprüfständen die den Kontakt zwischen zwei Zahnflanken im Modell nachbilden wurden diesbezüglich bereits durchgeführt und bestätigen diese Ergebnisse durch den Versuch. [39], [40]

## 10.5. Simulation des Ersatzmodells für die Kontaktbeanspruchung im Wälzpunkt

### 10.5.1. Allgemein

In Abschnitt 10.2.2.2 wurde die Hertz'sche Pressung mit Hilfe des Ersatzmodells für die Kontaktbeanspruchung bereits analytisch ermittelt. Um eine Vergleichbarkeit, der mit der Theorie nach Hertz errechneten Ergebnisse und durch die Abwälzsimulation für Ritzel und Rad simulierten Kontaktspannungen im Wälzpunkt, zu erhalten wurde dieses Modell mit der gleichen Geometrie, d.h. gleicher Ersatzkrümmungsradius für das Zahnradpaar  $\rho_E$  und gleiche Breite, mittels einer FE Simulation nachgerechnet.

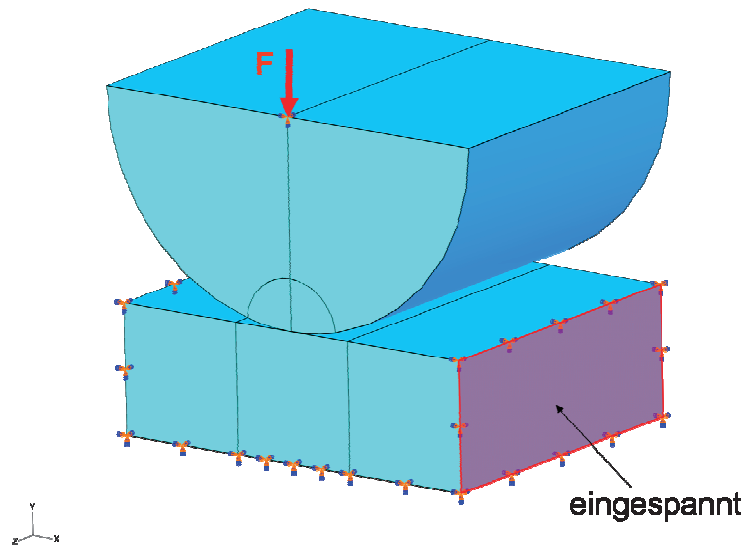
### 10.5.2. Aufbau und Randbedingungen des FE Modells

Angelehnt an das in Abb. 10.6 abgebildete Ersatzmodell "Walze auf Ebene" für ein Zahnradpaar wurde das FE Modell konzipiert. Hierbei wurde nur der halbe Ersatzzylinder modelliert um Knoten bzw. Elemente einzusparen. Im Bereich der Kontaktzone wurden Partitionen erstellt um hier eine genau definierte Vernetzung verwirklichen zu können.

Die Materialdefinition der beiden Körper entspricht denen der Zahnräder und wurde bereits in Kapitel 7.3.2. näher beschrieben. Für die Kontaktbedingungen zwischen den Zahnflanken des Ritzels und des Rades gilt dasselbe *Master-Slave*-Verfahren wie in 7.3.3. bereits behandelt wurde.



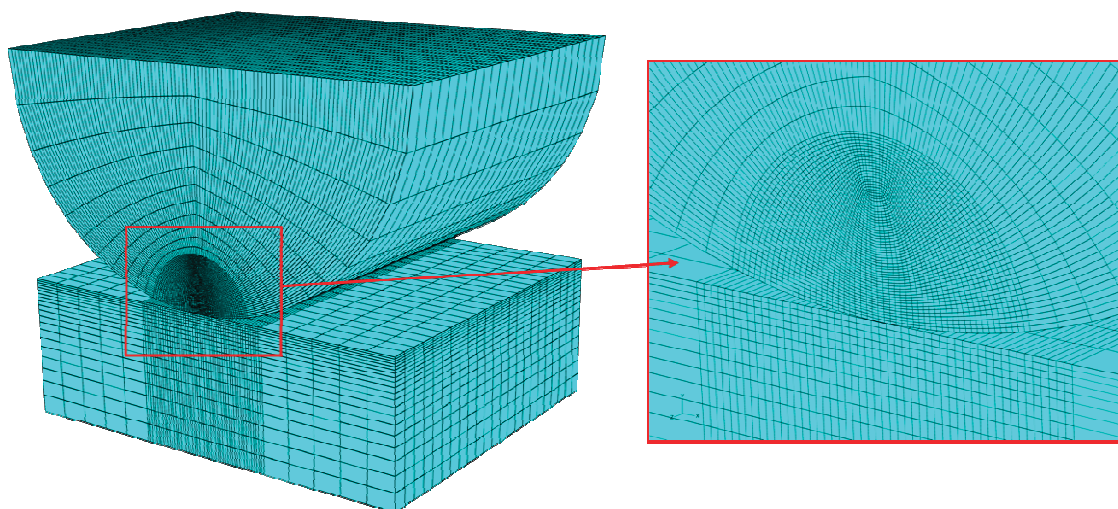
Um eine Verschiebung der Ebene zu unterbinden ist diese an der unteren und an den beiden seitlichen Flächen eingespannt. Die Kraftaufbringung erfolgt über einen *Reference Point* an der oberen Fläche des Halbzylinders. (Abb. 10.21)



**Abb. 10.21:** Einspannung und Kraftaufbringung beim FE Ersatzmodell der Kontaktbeanspruchung

### 10.5.3. Vernetzen des FE Modells

Eine Partitionierung im Bereich der Kontaktzone ermöglicht eine genau definierte Vernetzung in diesem Bereich. Hierbei wurde ein Netz mit der gleichen Elementgröße wie bei der Abwälzsimulation gewählt um vergleichbare Spannungsergebnisse zu erzielen. (Abb. 10.22)

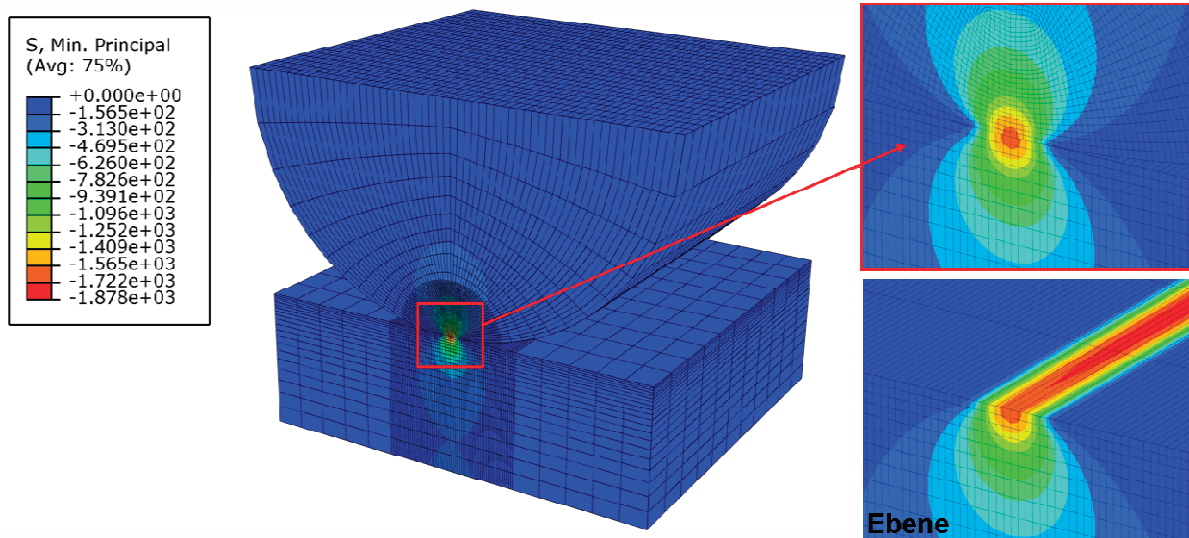


**Abb. 10.22:** Vernetztes FE Ersatzmodell für die Kontaktbeanspruchung

## 10.5.4. Auswertung der numerischen Simulation des Ersatzmodells

### 10.5.4.1. Ergebnisse der auftretenden Pressung

Für die Simulation wurde eine Belastung, die im FZG Versuch gefahren wurde aufgebracht. Dies entspricht hier der Kraftstufe 10 nach Norm mit einer Normalkraft von  $F_b=11029$  N. In Abb. 10.23 ist das FE Ergebnis des Kontaktmodells mit der minimalen Hauptnormalspannung  $S_{\min}$  bei einem Reibwert von  $\mu=0$  dargestellt.

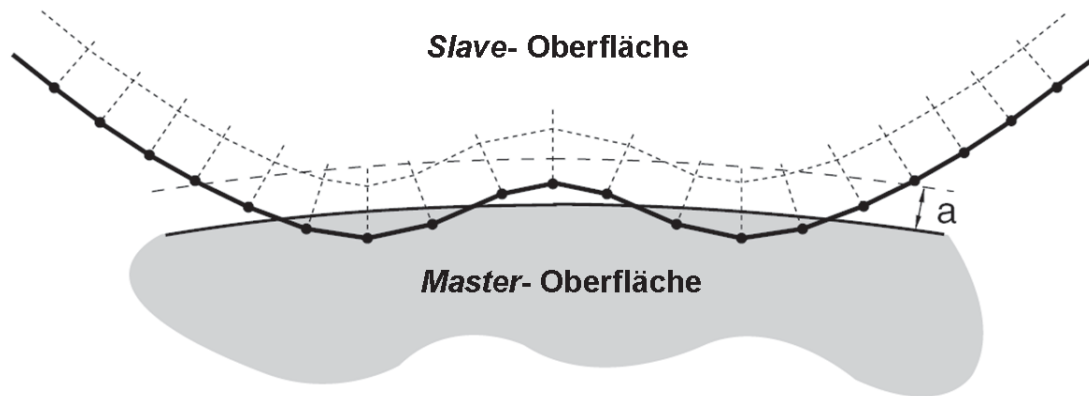


**Abb. 10.23:** FE Ergebnis der minimalen Hauptnormalspannung  $S_{\min}$  für das Ersatzmodell bei einem Reibwert von  $\mu=0$

In diesem Ergebnis zeigt sich ein Spannungsverlauf, wie der in der Abwälzsimulation, mit den höchsten Werten im Bereich der halben Zahnbreite, da hier im Gegensatz zu den äußeren Stirnflächen, in der Mitte des Modells Verformungen behindert werden. Der maximale Spannungswert beträgt  $S_{\min} = 1878$  N/mm<sup>2</sup> und ist in dem Knoten der in exakt der halben Zahnradbreite liegt, zu finden. Ein Vergleich der Ergebnisse aus der Abwälzsimulation mit dem des Ersatzmodells zeigt eine gute Übereinstimmung in Bezug auf die Höhe der auftretenden Spannungen mit einer Differenz von nur 2 % als auch in der Ausbildung der Spannungsverteilung über die Breite. Wichtig dabei ist, dass man die gleiche Netzfeinheit bei beiden FE Modellen verwendet, da sich ansonst leicht eine Differenz zwischen den beiden Spannungswerten ergeben kann. Zusätzlich wurden Simulationen mit Reibwerten von  $\mu=0,1$  bis  $0,3$  durchgeführt. Ein signifikanter Einfluss der Reibung konnte hierbei nicht festgestellt werden. Allgemein betrachtet eignet sich ein solches Ersatzmodell gut für die Ermittlung der Kontaktspannungen zwischen zwei Zahnflanken.

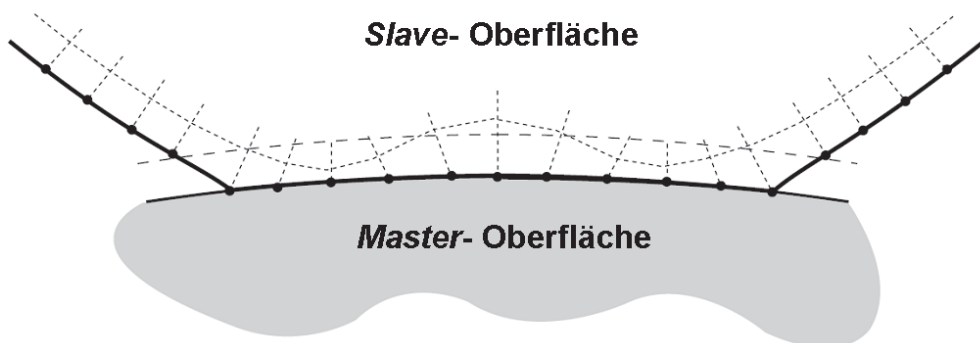
### 10.5.4.2. Einfluss der Kontaktzone in Abaqus 6.8

Bei Abwälzsimulationen, im Speziellen von schräg- oder hypoidverzahnten Zahnrädern, kann die Kontaktzone der sich berührenden Flanken schlecht ausgebildet sein. Im Extremfall tritt nur ein punktueller Kontakt auf, welcher eine falsche Auswertung der Kontaktspannungen zur Folge hat. Dies ist ein numerisches Problem, wobei eine nicht fein genug vernetzte Flanke oder eine falsche Elementwahl der Grund sein kann. Eine Möglichkeit diesem Problem vorzubeugen bietet Abaqus 6.8 mit der Option namens *Surface Adjustment – Specify tolerance for adjustment zone*. Hierbei ist es möglich am Anfang der Berechnung die Knoten der *Slave-Oberfläche* an die *Master-Oberfläche* zu heften. Da es sich lediglich um eine numerische Verschiebung handelt, entstehen keine Dehnungen im Modell.



**Abb. 10.24:** Berührung zweier Flächen in Abaqus 6.8 mit Definition der *adjusting zone* durch den Abstand  $a$  [25]

In Abb. 10.24 ist schematisch die Berührung zweier Flächen in Abaqus 6.8 dargestellt. Durch Definieren einer *adjusting zone* mittels des Abstandes  $a$  werden alle Knoten der *Slave-Oberfläche* die innerhalb von  $a$  liegen an die *Master-Oberfläche* angeheftet. Der sich daraus ergebende Ausgangszustand für die Simulation zeigt Abb. 10.25.



**Abb. 10.25:** Numerisch zusammengeheftete Oberflächen innerhalb der definierten Zone [25]

Aufbauend auf das Kontaktmodell wurde eine Parameterstudie zur Bestimmung des Einflusses der Kontaktzone  $a$  auf die auftretenden minimalen Hauptnormalspannungen  $S_{\min}$  in der Kontaktzone durchgeführt. In Abb. 10.26 sind die FE Ergebnisse der simulierten Fälle mit unterschiedlich großen Kontaktzonen dargestellt.

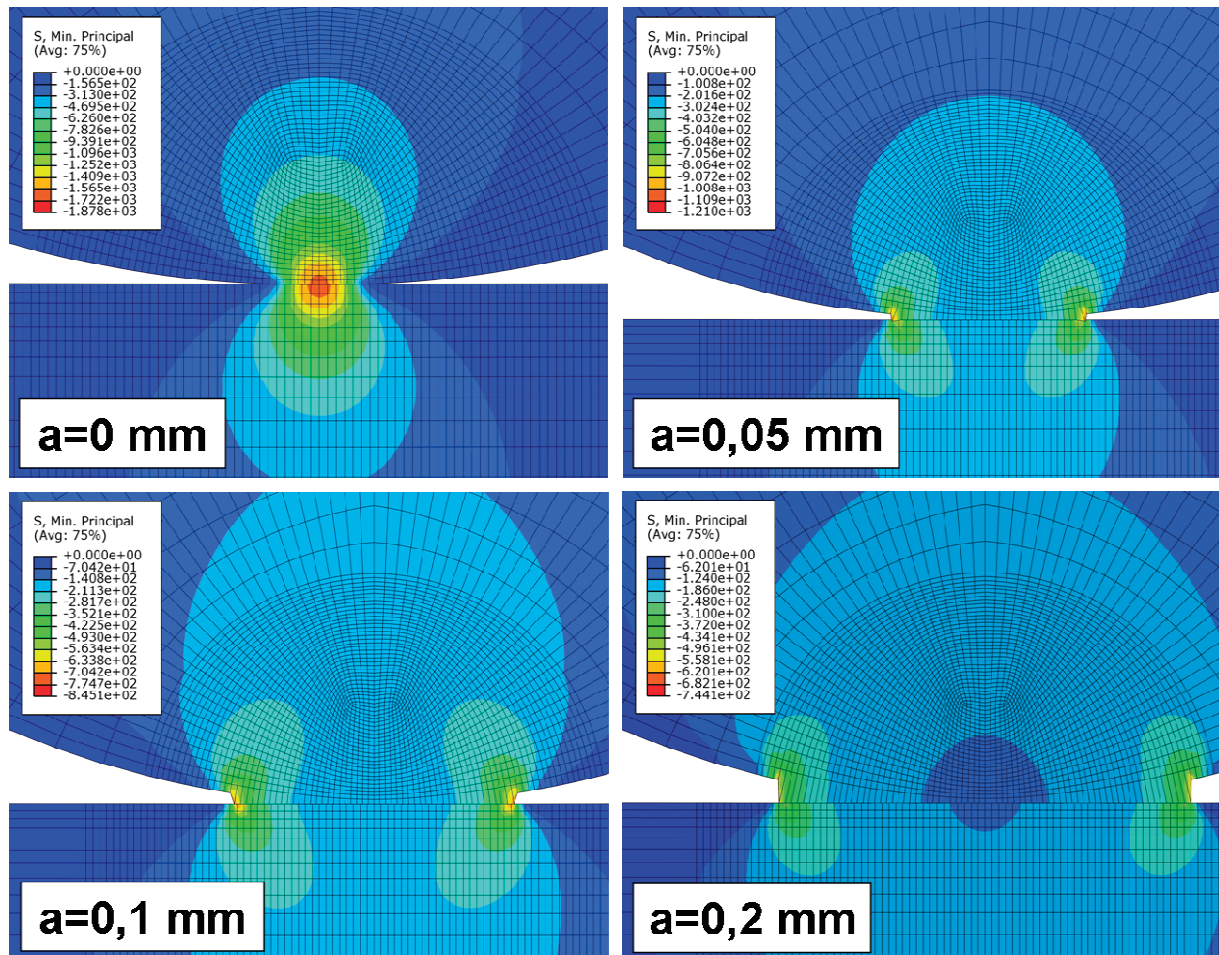


Abb. 10.26: Einfluss der Kontaktzone  $a$  auf die auftretende Spannung  $S_{\min}$

Die Simulationsergebnisse in Tab. 10.3 zeigen, dass eine zunehmend größere Kontaktzone  $a$  eine Verringerung der zwischen den Kontaktflächen auftretenden minimalen Hauptnormalspannung  $S_{\min}$  ergibt. Bereits bei einem geringen Wert von  $a = 0,05$  mm zeigt sich ein Spannungsabfall von  $1878 \text{ N/mm}^2$  auf  $1210 \text{ N/mm}^2$ , welcher einer Reduktion um 36 % entspricht. Interessant ist auch, dass sich bei noch größeren Werten für  $a$  eine Verminderung der Spannung in der Mitte der Kontaktzone ergibt und eine Spannungs-konzentration an den Rändern entsteht.

	$a = 0$ mm	$a = 0,05$ mm	$a = 0,1$ mm	$a = 0,2$ mm
$S_{\min} [\text{N/mm}^2]$	1878	1210	845	744
$\Delta S_{\min}$	-	-35,6 %	-55,0 %	-60,4 %

Tab. 10.3: Auflistung der auftretenden Werte für die min. Hauptnormalspannung  $S_{\min}$

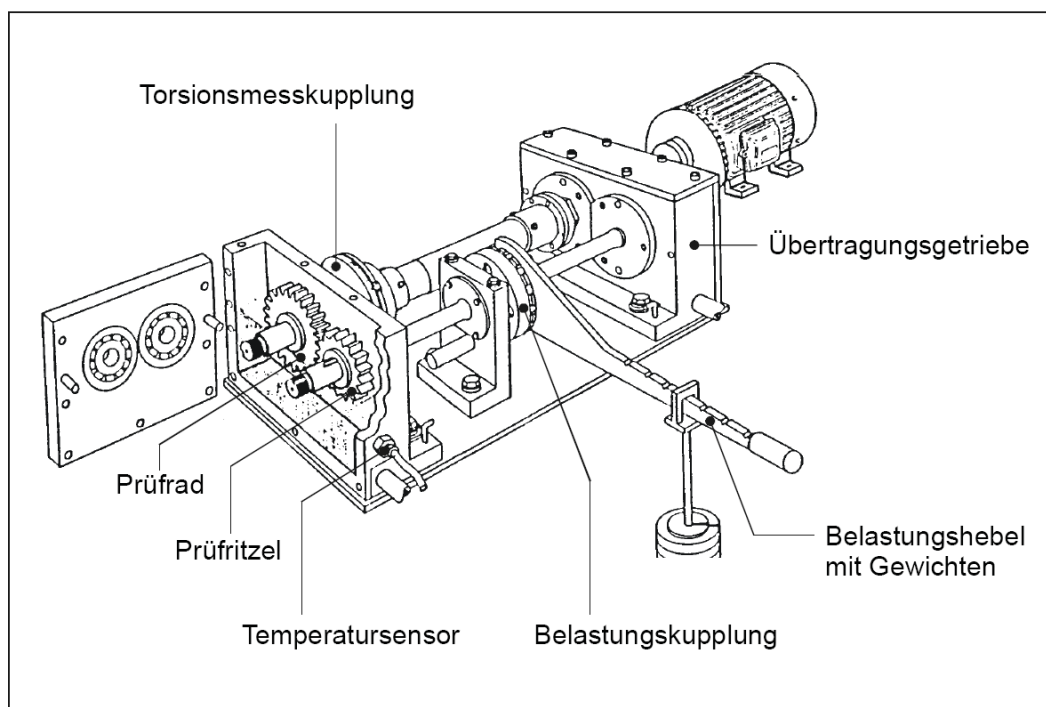
## 10.6. Grübchentragfähigkeitsversuche am FZG-Prüfstand

### 10.6.1. Allgemein

Beim Eingriff zweier Zahnflanken ist der Schmierzustand im Kontaktbereich von großer Bedeutung. Aus vielen Untersuchungen und Messungen ist bekannt, dass hier hydrodynamische Schmierung, Misch- und auch Grenzreibung vorliegen. Die mechanisch-thermische Beanspruchung und die chemische Einwirkung auf die Zahnflanken werden dabei wesentlich durch die Schmierfilmdicke, die Oberflächenstruktur und die chemisch-physikalische Wechselwirkung zwischen Schmierstoff und Werkstoffoberfläche bestimmt. Derartige Effekte sind rechnerisch nur schwer zu erfassen. Eine sehr effiziente Methode zum Prüfen dieser Kriterien ist der Verspannungsprüfstand (FZG Prüfstand). [41]

### 10.6.2. Aufbau des Prüfstandes

In der nachfolgenden Abb. 10.27 ist die Prinzipskizze des FZG-Zahnrad-Verspannungsprüfstandes mit den einzelnen Komponenten, die zu einer Prüfdurchführung notwendig sind, zu sehen.

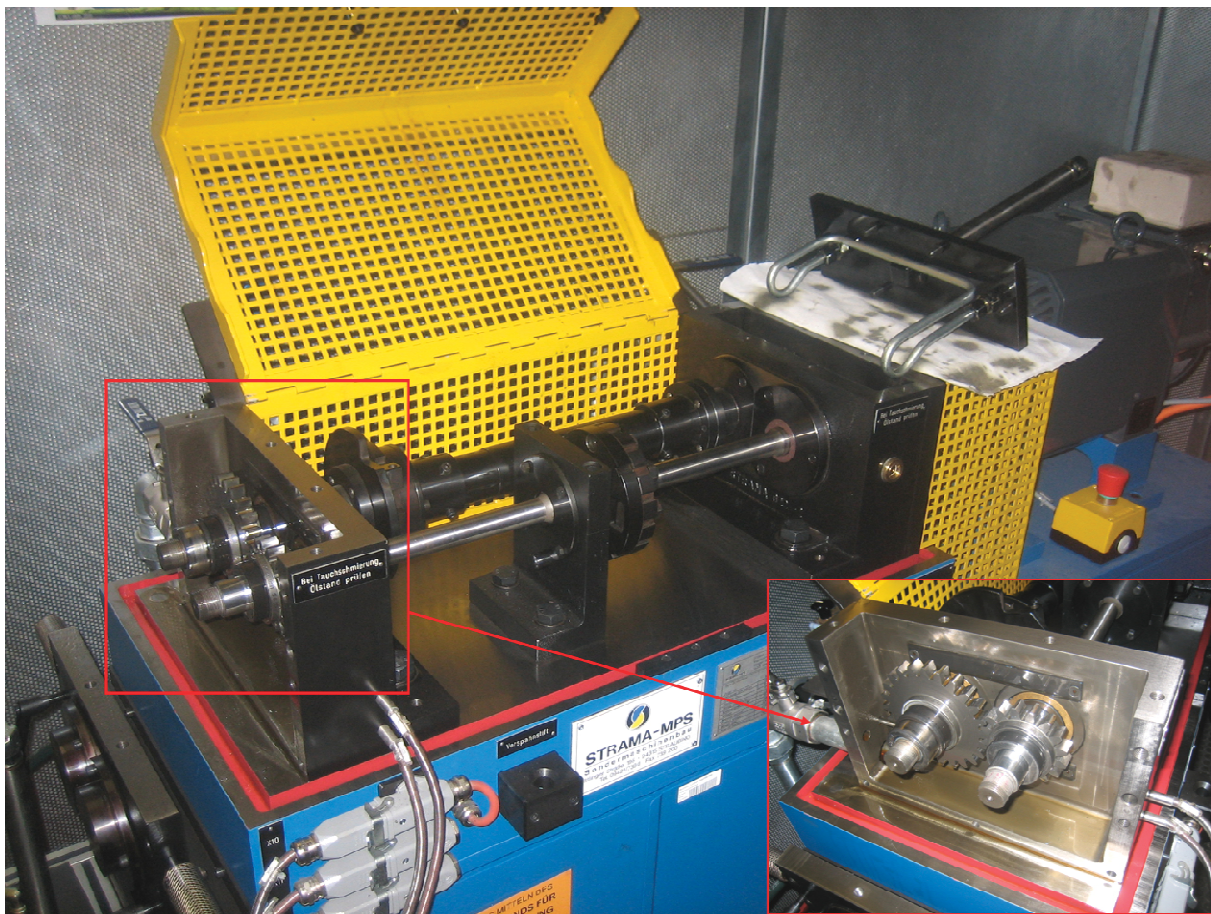


**Abb. 10.27:** FZG-Zahnrad-Verspannungsprüfstand [42]

Der Prüfstand ist eine Prüfmaschine mit Leistungskreislauf, d.h. die Leistung kreist zwischen dem Prüfgetriebe und einem Übertragungsgetriebe mit gleicher Übersetzung. Die beiden Getriebe sind durch zwei Torsionswellen kraftschlüssig miteinander verbunden. Das Moment wird durch eine Belastungskupplung auf einer der Wellen aufgebracht, indem die beiden Kupplungshälften der Belastungskupplung gegeneinander verdreht werden.

Der Antriebsmotor muss bei diesem Konzept nach dem Anfahren nur die Verluste kompensieren, was eine Prüfung mit verhältnismäßig geringem Energiebedarf ermöglicht. Eine Torsionsmesskupplung erlaubt die Überprüfung des aufgebracht Momentes. Die Temperatur des Schmierstoffs wird durch einen Temperatursensor überwacht und durch geregelte Heizelemente konstant gehalten. Ein Zähler überwacht die Anzahl der Lastwechsel.

In der nachfolgenden Abb. 10.28 ist der in dieser Arbeit verwendete FZG-Prüfstand im Labor des Lehrstuhls zu sehen.



**Abb. 10.28:** FZG-Verspannungsprüfstand im Labor des Lehrstuhls

Die zu erwartende Abnutzung auf den Zahnradflanken ist im ersten Stadium Graufleckigkeit. Es handelt sich bei dieser Art von Schaden um mikroskopisch kleine Abplatzungen von der Zahnflankenoberfläche. Die Größe der Abplatzungen ist im Mikrometerbereich anzusiedeln. Graufleckigkeit wird durch oberflächennahe Risse verursacht und weiters von Ermüdungserscheinungen. Im zweiten Stadium treten Grübchen auf der Flanke auf. Diese größeren Abplatzungen sind im Millimeterbereich einzuordnen und treten zu einem geringen Prozentsatz im Gebiet der Graufleckigkeit auf. Die große Anzahl von Mikrorissen macht deren Bildung dort unwahrscheinlich. [43]

### 10.6.3. Ablauf einer Prüfung auf Grübchentragfähigkeit

Das nachfolgend beschriebene Prüfverfahren ist ein nach der FVA – Forschungsvereinigung Antriebstechnik E.V. entwickelter Ablauf für die Bewertung des Einflusses des Schmierstoffes auf die Grübchenlebensdauer einsatzgehärteter Zahnräder im Einstufen- und im Lastkollektivversuch.

Der Standardtest wird im FZG-Verspannungsprüfstand mit Achsabstand 91,5 mm durchgeführt. Für Pittingtestuntersuchungen wird ein schrägverzahntes Übertragungsgetriebe empfohlen (verwendet im Prüfstand des Lehrstuhles). Die Schmierung erfolgt als Tauchschmierung mit geregelter Temperatur (das für die Untersuchungen in dieser Arbeit verwendete Getriebeöl ist ein Castrol SAF-XJ 75W-140). Die Verspannung erfolgt derart, dass das Ritzel das Großrad treibt.

#### Ablauf des Tests:

Einlauf	Dauer: $2h=2,6 \cdot 10^5$ Lastspiele am Ritzel Drehmoment: 135 Nm am Ritzel Drehzahl: $n_1=2250 \text{ min}^{-1}$ Öltemperatur: $60^\circ\text{C}$ Starttemperatur
Prüflauf	Dauer: bis Ausfallkriterium erreicht wird, max. $40 \cdot 10^6$ Lastspiele (300 h) Drehmoment: 372 Nm am Ritzel (10. Kraftstufe) Drehzahl: $n_1=2250 \text{ min}^{-1}$ Öltemperatur: $90^\circ\text{C} \pm 3 \text{ K}$ geregelt Kontrolle: jeweils nach $1,8 \cdot 10^6$ Lastspielen am Ritzel (ca. 14 h)

#### Ausfallkriterium:

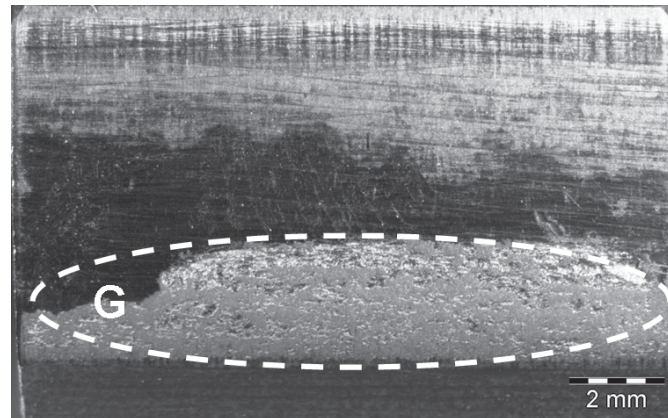
Der Versuch ist beendet, wenn die Grübchenfläche des am meisten geschädigten Zahnes 4 % der Flankenfläche überschreitet. Der Versuch wird abgebrochen, falls durch Grauflecken im Bereich des Eingriffs eine Auskolkung von mehr als  $15 \mu\text{m}$  entsteht. In diesem Falle kann der Versuch nur qualitativ bezüglich der Graufleckentragfähigkeit des Schmierstoffes ausgewertet werden. [41]

Für eine automatische Abschaltung des Prüfstandes bei auftretender Grübchenbildung oder eines Zahnbruches sorgt ein standardmäßig eingebauter Schwingungswächter. Dabei wird der Prüfstand abgeschaltet, wenn ein eingestellter Schwingungswert überschritten wird. Die dafür notwendige Einstellung des Schwingungsschalters muss durch Versuche gefunden werden. [44]

#### 10.6.4. Ergebnisse der Versuche am FZG-Prüfstand

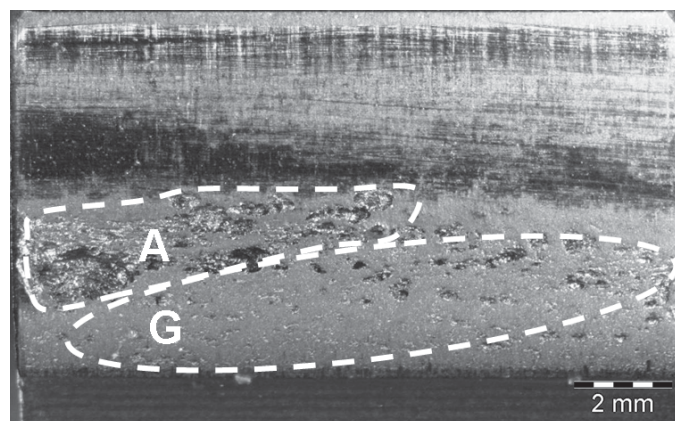
Die hier gezeigten Ergebnisse wurden aus Vorversuchen mit zwei FZG-C Zahnradpaaren aus dem Werkstoff 16MnCr5 einsatzgehärtet mit EHT 0,3 mm erstellt. Ziel dieser Vorversuche war es, Erfahrungen mit dem Prüfstand und den Umgang damit zu sammeln, um für spätere Tests mit den FZG-C Zahnradpaaren aus 20MnCr5 unterschiedlicher Einsatzhärte tiefe vernünftige Resultate zu erzielen. Hierbei wurde je ein Zahnradpaar auf einer Kraftstufe geprüft. In Abb. 10.29 und Abb. 10.30 sind die Ergebnisse dieser Vorversuche zu sehen. Dabei wurde der Versuch so lange fortgeführt bis eine merkliche Grübchenbildung (G) bzw. Abplatzer (A) in Erscheinung traten.

- Kraftstufe 9 mit einem Drehmoment von  $M = 302,0 \text{ Nm}$  und einer Normalkraft von  $F = 8949 \text{ N}$ . Laufzeit: 340 Stunden, das entspricht bei einer Ritzeldrehzahl von  $n_1=2250 \text{ min}^{-1}$  einer Zahl an Umdrehungen von  $N = 45,9 \cdot 10^6$ .



**Abb. 10.29:** Zahnflanke des Ritzels nach 340 Stunden Laufzeit bei Kraftstufe 9

- Kraftstufe 10 mit einem Drehmoment von  $M = 372,6 \text{ Nm}$  und einer Normalkraft von  $F = 11029 \text{ N}$ . Laufzeit: 140 Stunden, das entspricht bei einer Ritzeldrehzahl von  $n_1=2250 \text{ min}^{-1}$  einer Zahl an Umdrehungen von  $N = 18,9 \cdot 10^6$ .



**Abb. 10.30:** Zahnflanke des Ritzels nach 140 Stunden Laufzeit bei Kraftstufe 10



## 11. Optimierung der Tragfähigkeit durch Variation der Profilverchiebung bei Ritzel und Rad

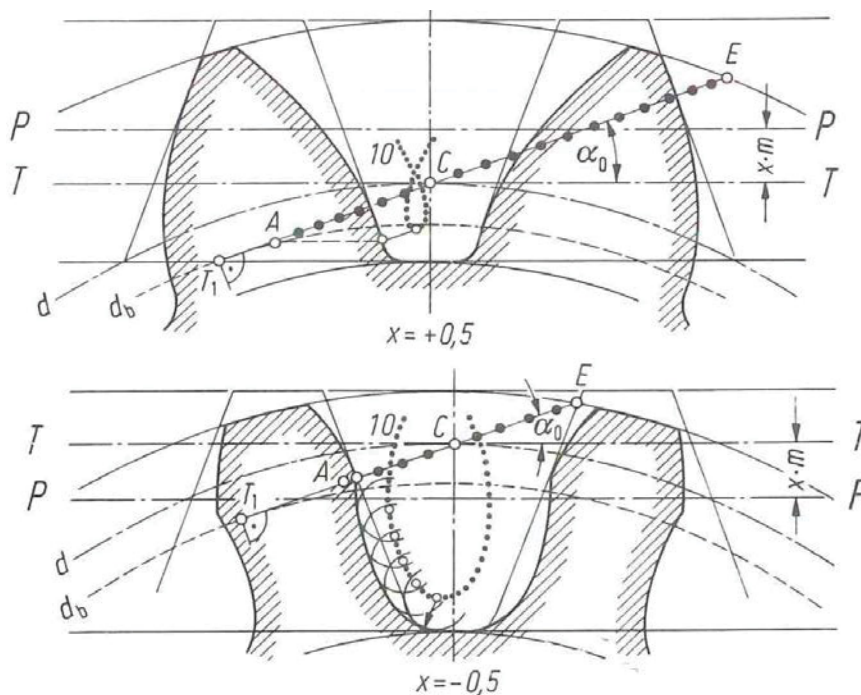
Durch den FZG Prüfstand ist ein Achsabstand  $a = 91,5$  mm vorgegeben. Der Achsabstand ohne Profilverchiebung  $a_d$  der FZG-C Verzahnung beträgt:

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m}{2} \cdot (z_1 + z_2) = \frac{4,5}{2} \cdot (16 + 24) = 90 \text{ mm}$$

Die Differenz zwischen  $a$  und  $a_d$  muss durch eine Profilverchiebung ausgeglichen werden. Die Summe der Profilverchiebungen des Ritzels  $x_1$  und des Rades  $x_2$  kann man über den Betriebseingriffswinkel  $\alpha_w$  (siehe Glg. (10.5)) mit Hilfe der Glg. (11.1) berechnen. [2]

$$\text{inv}(\alpha_w) = \text{inv}(\alpha) + 2 \cdot \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \cdot \tan(\alpha) \quad \text{Glg. (11.1)}$$

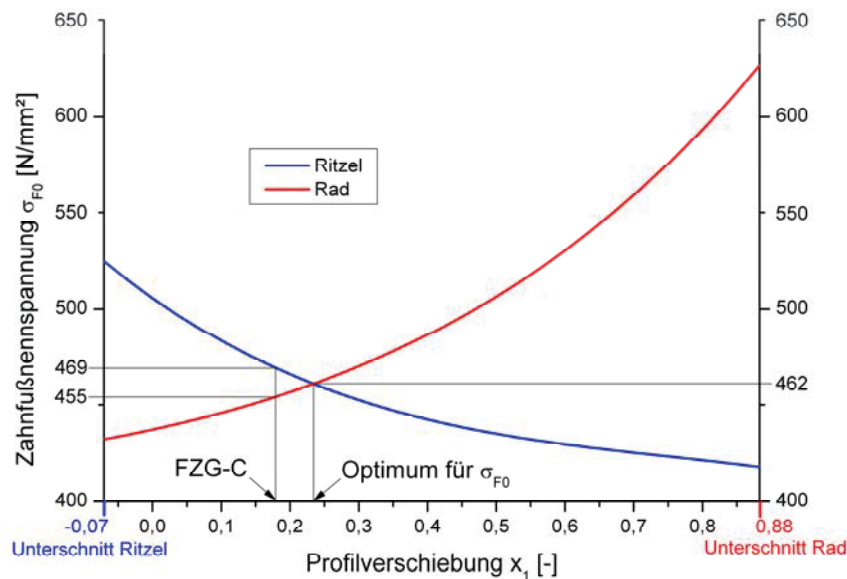
Aus der obigen Gleichung folgt, dass für den FZG Prüfstand und der FZG-C Verzahnung eine Profilverchiebung von  $(x_1 + x_2) = 0,3534$  nötig ist. Diese kann nun beliebig auf das Ritzel  $x_1$  und Rad  $x_2$  aufgeteilt werden, wobei verschiedene Zahnformen entstehen. In Abb. 11.1 sind zwei Fälle, oben mit positiver ( $x = +0,5$  resultiert eine höhere Zahndicke) und unten mit negativer Profilverchiebung ( $x = -0,5$  resultiert eine geringere Zahndicke), dargestellt.



**Abb. 11.1:** Einfluss der Profilverchiebung  $x$  mit PP Profilmittelinne des Werkzeugs; TT Wälzlinie des Werkzeugs; 10° Schleifenevolvente (Trochoide) [16]

## 11.1. Optimierung der Zahnfußtragfähigkeit

Je nachdem wie man die Summe der Profilverschiebungen  $(x_1+x_2) = 0,3534$  auf das Ritzel  $x_1$  und Rad  $x_2$  aufteilt ergeben sich unterschiedliche Zahnfußnennspannungen  $\sigma_{F0}$ . Abb. 11.2 zeigt den Verlauf der Zahnfußnennspannungen des Ritzels und des Rades über die variable Profilverschiebung  $x_1$  (mit  $x_2=0,3534-x_1$ ). Die Grenzen hierbei sind durch den auftretenden Unterschnitt von Ritzel und Rad, der zu einer zu geringen Zahndicken führt, gegeben.



**Abb. 11.2:** Einfluss der Profilverschiebung auf die auftretenden Zahnfußspannungen

Aus Abb. 11.2 ist ersichtlich, dass sich bei einer gewissen Profilverschiebung von  $x_1 = 0,24$  (mit entsprechendem  $x_2 = 0,3534 - 0,24 = 0,1134$ ) eine gleiche Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0}$  von Ritzel und Rad ergibt. Dieser Punkt stellt gewissermaßen ein Optimum dar, da sich im Betrieb nach einer bestimmten Einsatzdauer die in etwa gleiche Schädigung und somit schlussendlich auch die gleiche Lebensdauer hinsichtlich der Zahnfußtragfähigkeit ergibt. Eine Empfehlung für die Aufteilung der Profilverschiebung für eine etwa gleiche Zahnfußspannung ist nach Richter [45] durch Glg. (11.2) beschrieben.

$$x_1 \approx \frac{x_1 + x_2}{i + 1} + 0,5 \cdot \frac{i - 1}{i + 1} \quad \text{Glg. (11.2)}$$

Dabei ergibt sich ein Wert von  $x_1 = 0,2414$  der eine sehr gute Übereinstimmung mit dem zuvor berechneten Optimum liefert. Die FZG-C Verzahnung weicht diesbezüglich beabsichtigt ein wenig von der optimalen Profilverschiebung ab, da sich bei diese Werten eine höhere Neigung zur Grübchenbildung und somit bessere Bedingungen für den FZG-Versuch hinsichtlich der Zahnflankentragfähigkeit ergeben.

## 11.2. Optimierung der Zahnflankenpressung

Im gleichen Sinne wie bei der Zahnfußspannung kann man die Veränderung der Hertz'schen Pressung  $p_{\max}$  an den Zahnflanken durch eine variable Profilverschiebung  $x_1$  (bei konstanter Summe  $x_1+x_2 = 0,3534$ ) ermitteln. Dabei verändert sich nicht der Verlauf der Pressung über die Eingriffsgerade (die Pressung ist nur von  $\Sigma x$  abhängig), wohl aber markant der Beginn des Eingriffs im Punkt A (bzw. der Abstand  $T_1A$ , siehe Glg. (11.3)) und in geringem Maße der Anfang B und das Ende D des Einzeleingriffs, das gesamte Ende des Eingriffs im Punkt E (bzw. der Abstand  $T_2E$ ) und die Länge der Eingriffstrecke  $g_\alpha$  (bzw. der Abstand AE) durch die veränderlichen geometrischen Bedingungen. Zusätzlich resultiert daraus eine leichte Veränderung der Profilüberdeckung  $\epsilon_\alpha$ , das heißt mit zunehmender Profilverschiebung  $x_1$  reduziert sich die Länge des Doppelengriffes (Abstand BD) während der Eingriffstrecke  $g_\alpha$ .

$$\begin{aligned}
 T_1A &= T_1T_2 - T_2A = a \cdot \sin(\alpha_w) - \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} \cdot 0,5 = \\
 &= a \cdot \sin(\alpha_w) - \sqrt{\{m \cdot [z_2 + 2 \cdot (\sum x - x_1 + 1)]\}^2 - \{m \cdot z_2 \cdot \cos(\alpha_w)\}^2} \cdot 0,5
 \end{aligned}
 \tag{11.3}$$

Der Ort des Wälzpunktes C bleibt trotz variabler Profilverschiebung  $x_1$  konstant. In Abb. 11.3 ist der Verlauf der Hertz'schen Pressung entlang der Eingriffsgeraden bei veränderliche Profilverschiebung  $x_1$  dargestellt.

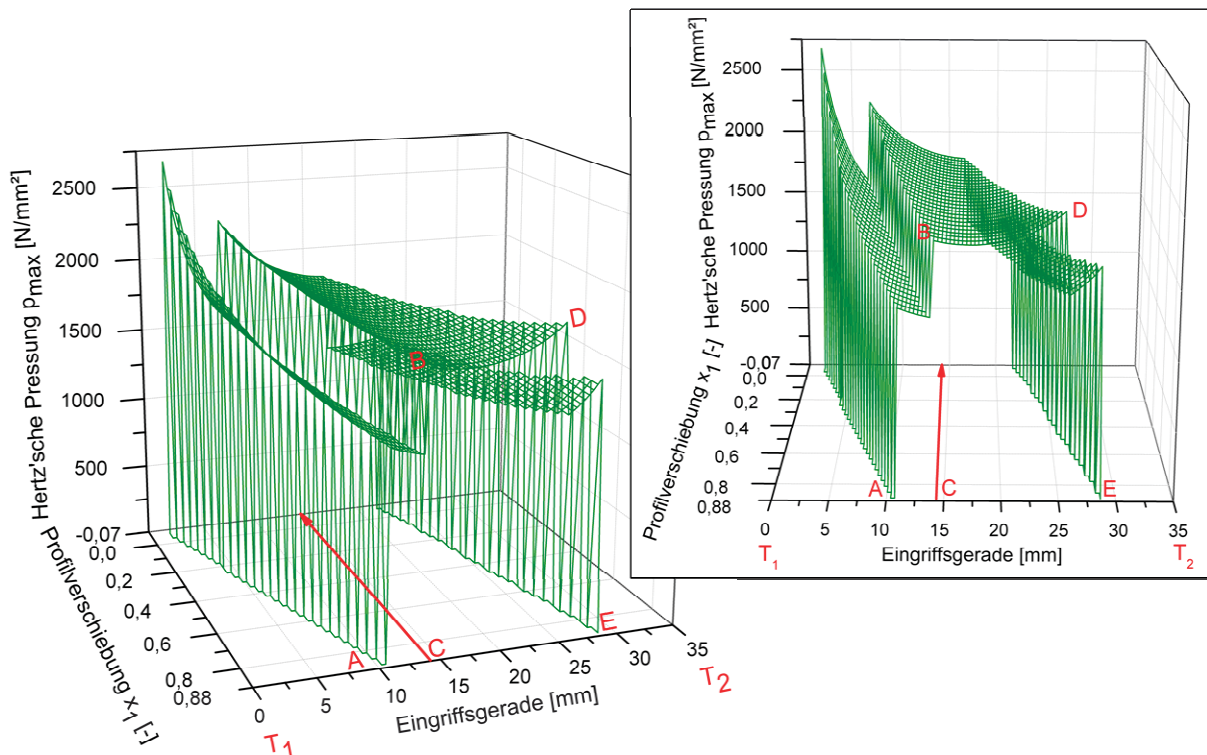
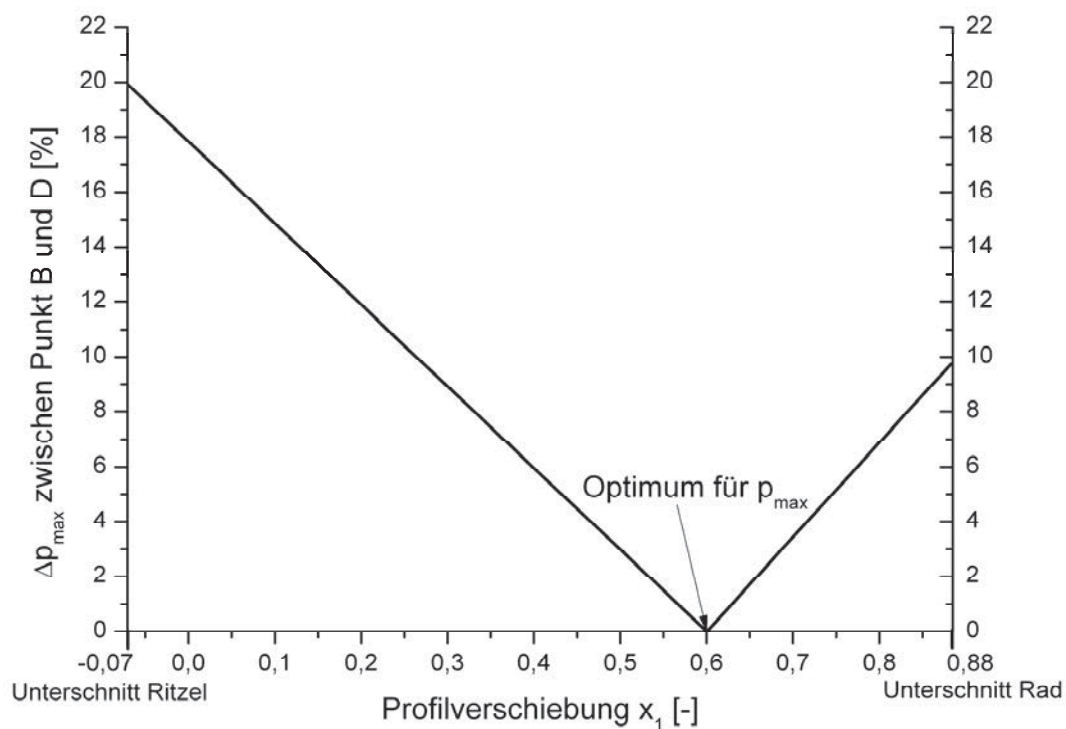


Abb. 11.3: Einfluss der Profilverschiebung auf die auftretende Hertz'sche Pressung

Bei einer kleinen bzw. negativen Profilverschiebung  $x_1$  am Ritzel verschiebt sich der Eingriffsbeginn A in Richtung  $T_1$ , daraus folgt ein Start der Eingriffsstrecke  $g_\alpha$  im Bereich kleinerer Ersatzkrümmungsradien  $\rho_E$ , das eine verhältnismäßig hohe Pressung in diesem Punkt zur Folge hat. Mit zunehmenden  $x_1$  vergrößert sich der Abstand vom Punkt A zu  $T_1$  und der Ersatzkrümmungsradien  $\rho_E$  steigt im Punkt B, das heißt die Pressung sinkt. Im Gegenzug fällt der Ersatzkrümmungsradius  $\rho_E$  im Punkt D wodurch hier die Pressung wiederum steigt.

Eine optimale Beanspruchung der Zahnflanken wäre bei einer Profilverschiebung  $x_1$  bei der in den Punkten der hohen Flächenpressung, sprich im Start des Einzeleingriffs im Punkt B und im Ende des Einzeleingriffs im Punkt D, annähernd gleich hohe Werte für  $p_{\max}$  auftreten. Durch diese Maßnahme würden sich im Laufe der Betriebszeit eine gleiche Schädigung der Zahnflanken und somit letztlich auch eine gleiche Lebensdauer hinsichtlich der Zahnflankenbeanspruchung ergeben. In Abb. 11.4 ist die Differenz der Hertz'schen Pressung zwischen dem Punkt A und B über die Profilverschiebung  $x_1$  aufgetragen.

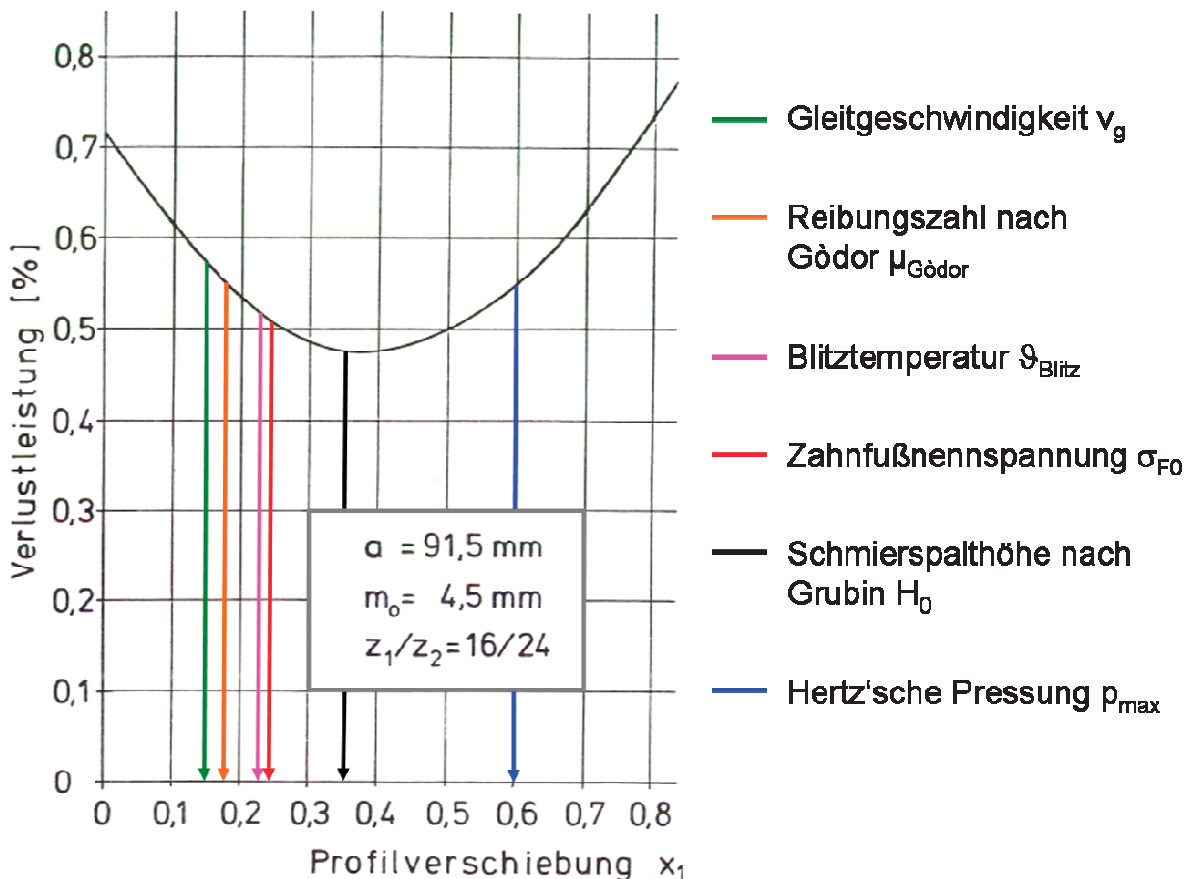


**Abb. 11.4:** Differenz der Hertz'schen Pressung  $p_{\max}$  zwischen dem Beginn (B) und dem Ende (D) des Einzeleingriffsgebietes bei variabler Profilverschiebung  $x_1$

Hierbei ist ersichtlich, dass ein solches Optimum bei einer Profilverschiebung von  $x_1 = 0,6$  zu verzeichnen ist. Die Differenz der Pressung zwischen B und D liegt hier bei nahezu 0 %.

### 11.3. Gegenüberstellung der Optimierungsvarianten

In dieser Arbeit wurde die Optimierung auf Festigkeitsbasis durchgeführt. Zeitgleich wurden am Lehrstuhl von Hölbfer [46] Untersuchungen hinsichtlich der Wirkungsgradoptimierung durchgeführt. Alle diesbezüglich gefundenen Ergebnisse sind in Abb. 11.5 dargestellt. Der Verlauf der Kurve gibt die durch vorherige Untersuchungen ermittelte Verlustleistung über der Profilverschiebung  $x_1$  des Ritzels für die FZG-C Verzahnung an. [47]



**Abb. 11.5:** Abhängigkeit der Verlustleistung von der Profilverschiebung  $x_1$  des Ritzels mit den verschiedenen Optimierungsvarianten [47]

Der Vergleich der Verzahnungsvarianten mit unterschiedlichen Optimierungsfunktionen zeigt ein deutliches Streuband zwischen den auftretenden Verlustleistungen. Eine Optimierung auf Zahnfußfestigkeit verursacht einen Leistungsverlust von etwa 0,5 %. Das Optimum der Hertz'schen Pressung zwischen den Zahnflanken ist bei einem noch höheren Leistungsverlust von etwa 0,55 % zu finden. Zusammenfassend ist ersichtlich, dass eine Optimierung zur Tragfähigkeitserhöhung eine Steigerung der Verlustleistung und folglich eine Herabsenkung des Wirkungsgrades der Verzahnung mit sich ziehen. Bei der Auslegung muss je nach Anwendungsfall ein Kompromiss zwischen Tragfähigkeits- und Wirkungsgradoptimierung eingegangen werden um ein bestmögliches Ergebnis zu erhalten.

## 12. Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Ergebnisse der einzelnen Abschnitte zusammengefasst dargestellt und miteinander verglichen. Eine detaillierte Beschreibung der Resultate ist den jeweiligen Kapiteln zu entnehmen.

### 12.1. Einfluss der Einsatzhärtetiefe auf die Zahnfußtragfähigkeit

#### 12.1.1. Ergebnisse der Zahnfußprüfungen

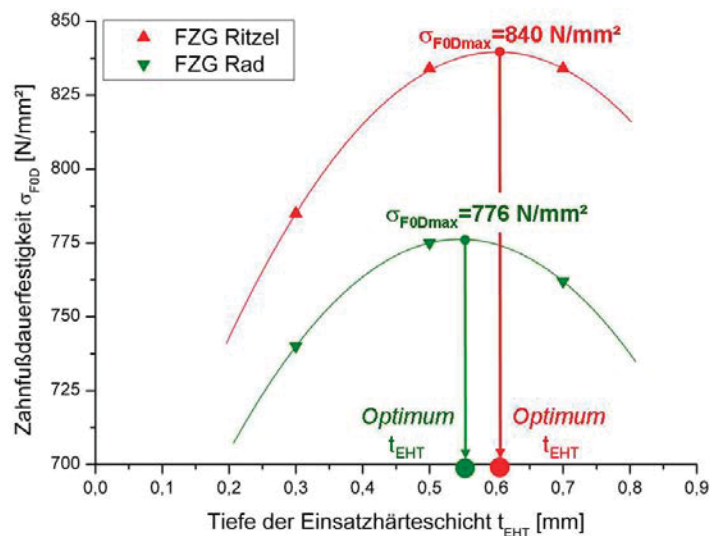
In der nachfolgenden Tab. 12.1 ist eine Gegenüberstellung der analytisch und numerisch berechneten Zahnfußnennspannungen dargestellt. Die Differenz  $\Delta\sigma_{F0}$  der Ergebnisse bezieht sich auf die analytisch ermittelten Zahnfußnennspannung nach DIN 3990 Teil 3 Methode B.

$F_b = 10 \text{ kN}$	$\sigma_{F0}$ durch DIN 3990 Teil 3 (B)	$\sigma_{F0}$ durch FE Simulation
Ritzel	469,3 N/mm <sup>2</sup>	458,0 N/mm <sup>2</sup>
$\Delta\sigma_{F0}$	-	-3 %
Rad	453,4 N/mm <sup>2</sup>	440,1 N/mm <sup>2</sup>
$\Delta\sigma_{F0}$	-	-3 %

**Tab. 12.1:** Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Zahnfußnennspannungen  $\sigma_{F0}$

Der Vergleich der Ergebnisse zeigt eine gute Übereinstimmung mit einer geringen Abweichung von etwa -3 %. Die nach der Norm berechneten Ergebnisse liegen wie erwartet auf der konservativ sicheren Seite.

Die Verläufe der durch die Zahnfußtragfähigkeitsversuche am Resonanzprüfstand erhaltenen Zahnfußdauerfestigkeiten  $\sigma_{F0D}$  über die Tiefe der Einsatzhärteschicht  $t_{EHT}$  sind in Abb. 12.1 dargestellt.



**Abb. 12.1:** Ergebnisse der Zahnfußdauerfestigkeiten für das FZG-C Ritzel und Rad

Ein Einfluss der Einsatzhärtetiefe auf die sich ergebende Zahnfußdauerfestigkeit ist klar ersichtlich. Aufgrund der unterschiedlichen Geometrie und der sich daraus ergebenden Spannungsverteilungen im Zahnfuß, liegen die Werte für das Ritzel etwas höher als die des Rades. In Tab. 12.2 ist eine Gegenüberstellung zwischen der nach Norm DIN 3990 Teil 3 Methode B [19] berechneten Zahnfußtragfähigkeit zu den aus den Versuchen erhaltenen Werten ersichtlich. Die Differenz  $\Delta\sigma_{F0D}$  bezieht sich auf die nach Norm berechneten Werte.

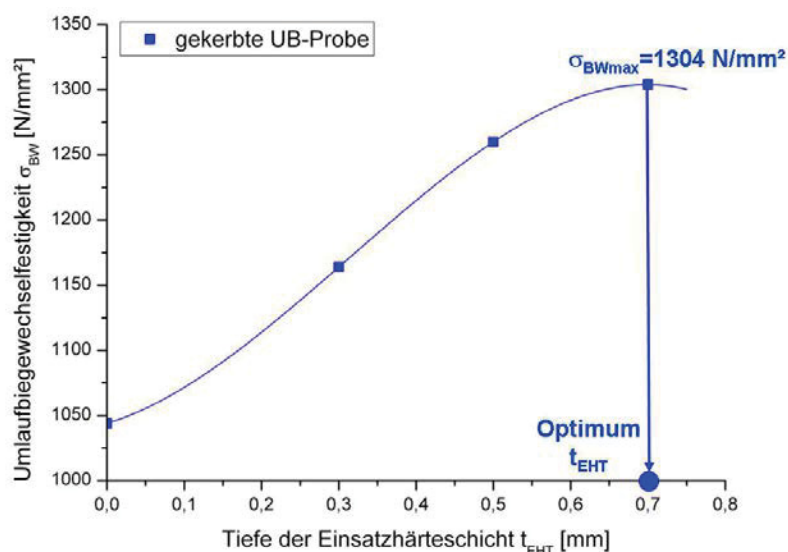
$\sigma_{F0D}$	DIN 3990 Teil 3 (B)	EHT 0,3 mm	EHT 0,5 mm	EHT 0,7 mm
Ritzel	810 N/mm <sup>2</sup>	785 N/mm <sup>2</sup>	834 N/mm <sup>2</sup>	834 N/mm <sup>2</sup>
$\Delta\sigma_{F0D}$	-	-3 %	+3 %	+3 %
Rad	837 N/mm <sup>2</sup>	740 N/mm <sup>2</sup>	775 N/mm <sup>2</sup>	762 N/mm <sup>2</sup>
$\Delta\sigma_{F0D}$	-	-12 %	-10 %	-9 %

**Tab. 12.2:** Vergleich der Zahnfußtragfähigkeiten  $\sigma_{F0D}$  nach Norm und aus dem Versuch

Der Vergleich der Ergebnisse zeigt eine gute Übereinstimmung für das Ritzel mit der größten Abweichung des experimentellen Versuches bei einer EHT 0,3 mm von -3 %. Für das FZG-C Rad ergeben sich höhere Abweichungen von bis zu -12 % bei derselben EHT. Zu beachten ist hierbei, dass bei der Berechnung nach Norm keine Sicherheit mit berücksichtigt wurde. Die üblichen Werte für  $S_{Fmin}$  liegen um 1,4.

### 12.1.2. Ergebnisse der Umlaufbiegeprüfungen

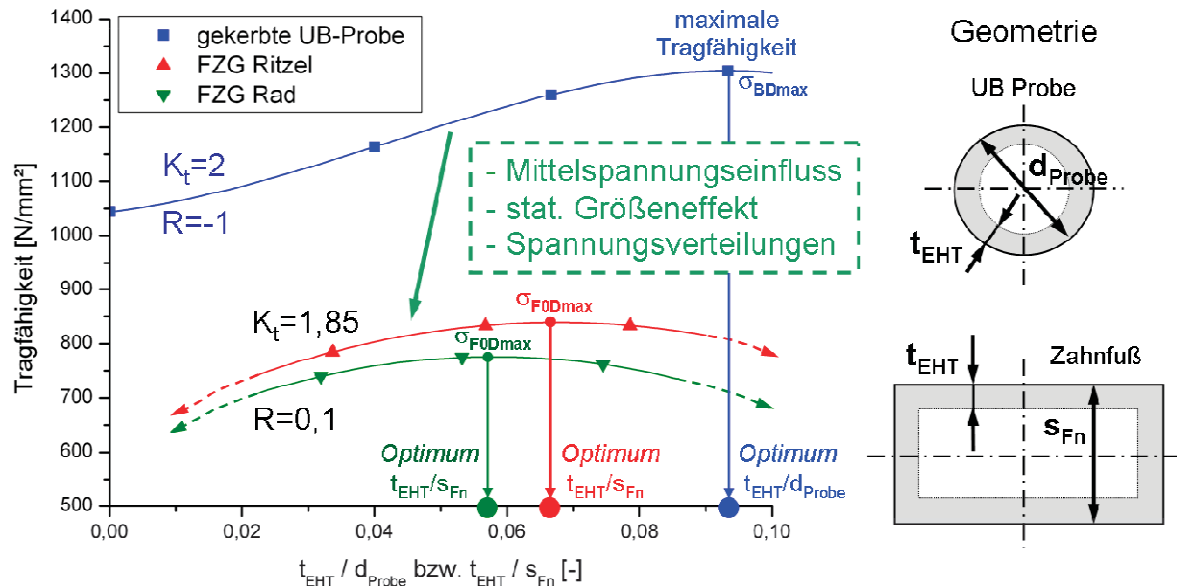
In Abb. 12.2 sind die Ergebnisse der Umlaufbiegeversuche in Abhängigkeit der Tiefe der Einsatzhärteschicht  $t_{EHT}$  dargestellt. Eine Steigerung von +25 % vom vergüteten Zustand bis zu einer EHT von 0,7 mm bei der das Optimum mit der maximalen Umlaufbiegewechselfestigkeit auftritt ist zu erkennen.



**Abb. 12.2:** Ergebnisse der Umlaufbiegeversuche der gekerbten Probe

### 12.1.3. Vergleich der Zahnfuß- und Umlaufbiegeprüfungen

In Abb. 12.3 ist eine Gegenüberstellung der Ergebnisse der durchgeführten Zahnfußprüfungen und Umlaufbiegeversuchen dargestellt. Um eine Vergleichbarkeit der Resultate zu erreichen, wurde die Tiefe der Einsatzhärteschicht  $t_{EHT}$  bei der Umlaufbiegeprobe auf den Durchmesser im Kerbgrund  $d_{Probe}$  und bei den Zahnradern auf die Zahnfußdickensehne  $s_{Fn}$  bezogen.



**Abb. 12.3:** Vergleich der Versuchsergebnisse mit Definition der geometrischen Bedingungen

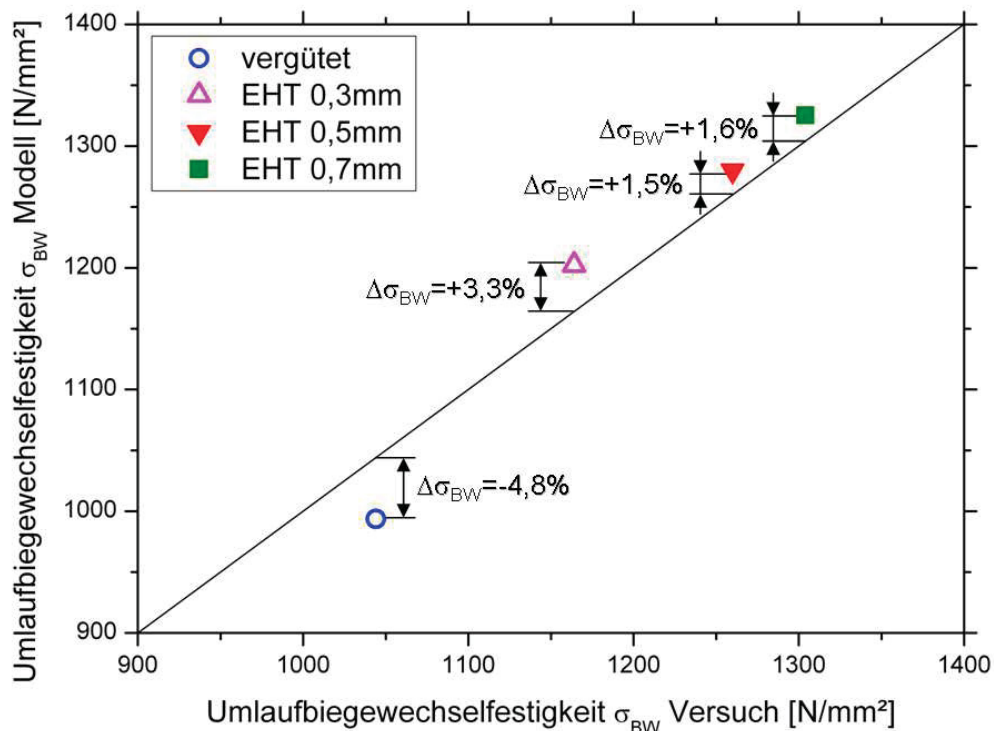
Basierend auf diesem Ergebnis kann gesagt werden, dass die Einsatzhärte tiefe einen signifikanten Einfluss auf die Zahnfußtragfähigkeit besitzt. Die Aufkohlungszeit im Ofen beeinflusst den Härte- und Eigenspannungsverlauf der Randschicht und weiters auch die Lebensdauer des Bauteils. Die optimale Einsatzhärte tiefe tritt bei der maximalen Tragfähigkeit auf, wobei die kürzeste Zeit für den Aufkohlungsprozess erreicht wird. Aus dem Vergleich der Versuche kann folgendes Resümee gezogen werden:

- Das Optimum der Zahnfußprüfungen liegt bei dem Ritzel bei einem Verhältnis von  $t_{EHT}/s_{Fn} = 0,067$ , das einer EHT von ungefähr 0,6 mm entspricht und für das Rad bei einem Verhältnis von  $t_{EHT}/s_{Fn} = 0,058$ , das einer EHT von ungefähr 0,55 mm gleicht.
- Die Umlaufbiegeversuche zeigen ein höheres Tragfähigkeitsniveau mit dem Optimum bei einem Verhältnis von  $t_{EHT}/d_{Probe} = 0,093$ , das einer EHT von 0,7mm entspricht. Der Unterschied zu den Zahnfußprüfungen kann durch den Einfluss der Mittelspannung, den statistischen Größeneffekt und den unterschiedlichen Spannungsverteilungen mit den daraus verschiedenen relativen Spannungsgradienten erklärt werden.



#### 12.1.4. Ergebnisse des Berechnungsmodells für einsatzgehärtete Randschichten

Das in dieser Arbeit vorgestellte Konzept zur Berechnung der Tragfähigkeit einsatzgehärteter Randschichten wird auf die gekerbte Umlaufbiegeprobe angewandt. Anschließend werden die Versuchsergebnisse mit den nach dem Modell ermittelten Werten verglichen. Eine Gegenüberstellung der Umlaufbiegewechselfestigigkeiten  $\sigma_{BW}$  von Modell und Versuch ist in Abb. 12.4 dargestellt. Die 45° Gerade stellt eine exakte Übereinstimmung mit keiner Abweichung der Ergebnisse dar. Die Differenzen  $\Delta\sigma_{BW}$  sind auf die Werte des Modells bezogen.



**Abb. 12.4:** Vergleich der Umlaufbiegewechselfestigigkeiten  $\sigma_{BW}$  von Modell und Versuch

Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse aus dem Berechnungsmodell mit den Werten aus den Umlaufbiegeversuchen. Die größte Abweichung liegt bei den vergüteten Proben mit einer vom Modell um  $\Delta\sigma_{BW} = -4,8\%$  geringeren Umlaufbiegewechselfestigkeit gegenüber dem Versuchswert. Im Bereich der Einsatzhärte zeigt sich eine leichte Überschätzung der Dauerfestigkeit des Modells. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass sich das Modell zur Beschreibung Tragfähigkeitserhöhung der Einsatzhärteschicht gut eignet. Die Anwendung auf reale Bauteile wie Zahnräder ist noch nicht geklärt und muss in zukünftigen Forschungstätigkeiten erarbeitet werden.

## 12.2. Untersuchungen zur Zahnflankenbeanspruchung und Wirkung der Einsatzhärte tiefe

### 12.2.1. Vergleich der analytisch und numerisch berechneten Kontaktspannungen

In Tab. 12.3 ist eine Gegenüberstellung der Kontaktspannungen  $\sigma_{\text{Kontakt}}$  im Wälzpunkt C mittels analytischer Berechnung nach Hertz, numerischer Abwälzsimulation und Simulation des Ersatzmodells dargestellt. Die Differenz  $\Delta\sigma_{\text{Kontakt}}$  bezieht sich auf das Ergebnis der analytischen Berechnung nach Hertz.

$F_b = 11029 \text{ N}$	Berechnung nach Hertz	Abwälzsimulation	Simulation des Ersatzmodells
$\sigma_{\text{Kontakt}}$	1840,1 N/mm <sup>2</sup>	1833,6 N/mm <sup>2</sup>	1878,3 N/mm <sup>2</sup>
$\Delta\sigma_{\text{Kontakt}}$	-	-0,5 %	+2 %

**Tab. 12.3:** Vergleich der Kontaktspannungen im Wälzpunkt durch die Berechnung nach Hertz, numerische Abwälzsimulation und numerischer Simulation des Ersatzmodells

Der Vergleich zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der Abwälzsimulation und der Berechnung nach Hertz mit einer sehr geringen Abweichung von nur  $\Delta\sigma_{\text{Kontakt}} = -0,5 \%$ . Die Simulation des Ersatzmodells liefert einen guten Wert mit einer Abweichung von  $\Delta\sigma_{\text{Kontakt}} = +2 \%$  gegenüber der analytischen Berechnung. Hierbei ist anzumerken, dass bei den Simulationsergebnissen ein signifikanter Einfluss der Netzfeinheit besteht. Bei einem zu groben Netz wird die Krümmung der Zahnflanke nur ungenau abgebildet und das führt zu teils hohen Abweichungen in der numerisch berechneten Spannung.

### 12.2.2. Vergleich der Kontaktspannungen und Vergleichsspannungstiefen

Ein Vergleich der Kontaktspannungen  $\sigma_{\text{Kontakt}}$  und den Tiefen  $z$  der maximalen Vergleichsspannungen nach von Mises  $\sigma_{V,Mises}$  im Wälzpunkt C bei unterschiedlichen Reibverhältnissen im Kontakt der Zahnflanken ist in Tab. 12.4 ersichtlich.

$F_b = 11029 \text{ N}$	$\mu=0$	$\mu=0,1$	$\mu=0,2$	$\mu=0,3$
$\sigma_{\text{Kontakt}}$	1833,6 N/mm <sup>2</sup>	1981,2 N/mm <sup>2</sup>	2064,8 N/mm <sup>2</sup>	2316,4 N/mm <sup>2</sup>
$\Delta\sigma_{\text{Kontakt}}$	-	+8,1 %	+12,6 %	+26,3 %
$z$ von $\sigma_{V,Mises}$	0,16 mm	0,13 mm	0,1 mm	0 mm
$\Delta z$ von $z=0$	100 %	81 %	63 %	0 %

**Tab. 12.4:** Vergleich der Kontaktspannungen  $\sigma_{\text{Kontakt}}$  und den Tiefen  $z$  der maximalen Vergleichsspannungen nach von Mises  $\sigma_{V,Mises}$  im Wälzpunkt C bei unterschiedlichen Reibkoeffizienten  $\mu$  zwischen den Zahnflanken

Der Vergleich der Kontaktspannungen  $\sigma_{\text{Kontakt}}$  zeigt eine deutliche Zunahme bei steigendem Reibwert  $\mu$ . Durch die höheren Kontaktspannungen entsteht eine wesentlich höhere Beanspruchung der Oberfläche. In diesem Fall ist zwischen einer minimalen Reibung von  $\mu=0$  und einer maximalen Reibung von  $\mu=0,3$  (Stahl auf Stahl) eine Spannungserhöhung von  $\Delta\sigma_{\text{Kontakt}} = +26\%$  zu verzeichnen. Zusätzlich geht hervor, dass sich mit zunehmendem Reibkoeffizient  $\mu$  der Ort der maximal auftretenden Vergleichsspannung nach von Mises in Richtung der Oberfläche ( $z = 0$ ) bewegt. Bereits bei einem  $\mu = 0,1$  ist ein Abfall von  $z$  auf 81 % des Maximalwertes zu sehen. Der Grund hierfür ist die zusätzlich an der Oberfläche wirkende Schubspannung, die durch die Reibung zwischen den Zahnflanken entsteht und mit größer werdenden  $\mu$  zunimmt, sodass schließlich bei einem Reibwert von  $\mu=0,3$  die maximale Vergleichsspannung nach von Mises nur noch auf der Oberfläche auftritt. Bei keiner oder nur geringer Reibung und in den Bereichen niedriger Relativgeschwindigkeiten variiert die Tiefe der maximalen Vergleichsspannung  $\sigma_{V,Mises}$  je nach Belastung (Drehmoment  $M$  und sich daraus ergebende Normalkraft  $F_b$ ). Dabei ist die Grübchenbildung der primäre Schadensfall. Durch eine Einsatzhärtung mit einer minimalen EHT bis zu der Tiefe der maximal auftretenden Vergleichsspannung kann dieser Ermüdungsart entgegengewirkt werden. Bei einer dazu relativ geringen Belastung und hohen Relativgeschwindigkeit verschiebt sich die maximal auftretende Vergleichsspannung zu oberflächennahen Bereichen. Dies bewirkt eine Verlagerung des vorrangig auftretenden Ermüdungsmechanismus. Anstelle der Grübchenbildung tritt hierbei das Fressen der Zahnflanken in den Vordergrund. Es ist eine hohe Randhärte an der Oberfläche von Nöten, die beispielsweise durch Nitrieren erreicht werden kann. [39]

### 13. Schlussfolgerungen und Ausblick

Die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen zeigen hinsichtlich der Zahnfußtragfähigkeit einen signifikanten Einfluss der Einsatzhärtetiefe auf die Zahnfußtragfähigkeit. Eine optimale EHT, bei der eine maximale Tragfähigkeit auftritt, wurde für die in den Versuchen geprüften Zahnräder und Umlaufbiegeproben gefunden. Die optimale Ofenzeit für den Aufkohprozess ergibt gleichzeitig eine Senkung der Herstellkosten. Zusätzlich wurde ein Modell für die Berechnung der Tragfähigkeit von einsatzgehärteten Randschichten entwickelt und mit den Versuchsergebnissen aus den Umlaufbiegeversuchen verglichen. Dabei wurde eine gute Übereinstimmung festgestellt. Die für die Zahnflankentragfähigkeit relevanten Schädigungsmechanismen wurden analysiert und eine in Abhängigkeit der Belastung und der Relativgeschwindigkeiten abhängigen Mindest-EHT ist ausgearbeitet worden.

In zukünftigen Untersuchungen auf diesem Gebiet ist es erforderlich ein erweitertes Berechnungsmodell zu entwickeln, welches zusätzliche Einflüsse der Randschicht, wie etwa Restaustenitgehalt und Mikrostruktur, auf die Tragfähigkeit mit berücksichtigt. Hierfür sind Versuche an Zahnrädern und Umlaufbiegeproben von Nöten um den jeweiligen Einfluss und die Wechselwirkungen untereinander zu verifizieren. In weiterer Folge ist eine Übertragbarkeit auf andere Verzahnungsarten wie etwa schräg- oder hypoidverzahnte Zahnräder zu überprüfen und zu entwickeln. [48], [49]

## 14. Literaturverzeichnis

- [1] A. Stenico: Werkstoffmechanische Untersuchungen zur Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. Dissertation TU München, 2007.
- [2] H. Roloff, W. Matek: Maschinenelemente, 13. Auflage, Vieweg-Verlag, Braunschweig/Wiesbaden 1994.
- [3] A. Bozena: B302-Oberflächentechnik. [www.materialmagazin.com](http://www.materialmagazin.com), 2009.
- [4] T. Mayer: Grundlagenuntersuchungen über den Einfluss des Härteverlaufs auf die Zahnfußtragfähigkeit von Laufverzahnungen am Beispiel einer Hypoidverzahnung aus dem Fahrzeugtriebbau. Diplomarbeit FH Joanneum Graz, 2007.
- [5] Ruge, H. Wohlfahrt: Technologie der Werkstoffe, 8. Auflage, Vieweg-Verlag, 2007.
- [6] J. Gobrecht, E. Rumpler: Werkstofftechnik-Metalle, 2. Auflage, Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2006.
- [7] A. Diemar: Simulation des Einsatzhärtens und Abschätzung der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile. Diss. Bauhaus-Universität Weimar, 2007.
- [8] Brütsch/Rüegger AG: Beeinflussung des Gefüges durch Wärmebehandlungen.
- [9] C. Brecher, D. Zuber: Optimierung der Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder unter Berücksichtigung von Fertigungsrandbedingungen. WZL der RWTH Aachen, Konferenz für Angewandte Optimierung in der virtuellen Produktentwicklung, 2006.
- [10] T. Tobie: Einsatzhärtungstiefe und Tragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. RWTH Aachen, 2002.
- [11] H. Griebmann: Wärmebehandlung von Verzahnungsteilen. 1. Auflage, Expert Verlag, Renningen, 2004.
- [12] B. Edenhofer: Unterdruckaufkohlen und Gasabschrecken - ein neues Einsatzhärteverfahren für Getriebeteile. In: Unterlagen zum Seminar in Aachen: Wärmebehandlung von Zahnrädern. RWTH Aachen, 2002.
- [13] H. Rösch: Ermittlung der richtigen Härtetiefe bei Wälz- und Biegebeanspruchung. FVA-Forschungsheft Nr.8, Frankfurt: Antriebstechnik e.V., 1976.

- [14] DIN 3979-1979: Zahnschäden an Zahnradgetrieben; Bezeichnung, Merkmale, Ursachen. Beuth V. Berlin, 1979.
- [15] C. Haberer: Beurteilung der Zahnfußspannungen von gerad- und schrägverzahnten Stirnzahnrädern. Diplomarbeit Montanuniversität Leoben 2006.
- [16] G. Niemann, H. Winter: Maschinenelemente Bd. II, 2. Auflage, Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York, Tokio 1989.
- [17] Ruhr-Universität Bochum, Fakultät Maschinenbau, Lehrstuhl für Maschinenelemente, Getriebe und Kraftfahrzeuge, <http://www.ruhr-uni-bochum.de/lmgk/>.
- [18] W. Steinhilper, B. Sauer: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2.5. Auflage, Springer Verlag, Kaiserslautern 2005.
- [19] DIN 3990-1987: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern. Beuth V. Berlin, 1987.  
Teil 1: Grundlagen für die Tragfähigkeitsberechnung von Gerad- und Schrägstirnrädern  
Teil 2: Berechnung der Grübchentragfähigkeit  
Teil 3: Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit  
Teil 4: Berechnung der Fresstragfähigkeit  
Teil 6: Berechnung der Verschleißtragfähigkeit
- [20] M. Waggemayer: Steigerung der Schwingfestigkeit durch Kugelstrahlen im Zahnfußbereich von Zahnrädern. Diplomarbeit Montanuniversität Leoben, 2004.
- [21] V. Läßle: Einführung in die Festigkeitslehre, Vieweg + Teubner Verlag, 2008.
- [22] D. Dengel: Die  $\arcsin\sqrt{p}$  - Transformation - ein einfaches Verfahren zur grafischen und rechnerischen Auswertung geplanter Wöhlerversuche. Zeitschrift für Werkstofftechnik, 6. Jahrgang, Heft 8, S.253-288.
- [23] SincoTec Bauteil-Prüftechnik GmbH, [www.sincotec.de](http://www.sincotec.de).
- [24] C. Haberer, H. Leitner, J. Fröschl, W. Eichlseder: Fatigue Life Behaviour of a Gear Tooth Root Taking Loading, Manufacturing, Surface Layer and Material into Account. RELMAS 2008, St. Petersburg State Polytechnical University, Russia, S.138-142, 2008.
- [25] ABAQUS/Standard: User's Manual, Documentation, Version 6.7.

- [26] E. Haibach, Betriebsfestigkeit Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung, Springer Verlag, Berlin Heidelberg 2006.
- [27] F. Jablonski, R. Kienzler: Calculation of fatigue limits of case-hardened specimens with consideration of mean stress and residual stresses. Computational Mechanics 28, p. 401-405, 2002.
- [28] J. Fröschl: Fatigue behaviour of forged components: Technological effects and multiaxial fatigue. Dissertation Montanuniversität Leoben, 2006.
- [29] J. Goodman: Mechanics applied to engineering. Langmans, Green & Co, New York, 1899.
- [30] C. Haberer, A. Dietrich, I. Godor, M. Leitner, A. Trausmuth, W. Eichlseder: Methode zur Berechnung der lokalen Zahnradlebensdauer am Beispiel Hypoidverzahnung, ÖTG-Symposium 2009.
- [31] K. H. Kloos, E. Velten: Berechnung der Dauerschwingfestigkeit von plasmanitrierten bauteilähnlichen Proben unter Berücksichtigung des Härte- und Eigenspannungsverlaufs. Konstruktion 36 (1984) Nr. 5, S. 181-188.
- [32] H.-J. Spieß, T. U. Kern, N.D. Tan: Beitrag zur Abschätzung der Dauerfestigkeit nitrierter bauteilähnlicher Proben. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 25, S.191-198.
- [33] T. Hertter: Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit vergüteter und einsatzgehärteter Stirnräder. Dissertation TU München, 2003.
- [34] M. Sprickenreuther: Untersuchungen zur Berechnung der Dauerfestigkeit von randschichtgehärteten Dieseleinspritzdüsen. Dissertation TU Ilmenau, 2006.
- [35] B. Winderlich: Das Konzept der lokalen Dauerfestigkeit und seine Anwendung auf martensitische Randschichten, insbesondere Laserhartungsschichten. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 21, S.378-389, 1990.
- [36] W. Eichlseder: Beurteilung basierend auf Strukturspannungen und Einflussparametern. 19. CAD-FEM User's Meeting, 2001.
- [37] W. Eichlseder: Betriebsfestigkeit Vorlesungsskriptum, MU Leoben, 2004.
- [38] Eidgenössische Technische Hochschule Zürich: Skriptum Dimensionieren I, Version 1.0, 2006.

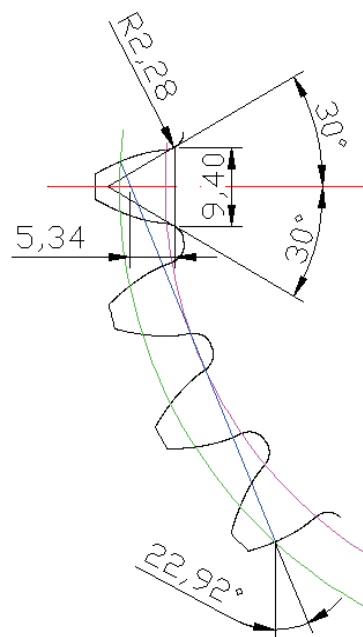
- [39] E. Bauer: Typische Flanken-Ermüdungsschäden an einsatzgehärteten Stirnradgetrieben. VDI Bericht Nr. 902, Ismaning, 1991.
  
- [40] A. Trausmuth: Verhalten von gehärteten Randschichten unter Kontaktbeanspruchung. ÖTG-Symposium 2008.
  
- [41] FVA-Informationsblatt: Einfluss des Schmierstoffes auf die Grübchenlebensdauer einsatzgehärteter Zahnräder im Einstufen- und Lastkollektivversuch. Lehrstuhl für Maschinenelemente - Forschungsstelle für Zahnräder für Zahnräder und Getriebebau (FZG) - TU München.
  
- [42] H. Krieger: Alterung von Schmierstoffen im Zahnradprüfstand und in Praxisgetrieben. Dissertation Technische Universität München, 2003.
  
- [43] M. Otto: Auswertung von Zahnflankenschäden. Diplomarbeit TU Dresden, 2006.
  
- [44] Strama MPS Sondermaschinenbau, FZG Bedienungsanleitung. Version S7 4.00 (September 2007).
  
- [45] W. Richter: Auslegung profilverschobener Außenverzahnungen. Konstruktion 14, Heft 5, 1962.
  
- [46] S. Hölblfer: Wirkungsgraduntersuchung von Zahnradpaaren auf Basis von RCF-Versuchsmethodiken. Diplomarbeit Montanuniversität Leoben, 2009.
  
- [47] W. Bunk, J. Hansen, H. Haag: Tribologie, Reibung, Verschleiß, Schmierung, Dokumentation zu dem Forschungs- und Entwicklungsprogramm des BMFT, Band 8. EHD, Mess- und Prüfverfahren. Springer-Verlag, 1984.
  
- [48] C. Haberer, A. Dietrich, H. Leitner, W. Eichlseder: Tragfähigkeitssteigerung von Hypoidverzahnungen. VDI Fachtagung Getriebe in Fahrzeugen 2009, 30. Juni bis 1. Juli, Friedrichshafen, 2009.
  
- [49] G. Fresen: Untersuchungen über die Tragfähigkeit von Hypoid- und Kegelradgetrieben. Dissertation TU München, 1981.

## 15. Anhang

### 15.1. Berechnung nach DIN 3990 Teil 3 Methode B für das Rad

- **Tatsächliche Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0}$  am Rad**

Die für die Tragfähigkeitsberechnung nach DIN 3990 Methode B benötigten Geometriedaten für das Rad wurden mit dem Konstruktionsprogramm AutoCad ausgemessen (Abb. 15.1):



**Abb. 15.1:** Zahngeometrie vom Rad für die Berechnung nach DIN 3990 (B)

Aus Abb. 15.1 folgt:

$h_{Fe}$	= 5,34 mm
$s_{Fn}$	= 9,40 mm
$\rho_F$	= 2,28 mm
$\alpha_{Fen}$	= 22,92°

Aus Tab. 3.1 folgt:

$m_n$	= 4,5 mm
$b$	= 14 mm
$\alpha_n$	= 20°



### Formfaktor $Y_F$

$$Y_F = \frac{6 \cdot \frac{h_{Fe}}{m_n} \cdot \cos(\alpha_{Fn})}{\left(\frac{s_{Fn}}{m_n}\right)^2 \cdot \cos(\alpha_n)} = \frac{6 \cdot \frac{5,34}{4,5} \cdot \cos(22,92)}{\left(\frac{9,40}{4,5}\right)^2 \cdot \cos(20)} = 1,60$$

### Spannungskorrekturfaktor $Y_S$

$$Y_S = (1,2 + 0,13 \cdot L) \cdot q_S^{\frac{1}{(1,21+2,3/L)}} = (1,2 + 0,13 \cdot 1,76) \cdot 2,06^{\frac{1}{(1,21+2,3/1,76)}} = 1,90$$

mit  $L = \frac{s_{Fn}}{h_{Fe}} = \frac{9,40}{5,34} = 1,76$       &       $q_S = \frac{s_{Fn}}{2 \cdot \rho_F} = \frac{9,40}{2 \cdot 2,28} = 2,06$

### Schrägenfaktor (Zahnfuß) $Y_\beta$

$Y_\beta = 1$  da Geradverzahnung

Damit ergibt sich bei einer Belastung von  $F_b = 10$  kN eine Zahnfußnennspannung von:

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta = \frac{10000 \cdot \cos(20)}{14 \cdot 4,5} \cdot 1,60 \cdot 1,90 \cdot 1 = 453,4 \text{ N/mm}^2$$

- **Zulässige Zahnfußspannung  $\sigma_{FP}$  des Rades**

### Spannungskorrekturfaktor $Y_{ST}$

Für die Standard-Referenz-Prüfräder ist

$$Y_{ST} = 1,89$$

### Lebensdauerfaktor (Zahnfuß) $Y_{NT}$

für  $N_L \leq 10^3$  (statisch)       $\rightarrow$        $Y_{NT} = 2,5$   
 $3 \cdot 10^6 \leq N_L$  (dauerfest)       $\rightarrow$        $Y_{NT} = 1,0$

### Stützziffer $Y_\delta$ und relative Stützziffer $Y_{\delta rel T}$

$$Y_{\delta rel T} = \frac{Y_\delta}{Y_{\delta T}} = \frac{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi^*}}{1 + \sqrt{\rho' \cdot \chi_T^*}} = \frac{1 + \sqrt{0,003 \cdot 1,01}}{1 + \sqrt{0,003 \cdot 1,2}} = 0,99$$

$$\chi^* = \chi_P^* \cdot (1 + 2 \cdot q_s) = \frac{1}{5} \cdot (1 + 2 \cdot 2,03) = 1,01$$

$$\text{mit } \chi_P^* \approx \frac{1}{5} \quad \text{und} \quad q_s = \frac{s_{Fn}}{2 \cdot \rho_F} = \frac{9,26}{2 \cdot 2,28} = 2,03$$

für das Standard-Referenz-Prüfrad gilt:

$$\chi_T^* = \chi_P^* \cdot (1 + 2 \cdot q_{sT}) = \frac{1}{5} \cdot (1 + 2 \cdot 2,5) = 1,2 \quad \text{mit } q_{sT} = 2,5$$

$\rho'$  Gleitschichtbreite (für Einsatzstahl, einsatzgehärtet = 0,003 mm) [mm]

### Oberflächenfaktor $Y_R$

Flanken geschliffen:  $R_z = 5 \mu\text{m}$

Dauerfestigkeit im Bereich  $1 \mu\text{m} < R_z < 40 \mu\text{m}$

$$Y_{R rel T} = 1,674 - 0,529 \cdot (R_z + 1)^{0,1} = 1,674 - 0,529 \cdot (5 + 1)^{0,1} = 1,04$$

### Größenfaktor (Zahnfuß) $Y_X$

$$m_n = 4,5 \text{ mm}$$

Für einsatzgehärtete Einsatzstähle gilt:

$$m_n \leq 5 \quad Y_X = 1,0$$

### Zahnfuß-Dauerfestigkeit $\sigma_{F \text{ lim}}$ für einsatzgehärtete und randschichtgehärtete Stähle

Für eine Qualitätsanforderung nach MQ und eine mittlere Kernfestigkeit ( $\geq 24$  HRC) ergibt sich nach Abb. 6.4:

$$\sigma_{F \text{ lim}} = 430 \text{ N/mm}^2$$

### Sicherheitsfaktor für Zahnfußbeanspruchung $S_{F \text{ min}}$

$$S_{F \text{ min}} = 1$$

- Zulässige Zahnfußspannung  $\sigma_{FP}$  für den dauerhaftesten Bereich

$$\sigma_{FP \text{ dauer}} = \frac{\sigma_{F \text{ lim}} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F \text{ min}}} \cdot Y_{\delta \text{ rel} T} \cdot Y_{R \text{ rel} T} \cdot Y_X = \frac{430 \cdot 1,89 \cdot 1}{1} \cdot 0,99 \cdot 1,04 \cdot 1 = 836,8 \text{ N/mm}^2$$

- Zulässige Zahnfußspannung  $\sigma_{FP}$  für den statischen Bereich

$$\sigma_{FP \text{ statisch}} = \frac{\sigma_{F \text{ lim}} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{F \text{ min}}} \cdot Y_{\delta \text{ rel} T} \cdot Y_{R \text{ rel} T} \cdot Y_X = \frac{430 \cdot 1,89 \cdot 2,5}{1} \cdot 0,99 \cdot 1,04 \cdot 1 = 2091,8 \text{ N/mm}^2$$

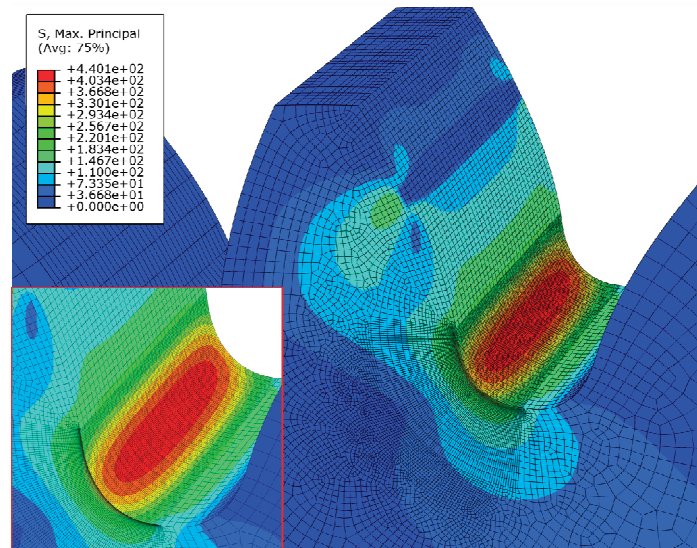
Der Zeitfestigkeitsbereich ( $10^3 < N_L \leq 3 \cdot 10^6$ ) wird durch  $\sigma_{FP \text{ dauer}}$  für die Dauerfestigkeit und  $\sigma_{FP \text{ statisch}}$  für die statische Festigkeit wie folgt ermittelt:

$$\sigma_{FP} = \sigma_{FP \text{ dauer}} \cdot Y_N = \sigma_{FP \text{ dauer}} \cdot \left( \frac{3 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{\text{exp}} = 836,8,1 \cdot \left( \frac{3 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{0,114}$$

$$\text{mit } \text{exp} = 0,2876 \cdot \log \left( \frac{\sigma_{FP \text{ statisch}}}{\sigma_{FP \text{ dauer}}} \right) = 0,2876 \cdot \log \left( \frac{2091,8}{836,8} \right) = 0,114$$

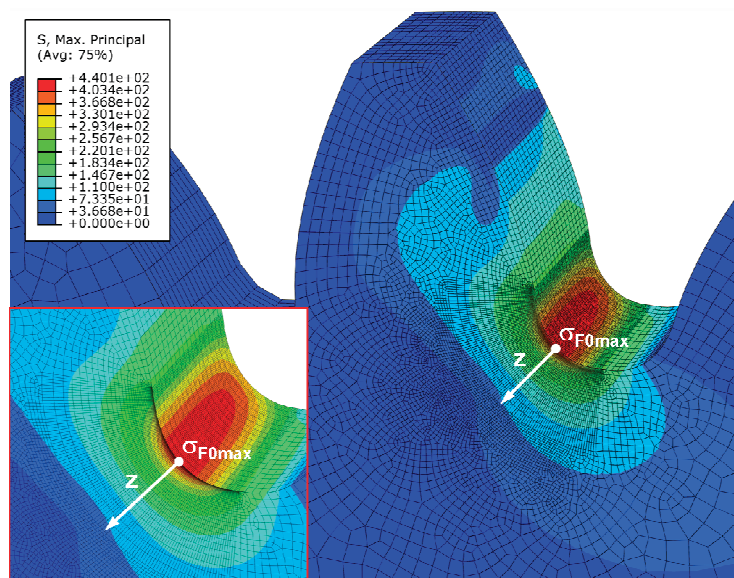
## 15.2. Simulationsauswertung der Zahnfußbeanspruchung des Rades

Für die Simulation der Zahnfußbeanspruchung wurde eine Belastung von  $F_b=10$  kN gewählt. Das sich daraus ergebende Resultat der FE Rechnung für das Rad ist in Abb. 15.2 ersichtlich. Dabei ergibt sich eine max. Zahnfußnennspannung von  $\sigma_{F0max} = 440,1$  N/mm<sup>2</sup>.



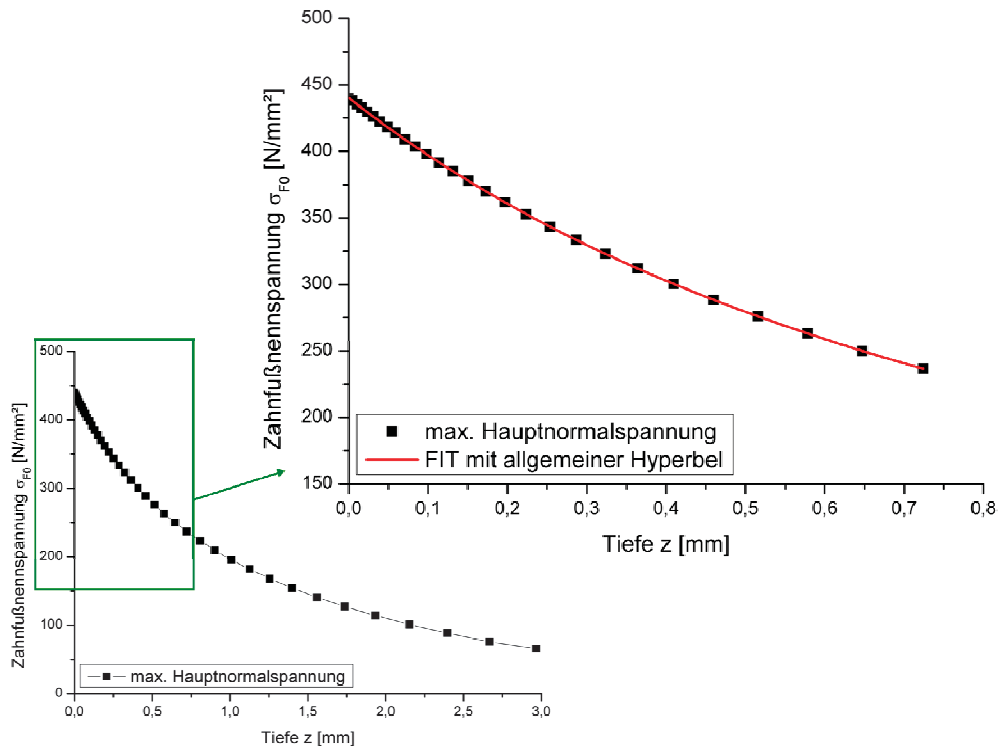
**Abb. 15.2:** FE Simulationsergebnis für die Zahnfußbeanspruchung des Rades

Die Richtung, der für die Spannungsauswertung in Tiefenrichtung maßgebende Koordinate  $z$ , ausgehend von der maximalen Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0max}$  an der Oberfläche des Rades, ist in Abb. 15.3 dargestellt.



**Abb. 15.3:** Darstellung der Richtung der Tiefenkoordinate  $z$  für die Auswertung des bezogenen Spannungsgradienten des Rades

Die nachfolgende Abb. 15.4 zeigt den Zahnfußnennspannungsverlauf  $\sigma_{F0}(z)$  in Tiefenrichtung des Rades.



**Abb. 15.4:** Abfall der Zahnfußnennspannung  $\sigma_{F0}$  an der Oberfläche der höchstbeanspruchten Stelle des Rades in Richtung der Tiefenkoordinate  $z$

Berechnung der Formzahl  $K_t$  für das Rad:

$$K_t = \frac{\sigma_{F0\max}}{\sigma_{F0\text{nenn}}} = \frac{440,1}{238,6} = 1,84$$

$$\sigma_{F0\text{nenn}} = \frac{F_b \cdot \cos(\alpha_{Fen}) \cdot h_{Fe}}{\frac{b \cdot s_{Fn}^2}{6}} = \frac{10000 \cdot \cos(22,92) \cdot 5,34}{\frac{14 \cdot 9,40^2}{6}} = 238,6 \text{ N/mm}^2$$

Aus Abb. 15.1 folgt:

- $h_{Fe} = 5,34 \text{ mm}$
- $s_{Fn} = 9,40 \text{ mm}$
- $\alpha_{Fen} = 22,92^\circ$

Aus Tab. 3.1 folgt:  $b = 14 \text{ mm}$

Berechnung des bezogenen Spannungsgradienten  $\chi^*$  senkrecht zur Oberfläche, an der höchstbeanspruchten Stelle  $\sigma_{F0\max}$ :

Aus  $\sigma_{F0}(z) = A - \frac{B}{(1 + C \cdot z)^{1/D}}$  mit  $\frac{d\sigma_{F0}(z)}{dz} = \frac{B \cdot C \cdot (C \cdot z + 1)^{-1/D-1}}{D}$  folgt:

$$\chi^*(z) = \frac{1}{\sigma_{F0\max}} \cdot \frac{d\sigma_{F0}(z)}{dz} = \frac{B \cdot C \cdot (C \cdot z + 1)^{-1/D-1}}{D \cdot \sigma_{F0\max}}$$

In Tab. 15.1 sind die FIT Parameter für die allgemeine Hyperbel zur Beschreibung des Zahnfußnennspannungstiefenverlaufes in z-Richtung ersichtlich.

FIT Parameter	Wert	Standardfehler
A	-39,867	0,014
B	-480,339	0
C	0,877	0
D	0,890	0

**Tab. 15.1:** FIT Parameter für die allgemeine Hyperbel zur Beschreibung des Zahnfußnennspannungsverlaufes des Rades

Der bezogene Spannungsgradient an der Oberfläche  $\chi^*(z=0)$  ergibt sich demnach mit:

$$\chi^*(z=0) = \frac{1}{\sigma_{F0\max}} \cdot \left. \frac{d\sigma_{F0}(z)}{dz} \right|_{z=0} = \frac{|B| \cdot C}{D \cdot \sigma_{F0\max}} = \frac{480,339 \cdot 0,877}{0,890 \cdot 440,1} = 1,08 \text{ mm}^{-1}$$